



УДК 624.012.35.45

Ильшат Т. Мирсаяпов

## МОДЕЛЬ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С БОЛЬШИМ ПРОЛЕТОМ СРЕЗА

Усталостные испытания железобетонных балок при  $c_0 = 3h_0$ , где  $c_0$  – расстояние между осью опоры и грузом, позволяют выдвинуть следующую гипотезу образования и развития критической наклонной трещины и разработать модель усталостного разрушения железобетонных изгибаемых элементов в зоне действия поперечных сил при многократно повторяющихся нагружениях. Задолго до образования нормальных и наклонных трещин в глубине пролета

среза, тем более до формирования и развития критической наклонной трещины, в нормальном сечении в конце пролета среза образуется нормальная трещина. К моменту образования остальных трещин в зоне действия поперечных сил эта нормальная трещина в конце пролета среза развивается на большую высоту и растянутая зона практически исключается из работы; эпюра напряжений  $S_x^{max}(t)$  искривляется (рис.),

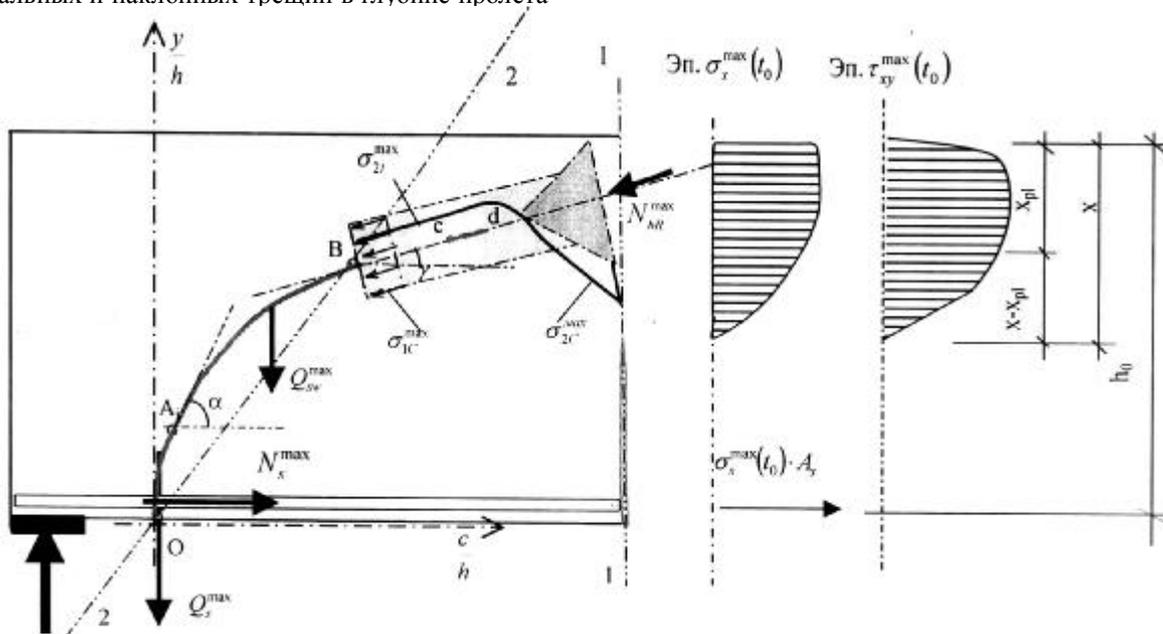


Рис. Схема развития критической наклонной трещины и распределение начальных напряжений в нормальном сечении 1-1, проходящем через нормальную трещину в конце пролета среза

увеличивается полнота эпюры  $W_s$  и начинает образовываться пластический участок в верхней части эпюры; уменьшение высоты нетреснутой части бетона в этом нормальном сечении с трещиной приводит к увеличению полноты эпюры  $W_t$  касательных напряжений и к резкому увеличению максимального значения касательных напряжений  $t_{xy}^{max}(t)$ . Поэтому в пределах пластического участка сжатой зоны  $X_{pl}$  резко увеличивается равнодействующая  $N_{bR}^{max}$  нормальных

$$N_{b1}^{max} = \int_{A_{pl}} S_x^{max}(t) \cdot dA \quad \text{и} \quad \text{касательных}$$

$$Q_{b1}^{max} = \int_{A_{pl}} t_{xy}^{max}(t) \cdot dA \quad \text{усилий, где } A_{pl} \text{ — площадь}$$

пластического участка сжатой зоны в нормальном сечении с трещиной в конце пролета среза. Под воздействием усилия в сжатой зоне, действующего в пределах ограниченной грузовой площадки  $X_{pl}/\cos$ , в направлении действия этого усилия возникает наклонный сжимающий силовой поток. Характер распределения напряжений внутри этого наклонного сжимающего силового потока такой же, как при смятии. Как известно, при смятии, как и при местном сжатии, под грузовой площадкой небольшой ширины образуется клин уплотнения, который находится в условиях двухосного сжатия. Под воздействием клина уплотнения в средней части сжимающего силового



потока возникает плоское напряженное состояние растяжение-сжатие. При циклическом нагружении, еще до образования критической наклонной трещины, внутри наклонного сжимающего силового потока от микропор в теле бетона или усадочных микротрещин по линии действия главных растягивающих напряжений зарождаются и развиваются усталостные микротрещины отрыва, а затем они объединяются в макротрещину отрыва **cd** под углом к продольной оси элемента (рис.). При увеличении уровня нагрузки при первом нагружении или увеличении количества циклов нагружений происходит появление и развитие других трещин в глубине пролета среза. В приопорной зоне, в результате совместного действия моментов и поперечных сил, в сечениях возникают нормальные  $\sigma_x^{\max}(t)$ ,  $\sigma_y^{\max}(t)$  и касательные  $t_{xy}^{\max}(t)$  напряжения.

Поэтому в растянутой зоне приопорной зоны за критерий образования трещины принимается достижение главными растягивающими напряжениями предела прочности бетона при первом кратковременном нагружении или его усталостной прочности, если она образуется после определенного количества циклов нагружения. В изгибаемых элементах с большим пролетом среза отношение главных сжимающих напряжений к главным растягивающим напряжениям по длине траектории главных сжимающих напряжений увеличивается от 0 на растянутой грани до (1-8,5) на высоте (0,5-0,6)h. Поэтому при увеличении уровня нагрузки при первом нагружении или увеличении количества циклов нагружения в зоне действия поперечных сил вначале образуются нормальные трещины, а затем они, искривляясь по траектории главных сжимающих напряжений, превращаются в наклонные трещины (участок на рис.). Траектории главных сжимающих напряжений с удовлетворительной точностью можно описать уравнением:

$$\frac{y}{h} = \frac{a}{b + \frac{y}{c}} \quad (1)$$

Если в (1) принимать  $a = 8$  и  $b = 10$ , получается выражение, полученное в [1] для описания траектории главных сжимающих напряжений, а, следовательно, и трещин в приопорной зоне при статическом нагружении, которое хорошо согласуется с экспериментальными данными.

При увеличении количества циклов нагружения одна из таких наклонных трещин начинает развиваться более интенсивно, чем остальные, и становится критической. После вхождения в сжатую зону, если следовать по траектории главных сжимающих напряжений, главные растягивающие напряжения уменьшаются, а главные сжимающие напряжения, наоборот, увеличиваются. Учитывая, что в пределах

начального участка **OA** в развитие наклонной трещины происходит при достижении главными растягивающими напряжениями предела прочности бетона или его усталости при растяжении, то уровня

$S_{mt}$  на высоте около 0.6h уже не хватает, а уровня  $S_{mc}$  еще не хватает для дальнейшего продвижения наклонной трещины в направлении конца пролета среза. Поэтому нужно искать другую причину дальнейшего развития критической наклонной трещины.

Причиной превращения одной из наклонных трещин в критическую, дальнейшего развития критической наклонной трещины и более интенсивного ее раскрытия по сравнению с остальными наклонными трещинами, а также резкого увеличения напряжений

$S_s^{\max}(t)$  в продольной арматуре в месте пересечения с критической наклонной трещиной (выравнивание усилий) является наклонный сжимающий силовой поток, образованный ранее от действия равнодействующей  $N_{BR}^{\max}$  усилий в сжатой

зоне. Это можно объяснить тем, что согласно [2] наиболее характерной особенностью развития трещин нормального отрыва, развивающихся вдоль линии действия сжимающих усилий, является стремление любой, даже первоначально наклонной к линии действия сжимающего усилия, трещины выравнивать свою траекторию в направлении сжатия, т.е. критической становится та наклонная трещина, которая попадает в зону влияния наклонного сжимающего силового потока.

Таким образом, критическая наклонная трещина в растянутой зоне развивается по траектории, описываемой уравнением (1), в котором  $a$  и  $b$  определяются исходя из граничных условий. При этом угол наклона  $a_i \neq const$  и меняется в каждой следующей точке. Далее, попадая под влияние наклонного сжимающего силового потока, продолжает развиваться также под углом  $g = const$  к продольной оси изгибаемого элемента, как и макротрещина отрыва **cd** внутри наклонного сжимающего силового потока.

В наклонном сжимающем силовом потоке, как отмечалось выше, еще до образования наклонных трещин в зоне действия поперечных сил развиваются микротрещины, которые с увеличением количества циклов нагружения объединяются в макротрещину отрыва **cd** вдоль оси силового потока, т.е. под углом  $g$ . В изгибаемых элементах без поперечной арматуры, когда длина этой макротрещины отрыва  $l(t)$  достигает критической величины, происходит динамическое



развитие макротрещины отрыва в наклонном сжимающем силовом потоке. Поэтому в элементах без поперечной арматуры критерием разрушения по сжатой зоне можно принимать достижение макротрещиной отрыва в сжатой зоне (с углом наклона  $\beta$ ) критической длины, т.е.  $l(t) = l_{cr}$ . При соблюдении этого условия происходит ее неустойчивое, динамическое развитие и слияние с критической наклонной трещиной ОАВ и происходит мгновенное разрушение. Учитывая, что развитие микротрещин и объединение их в макротрещину происходит в сжатой полосе, образующейся под влиянием  $N_{br}^{max}$ , объективную усталостную прочность сжатой зоны наклонного сечения в элементах без поперечной арматуры в зависимости от длины макротрещины отрыва  $l(t)$  можно представить в виде:

$$R_b(t) = \frac{1,5K_{Icf}}{\sqrt{p \cdot l_I(t)} \cdot Y_I(l) \cdot I \cdot x_1 \cdot \sin 2j} + \frac{2K_{IIcf}}{\sqrt{p \cdot l_{II}(t)} \cdot Y_{II}(l) \cdot \sin 2j \cdot \cos^2 j} ; \quad (2)$$

где  $K_{Icf}$ ,  $K_{IIcf}$  – критические коэффициенты интенсивности напряжений при циклическом нагружении для трещин I и II типов в рассматриваемый момент времени  $t$ ;  $l_I(t)$ ;  $l_{II}(t)$  – текущие длины трещин I и II типов;  $Y_I(l)$ ,  $Y_{II}(l)$  – функции, учитывающие геометрические формы образца и схему нагружения;  $j$  – угол внутреннего трения бетона;  $x_1$ ;  $I$  – высота сжатой зоны бетона в сечении с трещиной в конце пролета среза и коэффициент пластичности бетона.

В элементах с поперечной арматурой наличие поперечной арматуры отражается на характере развития макротрещины отрыва в сжатой зоне, а, следовательно, и на величине объективной прочности, так как стержни, пересекающие макротрещину отрыва в сжатой зоне, оказывают сдерживающее влияние в ее развитии. В элементах с поперечной арматурой влияние поперечной арматуры учитываем заменой  $K_{Icf}$  в (2) на  $K_{Icf} + K_{IS}$ ; где  $K_{IS}$  – коэффициент интенсивности напряжений, характеризующий сдерживающее влияние арматуры на развитие трещины, т.е. коэффициент, учитывающий влияние усилий в поперечной арматуре на интенсивность напряжений в вершине трещины. Поэтому в элементах с поперечной арматурой развитие макротрещины в сжатой зоне является плавным, и в процессе циклического нагружения происходит ее слияние с начальным участком критической наклонной трещины ОАВ (рис.).

В элементах без поперечной арматуры разрушение может произойти также из-за усталостного разрыва продольной арматуры в месте пересечения с критической наклонной трещиной под совместным действием нормальных  $S_s^{max}(t)$  и касательных  $t_s^{max}(t)$  напряжений. Основным очагом усталостного разрушения продольной арматуры является ее периодический профиль – мощный концентратор напряжений. На стадии зарождения усталостной трещины происходит интенсивное пластическое деформирование металла в местах концентрации напряжений и, когда исчерпывается пластический ресурс металла, в указанных местах образуются микротрещины. Затем микротрещина за определенное количество циклов нагружения развивается до размеров макротрещины. С увеличением длины усталостной трещины происходит уменьшение объективной (остаточной) усталостной прочности продольной арматуры, и это уменьшение происходит пропорционально величине  $l^{-\frac{1}{2}}(t)$ .

Поэтому объективную усталостную прочность продольной арматуры в месте пересечения с критической наклонной трещиной можно представить в виде:

$$R_{SQ}(t) = \frac{S_{sc} \cdot K_{cf}(t)}{\sqrt{(Y(l) \cdot S_{sc})^2 \cdot l(t) + K_{cf}^2(t)}}, \quad (3)$$

$$= \frac{S_s^{max}(t) \cdot S_{su}}{\left[ 1 + \exp\left(-2 \frac{E_s \cdot e_{pl}}{S_{su}}\right) \right] \cdot \sqrt{(S_s^{max}(t))^2 + 3(t_s^{max}(t))^2}}, \quad (4)$$

где  $K_{cf}(t)$  – критический коэффициент интенсивности напряжений в продольной арматуре при циклическом нагружении.

В элементах с поперечной арматурой, после образования критической наклонной трещины, весь прирост поперечной силы воспринимается хомутами и поэтому нагельные силы  $Q_s^{max}$  в продольной арматуре незначительны и их можно принимать равными нулю. Усталостную прочность продольной арматуры в месте пересечения с критической наклонной трещиной определяем по (3), но в этом случае в (4) принимаем  $t_s^{max}(t) \approx 0$ . В поперечной арматуре нагельные силы незначительны, и она работает на осевое растяжение. Усталостную прочность поперечной арматуры в сечении с критической наклонной трещиной определяем также



по (3), приняв в ней  $t_w^{\max}(t) \approx 0$  и заменив индекс «s» на «w».

Другой возможной формой разрушения по растянутой зоне наклонного сечения является усталость сцепления между продольной арматурой и бетоном, а в результате – нарушение анкеровки продольной арматуры за критической наклонной трещиной. После образования критической наклонной трещины под воздействием усилия  $S_s^{\max}(t) \cdot A_s$  в продольной арматуре в месте пересечения с критической наклонной трещиной происходит ее выдергивание из бетона. При этом опорную зону изгибаемого элемента за наклонной трещиной можно рассматривать как половину кососимметрично нагруженного элемента.

Согласно [3] при увеличении нагрузки на заделку в определенный момент под выступами арматуры образуется система внутренних трещин с шагом, близким к шагу выступов  $S_r$ . После появления системы несквозных трещин контактная зона разбивается на независимо работающие участки. Согласно [4] приращение перемещений данного выступа после возникновения внутренних несквозных трещин зависит не от того, как нагружены остальные выступы арматуры, а лишь от величины нагрузки, приходящейся на данный выступ. В связи с этим усталостную прочность анкеровки необходимо связать с образованием внутренних несквозных трещин. Образование этих конусообразных трещин связано с работой бетона под выступами арматуры на смятие. Поэтому объективную усталостную прочность бетона под выступами, а, следовательно, и силы зацепления выступов арматуры о бетон нужно определить как функцию длины конусообразных трещин  $l_i(t)$ , которая постоянно увеличивается с увеличением количества циклов нагружения. С

учетом этого объективную усталостную прочность сцепления после приложения N циклов нагружения представим в виде:

для вертикальных выступов

$$R_{an}(t) = \frac{8K_{cf} \cdot s_r \cdot l_{an} \cdot ctgj}{\sqrt{p \cdot l(t)} \cdot d^2 \cdot \sin j_k}, \quad (6)$$

для наклонных выступов

$$R_{an}(t) = \frac{8K_{cf} \cdot c_r \cdot (d + c_r) \cdot A_t \cdot l_{an} \cdot ctgj}{\sqrt{p \cdot l(t)} \cdot d^2 \cdot A_c \cdot \sin a_r \cdot \sin^2 j_k}, \quad (7)$$

### ВЫВОДЫ:

Рассмотренная модель описывает характер образования и развития критической наклонной трещины, отражает возможные формы усталостного разрушения в зоне действия поперечных сил и позволяет определить усталостную прочность наклонного сечения изгибаемых элементов по сжатой и растянутой зонам как при стационарном, так и при нестационарных режимах внешнего циклического нагружения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Климов Ю.А. Теория и расчет прочности, трещиностойкости и деформативности железобетонных элементов при действии поперечных сил. // Дисс... докт. техн. наук. Киев, 1992. - 502 с.
2. Митченко С.В., Степков В.М. Кинетика развития трещин отрыва вдоль линии сжатия. // Проблемы прочности. 1987, №11. – С. 22-25.
3. Goto I. Crack formed in concret around deformed tension bars. ACI Journal, 1971, v.68, №4.
4. Холмянский М.М. Бетон и железобетон. Деформативность и прочность. М.: Стройиздат, 1997.