

УДК: 539.3: 624.012(075)
DOI: 10.48612/NewsKSUAE/70.13
EDN: LQVYSF



Моделирование многоэтажного здания с учетом повреждаемости и влияния деформируемого основания при условии сложного нагружения

А.А. Трещев¹, А.М. Андронов¹, В.Г. Теличко¹

¹Тульский государственный университет, г. Тула, Российская Федерация

Аннотация. *Постановка задачи.* Ускорение технологических изменений и увеличение требований к экономичности и надёжности конструкций в XXI веке требуют пересмотра и совершенствования методов строительной механики. Кроме того, изучение процессов деформирования материалов, таких как бетон, графиты, полимеры, (скальные) грунты и других, показали, что их механическое поведение во многом отличается от традиционных представлений. Таким образом, разработка новых достоверных расчётных моделей, описывающих поведение таких материалов становится всё более актуальной. Цель исследования заключается в разработке усовершенствованной методики прочностного анализа на основе расчета методом конечных элементов комбинированных систем в форме здания на многослойном упругопластическом основании. Учитывается чувствительность физико-механических характеристик материалов к виду напряжённого состояния, развитие пластических деформаций в арматуре, повреждаемость, наведенная неоднородность, трещинообразование. Задачи исследования заключаются в получении количественных оценок, а также сравнение результатов с другими распространенными методами определения напряжённо-деформированного состояния железобетонного жилого здания, расположенного на основании из нескольких слоёв скального грунта, с учётом комплекса нагрузок, включающих сейсмические и ветровые воздействия.

Результаты. В статье представлена новая версия метода расчёта комбинированных систем «здание-основание». В основе метода лежат новые приближения нелинейных диаграмм деформирования для скальных грунтов. Также подробно описан разработанный плоский гибридный конечный элемент. Получены результаты расчета напряженно-деформируемого состояния комбинированной системы типа «здание-основание» под действием нагрузок в соответствии с действующими нормативными документами для особых сочетаний нагрузки.

Выводы. Показано, что для получения адекватного прогноза характеристик напряженно-деформируемого состояния системы «здание-основание» в условиях сложного сочетания нагрузок точный учет «усложненной» механической работы материалов играет критическую роль. Достоверность полученных результатов оценивалась путем сравнения с расчетами в современных программных комплексах, упрощенными теориями.

Ключевые слова: гибридный конечный элемент, железобетон, деформируемое основание, метод конечных элементов, разнородность, повреждаемость

Для цитирования: Трещев А.А., Андронов М.А., Теличко В.Г. Моделирование многоэтажного здания с учетом повреждаемости и влияния деформируемого основания при условии сложного нагружения // Известия КГАСУ, 2024, № 4(70), с. 144-157, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/70.13, EDN: LQVYSF

Modeling of a multi-storey building taking into account damage and the influence of a deformable base under conditions of complex loading

A.A. Treshchev¹, A.M. Andronov¹, V.G. Telichko¹

¹Tula State University, Tula, Russian Federation

Abstract. *Problem statement.* The acceleration of technological changes and the increase in requirements for the efficiency and reliability of structures in the 21st century require a revision and improvement of methods of structural mechanics. In addition, the study of the deformation processes of materials such as concrete, graphite, polymers, (rocky) soils and others has shown that their mechanical behavior differs in many ways from traditional concepts. Thus, the development of new reliable computational models describing the behavior of such materials is becoming increasingly relevant. The purpose of the study is to develop an improved method of strength analysis based on finite element calculation of combined systems in the form of a building on a multilayer elastoplastic base. The sensitivity of the physical and mechanical characteristics of materials to the type of stress state, the development of plastic deformations in the reinforcement, damage, induced heterogeneity, cracking are taken into account. The objective of the study is to obtain quantitative estimates and to compare the results with other common methods of determination of the stress-strain state of a reinforced concrete residential building located on a base of several layers of rocky soil, taking into account a complex of loads including seismic and wind impacts.

Results. A new method for calculating combined “building-base” systems has been proposed, using new theoretical approximations for deformation diagrams of rocky soils. The developed flat hybrid finite element has been fully described. The stress-strain state of combined “building-base” systems under various loads has been calculated according to current regulations for special load cases.

Conclusions. It has been shown that accurate calculation of the mechanical behavior of materials is crucial for obtaining an accurate forecast of the stress-strain characteristics of the “building-base” system under complex load conditions. The reliability of the obtained results was assessed by comparison with calculations in modern software packages and simplified theories.

Keywords: hybrid finite element, reinforced concrete, deformable base, finite element method, different resistance, damage

For citation: Treshchev A.A., Andronov M.A., Telichko V.G. Modeling of a multi-storey building taking into account damage and the influence of a deformable base under conditions of complex loading // News of KSUAE, 2024, № 4(70), с. 144-157, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/70.13, EDN: LQVYSF

1. Введение

В связи со значительным прогрессом в области развития современных технологий и науки о материалах в строительном отрасли, совершенствование методов строительной механики становится необходимым на фоне ужесточения требований к надежности строительных конструкций и их экономичности. Исследования показывают, что широко используемые в строительстве материалы проявляют чувствительность своих механических свойств к напряженному состоянию и демонстрируют существенно нелинейную зависимость деформаций от напряжений (так называемые «усложненные» свойства). В эту категорию можно отнести различные композиционные материалы, бетон и керамику, конструкционные графиты и т.д. [1, 2].

Несмотря на значительный прогресс в развитии механики материалов с «усложненными» свойствами [1, 2], природа явления разносопротивляемости так и осталась недостаточно исследованной. Следовательно, теории деформирования и прочности разносопротивляющихся сред не всегда отвечают требованиям для выполнения надежных расчетов [1, 2]. Недостаёт моделей расчета конструкций из дилатирующих

материалов, которые полностью учитывали бы их особые физико-механические свойства. К тому же, в нормативной документации (№ 384-ФЗ, «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений», СП 22.13330.2016) подчеркивается важность учета взаимодействия в рамках комбинированной системы «здание-основание» при расчетах вновь проектируемых зданий. Несмотря на разнообразие существующих инженерных программных комплексов, основанных на методе конечных элементов (МКЭ) (подавляющее большинство программных САЕ программ) [5-7], большинство из них не удовлетворяют требованиям относительно полноценного учета всех факторов, влияющих на деформирование указанных выше материалов [2-4]. Это приводит к необходимости разработки новых и модификации существующих вычислительных моделей [3].

Для эффективного учёта нелинейного поведения бетона и его повреждаемости в форме образования трещин при моделировании несущих элементов конструкций исследуемого сооружения используются треугольные гибридные конечные элементы (КЭ) [3, 9]. Для их формулировки были применены определяющие соотношения, описывающие поведение изначально изотропных материалов с различными характеристиками на растяжение и сжатие. Эти соотношения были разработаны в контексте теории нормированных пространств напряжений [1]. Модифицированные КЭ были специально разработаны для расчёта конструкций, составленных из геометрических элементов средней толщины [3, 9] с учётом поперечного сдвига. Они позволяют получать результаты, которые не уступают по точности и трудоёмкости применения существенно более сложным четырёхугольным элементам, включая элементы с промежуточными узлами. При этом на геометрию системы не накладывается никаких дополнительных ограничений [9].

Рассмотрим физические соотношения для материалов чувствительных к виду напряженного состояния [1] и формулировку КЭ по аналогии с работами [2, 3].

Цель исследования заключается в разработке усовершенствованной методики прочностного анализа на основе расчета методом конечных элементов комбинированных систем в форме здания на многослойном упругопластическом основании.

Задачи исследования заключаются в получении количественных оценок, а также сравнение результатов с другими распространенными методами определения напряжённо-деформированного состояния железобетонного жилого здания, расположенного на основании из нескольких слоёв скального грунта, с учётом комплекса нагрузок, включающих сейсмические и ветровые воздействия.

2. Материалы и методы

В работах [1, 2] показано, что потенциал деформаций W_I для начально-изотропного разносопротивляющегося материала, имеет вид:

$$W_I = (A_e + B_e \xi) \sigma^2 + (C_e + D_e \xi + E_e \eta \cos 3\varphi) \tau^2 + \left[(A_p + B_p \xi) \sigma^2 + (C_p + D_p \xi + E_p \eta \cos 3\varphi) \tau^2 \right]^n; \quad (1)$$

где $A_e, \dots, E_e, A_p, \dots, E_p$ – константы для формы потенциала W_I (A_e, \dots, E_e – для нелинейной, для квазилинейной части – A_p, \dots, E_p);

$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma$ – компоненты девиатора напряжений;

$\sigma = \delta_{ij} \sigma_{ij} / 3$, $\tau = \sqrt{S_{ij} S_{ij} / 3}$ – октаэдрические напряжения;

σ_{ij} – компоненты тензора напряжений;

δ_{ij} – символ Кронекера;

$\xi = \cos \psi = \sigma / S_0$, $\eta = \sin \psi = \tau / S_0$ – нормированные октаэдрические напряжения;

$\cos 3\varphi = \sqrt{2} \det(S_{ij}) / \tau^3$ – фазовая характеристика;

$S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$ – модуль вектора полного напряжения.

Связь между деформациями и напряжениями может быть установлена посредством применения формул Кастильяно к потенциалу (1):

$$e_{kk} = \frac{\partial W_1}{\partial \sigma_{kk}}; \gamma_{ij} = \frac{\partial W_1}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (i, j, k = 1, 2, 3. i \neq j). \quad (2)$$

Тогда связь деформаций и напряжений, полученная применением формул (2) к потенциалу (1), может быть записана в матричной форме, как:

$$\{e\} = [A]\{\sigma\}. \quad (3)$$

где $[A]$ – симметричная матрица размером 5×5 (при расчете можно пренебречь σ_{33} , при рассмотрении плоских элементов [3]).

Для более общего случая (объемных элементов), для начально-изотропной деформируемой среды [2, 3] (здесь используется для расчета НДС грунтового основания), матричное выражение (3) можно записать как:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23}\}^T; \{e\} = \{e_{11}, e_{22}, e_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{13}, \gamma_{23}\}; [A] = [A_{ijkm}], \quad (4)$$

где A_{ijkm} ($i, j, k, m = 1, 2, 3$) – компоненты симметричной матрицы $[A]$, описанные в работах [2, 3].

Авторы создали улучшенную версию треугольного гибридного конечного элемента с 15-ю степенями свободы (5 на каждый узел, опущен угол поворота вокруг нормальной к плоскости КЭ оси). Эта модификация основана на теории деформирования и прочности начально-изотропных материалов, качественно проявляющих чувствительность к виду напряженного состояния [1]. Поддерживается учет продольных усилий и деформаций поперечного сдвига, что позволяет заметно расширить спектр решаемых задач механики строительных конструкций. Основные процедуры, связанные с непосредственным вычислением матрицы жёсткости КЭ, можно увидеть, к примеру, в работе [2].

Для того чтобы достоверно предсказать механическое поведение железобетонных элементов конструкции, нужно создать корректную математическую модель, которая будет достаточно точно описывать взаимодействие бетона и арматуры на разных этапах работы. В связи с чем, используются технические допущения, введенные в работах [2, 3], которые соответствуют следующим основным требованиям к расчётной модели: конечные элементы могут быть условно разделены на фиктивные слои по толщине следующих типов: а) бетонные слои без трещин; б) бетонные слои с трещинами; в) армированные (ж/б) слои без трещин; г) армированные (ж/б) слои с трещинами; д) слои с пересекающимися трещинами; влияние растянутого бетона учитывается посредством использования коэффициента В.И. Мурашева и коэффициентом повреждённости бетона [2, 3]; арматура представлена в виде «размытого» слоя, с учётом различного армирования в разных направлениях (учитывается посредством использования разных коэффициентов армирования); критерий прочности бетона в каждом фиктивном слое определяется условием П.П. Баландина [3].

Бетонные слои без трещин. Здесь используется связь деформаций с напряжениями, в форме уравнения (3). Матрица упругости $[B]$ для каждого из слоев определяется как обратная к матрице податливостей. Специфические выражения для элементов матрицы податливости $[A]$ размером 5×5 , полученные при помощи выражений (2) приведены в работе [3]. Соответственно для получения связи напряжений с деформациями, уравнение (3) переписывается следующим образом, через матрицу $[B]$:

$$\{\sigma\} = [B]\{e\}. \quad (5)$$

Бетонные слои с трещиной. Условие возникновения трещин (П.П. Баландина)

$$\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + 3 \cdot (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2) - (\sigma_{11} \sigma_{22}) - (R_{сжат} - R_{раст})(\sigma_{11} + \sigma_{22}) - R_{раст} R_{сжат} > 0, \quad (6)$$

где $R_{раст}, R_{сжат}$ – пределы прочности бетона при осевом растяжении/сжатии соответственно;

σ_{ii}, τ_{ij} – напряжения в бетоне центре фиктивного слоя на момент трещинообразования.

При срабатывании условия прочности, в бетонном слое образуется трещина (в направлении, которое может быть задано углом между нормалью к трещине и осью X_1 :

$\chi_1 = \arctg[(\sigma_{1mp} - \sigma_{11}) / \tau_{12}]$ [3]), которая проходит вдоль участков, перпендикулярных направлению наибольшего из главных растягивающих напряжений, определяемого по формуле для двухосного напряжённого состояния:

$$\sigma_{1mp} = \frac{1}{2}[\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2}].$$

Так как после образования трещины материал фактически можно считать ортотропным, то принятые потенциальные соотношения останутся применимы исключительно к направлениям, параллельным трещинам, где не нарушена целостность бетонной структуры. В связи с этим, в указанном направлении нелинейные свойства бетона будут эффективно определяться посредством аппроксимации секущим модулем упругости $E_{c,бет}$ и секущим коэффициентом поперечных деформаций $\nu_{c,бет}$, которые могут быть получены из уравнения:

$$e_{22}^* = A_{12}^* \sigma_{11}^* + A_{22}^* \sigma_{22}^* = \frac{(\sigma_{22}^* - \nu_{c,бет} \sigma_{11}^*)}{E_{c,бет}},$$

где σ_{ij}^* – напряжения в бетоне в ортогональной системе координат $X_1^* O X_2^*$ (повернутой относительно исходной системы на величину угла возникновения трещины χ_1);

$$\nu_{c,бет} = \frac{-A_{12}^*}{A_{22}^*}; \quad E_{c,бет} = \frac{1}{A_{22}^*};$$

где A_{12}^* , A_{22}^* – составляющие матрицы податливостей, получаемые по формулам для фиктивных бетонных слоев без трещин. Используя указания, приведенные в работе [3], и выполнив обратную трансформацию в исходную систему координат, получим матрицу упругости для треснувшего бетона $[A^c]^{-1} = [B^c]$.

Матрица податливости для фиктивного слоя примет вид:

$$[A^c]^{-1} = [B^c] = \begin{bmatrix} B_{11}^c & B_{12}^c & B_{16}^c & 0 & 0 \\ & B_{22}^c & B_{26}^c & 0 & 0 \\ & & B_{66}^c & 0 & 0 \\ \text{симметр} & & & B_{44}^c & 0 \\ & & & & B_{55}^c \end{bmatrix}.$$

$$B_{11}^c = B_{22}^* \sin^4 \chi_1; \quad B_{12}^c = B_{22}^* \sin^2 \chi_1 \cos^2 \chi_1; \quad B_{16}^c = B_{22}^* \cos \chi_1 \sin^3 \chi_1; \quad B_{22}^c = B_{22}^* \cos^4 \chi_1; \\ B_{44}^c = B_{55}^* \sin^2 \chi_1; \quad B_{55}^c = B_{55}^* \cos^2 \chi_1; \quad B_{66}^c = 4B_{22}^* \sin^2 \chi_1 \cos^2 \chi_1.$$

Армированные слои без трещин. Основываясь на ранее предложенных гипотезах технического характера, которые заметно упрощают вычислительный процесс, принимаем, что напряжения в данном типе фиктивных слоев представляет собой сумму напряжений в арматуре и бетоне. Это позволяет определить матрицу упругости для данного типа фиктивных слоев. Компоненты матрицы упругости $[B] = [A]^{-1}$ в выражении ниже определяются по формулам для неармированных слоев, где вместо полных напряжений σ_{ij} должны быть использованы напряжения в бетоне $\sigma_{ij,бет}$.

$$[B_{арм}] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_{55} \end{bmatrix}; \quad [B] = [A]^{-1} + [B_{арм}]; \quad (7)$$

$$B_{11} = \mu_{11} \frac{E_{c,арм}}{1 - \nu_{c,арм}^2 \mu_{11}}; \quad B_{33} = \mu_{11} \frac{E_{c,арм}}{1 + \nu_{c,арм} \mu_{11}} + \mu_{22} \frac{E_{c,арм}}{1 + \nu_{c,арм} \mu_{22}}; \quad B_{55} = \mu_{11} \frac{E_{c,арм}}{1 + \nu_{c,арм} \mu_{11}};$$

$$B_{44} = \mu_{22} \frac{E_{c,арм}}{1 + \nu_{c,арм} \mu_{22}}; B_{12} = \mu_{11} \frac{E_{c,арм} \nu_{c,арм}}{1 - \nu_{c,арм}^2 \mu_{11}}; B_{21} = \mu_{22} \frac{E_{c,арм} \nu_{c,арм}}{1 - \nu_{c,арм}^2 \mu_{22}}; B_{22} = \mu_{22} \frac{E_{c,арм}}{1 - \nu_{c,арм}^2 \mu_{22}}.$$

В выражении (7): $E_{c,арм}$, $\nu_{c,арм}$ – модули упругости и коэффициенты поперечной арматуры; $\mu_{11} = A_{арм,i} / S_{i11} h_{арм}$ и $\mu_{22} = A_{арм,i} / S_{i22} h_{арм}$ – коэффициенты армирования; причем $h_{арм}$ – суммарная толщина армированных слоев; S_{i11} , S_{i22} – шаг арматуры в двух перпендикулярных направлениях; $A_{арм,i}$ – площадь сечения арматурного стержня.

Армированные слои с трещиной. По аналогии с бетонным слоем с трещиной, введем условие прочности:

$$\sigma_{бет,11}^2 + \sigma_{бет,22}^2 + 3 \cdot (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2) - (\sigma_{бет,11} \sigma_{бет,22}) - (R_{раст} - R_{сжат}) (\sigma_{бет,11} + \sigma_{бет,22}) - R_{раст} R_{сжат} > 0. \quad (8)$$

Направление развития трещины: $\chi_1 = \arctg[(\sigma_{1mp} - \sigma_{бет,11}) / \tau_{12}]$, где σ_{1mp} – наибольшие из главных растягивающих напряжений в несущем слое бетона. Учитывая это, получим:

$$e_{22}^* = A_{12}^* \sigma_{бет,11}^* + A_{22}^* \sigma_{бет,22}^* = (\sigma_{бет,22}^* - \nu_{бет} \sigma_{бет,11}^*) / E_{c,бет}, \quad (9)$$

т.е. $E_{c,бет} = 1 / A_{22}^*$; $\nu_{c,бет} = -A_{12}^* / A_{22}^*$, $\sigma_{бет,11}^*$, $\sigma_{бет,22}^*$ – напряжения в бетоне (рассчитанные в ортогональной системе координат $X_1^* O X_2^*$, повернутой на угол χ_1 , относительно исходной системы); A_{12}^* , A_{22}^* – составляющие матрицы податливости, получаемые из формул [3], в которых σ_{11} и σ_{22} требуется подменить напряжениями вычисленными в системе координат $X_1^* O X_2^*$.

Тогда связь между напряжениями и деформациями примет вид:

$$\{e^*\} = [A^*] \{\sigma_B^*\}, \quad \begin{cases} \{e^*\} = \{e_{11}^*, e_{22}^*, \gamma_{12}^*, \gamma_{13}^*, \gamma_{23}^*\}^T; \\ \{\sigma_B^*\} = \{\sigma_{бет11}^*, \sigma_{бет22}^*, \tau_{бет12}^*, \tau_{бет13}^*, \tau_{бет23}^*\}^T; \end{cases} \quad (10)$$

$$[A^*] = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ & A_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\ & & A_{66}^* & 0 & 0 \\ & & & A_{44}^* & 0 \\ & & & & A_{55}^* \end{bmatrix}; \quad \begin{cases} A_{11}^* = \frac{1}{E_{c,бет} \omega}; A_{12}^* = -\frac{\nu_{c,бет}}{E_{c,бет}}; A_{22}^* = \frac{1}{E_{c,бет}}; \\ A_{44}^* = A_{66}^* = \frac{2(1 + \nu_{c,бет})}{E_{c,бет} \omega}; A_{55}^* = \frac{2(1 + \nu_{c,бет})}{E_{c,бет}}; \end{cases}$$

здесь $E_{c,бет} \omega$ – секущий модуль упругости (модуль деформации для бетона) в направлении оси X_1^* , где ω – функция повреждаемости бетона, изменяющаяся в диапазоне от 0 до 1. Следуя аналогии с треснувшими неармированными слоями, можно получить выражения для матрицы ортотропного материала $[A^c]$.

Матрица упругости для арматуры рассматриваемого типа армированного слоя в исходной ортогональной системе координат $X_1 O X_2$ будет иметь вид (11).

$$[B_S^c] = \begin{bmatrix} B_{арм1,1}^c & B_{арм1,2}^c & 0 & 0 & 0 \\ B_{арм2,1}^c & B_{арм2,2}^c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{арм3,3}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_{арм4,4}^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_{арм5,5}^c \end{bmatrix}. \quad (11)$$

$$B_{арм3,3}^c = \frac{\mu_{11} E_{c,арм} \lambda_{11}}{(1 + \nu_{c,арм} \mu_{11}) \lambda_{11} \text{ctg}^2 \chi_1} + \frac{\mu_{22} E_{c,арм} \lambda_{22}}{(1 + \nu_{c,арм} \mu_{22}) \lambda_{22} \text{tg}^2 \chi_1}, \quad B_{арм4,4}^c = \frac{\mu_{22} E_{c,арм} \lambda_{22}}{(1 + \nu_{c,арм} \mu_{22}) \lambda_{22} \text{ctg}^2 \chi_1},$$

$$B_{арм 5,5}^c = \frac{\mu_{11} E_{c,арм 11} \chi_{11}}{(1 + \nu_{c,арм 11} \mu_{11}) \lambda_{11} \operatorname{tg}^2 \chi_1}, B_{арм 1,1}^c = \mu_{11} \frac{E_{c,арм 11} \chi_{11}}{(1 - \nu_{c,арм 11}^2 \mu_{11}) \lambda_{11}}; B_{арм 1,2}^c = \mu_{11} \frac{E_{c,арм 11} \nu_{c,арм 11} \chi_{11}}{(1 - \nu_{c,арм 11}^2 \mu_{11}) \lambda_{11}}$$

$$;$$

$$B_{арм 2,1}^c = \mu_{22} \frac{E_{c,арм 22} \nu_{c,арм 22} \chi_{22}}{(1 - \nu_{c,арм 22}^2 \mu_{22}) \lambda_{22}}; B_{арм 2,2}^c = \mu_{22} \frac{E_{c,арм 22} \chi_{22}}{(1 - \nu_{c,арм 22}^2 \mu_{22}) \lambda_{22}};$$

$$\chi_{11} = 1 + \frac{\mu_{11} (1 - \lambda_{11} \psi_{арм}) E_{c,арм} \cos^2 \chi_1}{E_{c,бет}};$$

$$\chi_{22} = 1 + \frac{\mu_{22} (1 - \lambda_{22} \psi_{бет}) E_{c,арм} \sin^2 \chi_1}{E_{c,бет}}; \lambda_{11} = \frac{\eta_{\tau} \mu_{11}}{\eta_{\tau} \mu_{11} + \mu_{22} \operatorname{ctg}^2 \chi_1}; \lambda_{22} = \frac{\eta_{\tau} \mu_{22}}{\eta_{\tau} \mu_{22} + \mu_{11} \operatorname{tg}^2 \chi_1}.$$

В формулах выше: $E_{c,арм kk}$ – секущие модули деформаций арматуры, расположенной вдоль ортогональных осей X_1 и X_2 ; $\nu_{c,арм kk}$ – секущий коэффициент поперечных деформаций арматуры ($k=1,2$); η_{τ} – коэффициент, который принимает во внимание повышенную восприимчивость арматурных стержней к влиянию тангенциальных смещений в бетонном объеме в окрестности трещины принимается равным $\eta_{\tau} \approx 16$ [2].

Расчет модулей секущих модулей упругости арматуры, выполняется следующим образом (σ_p – предел текучести арматуры):

$$E_{c,арм kk} = \begin{cases} E_{c,арм} & \text{при } \sigma_{арм kk} < \sigma_p \mu_{kk}; \\ \frac{\sigma_p}{e_{kk}} & \text{при } \sigma_{арм kk} \geq \sigma_p \mu_{kk}. \end{cases}$$

С учетом, что $[B_{бет}^c] = [A^c]^{-1}$, матрица упругости для армированного железобетонного слоя будет выглядеть так:

$$[B] = [B_{бет}^c] + [B_{арм}^c]. \quad (12)$$

Для конкретизации способа учета треснувшего армированного слоя, используется функция поврежденности ω , определяемая через параметр В.И. Мурашева $\psi_{арм}$, который позволяет учесть работу растянутого бетона на участках между трещинами [3, 4]:

$$\psi_{арм} = \frac{E_{арм N}}{(E_{c,бет} \omega + E_{арм N})}, \quad (13)$$

где E_{SN} – модуль упругости для арматуры в нормальном направлении к трещине,

$$E_{c,арм N} = E_{c,арм 11} \mu_{11} \cos^4 \chi_1 + E_{c,арм 22} \mu_{22} \sin^4 \chi_1. \quad (14)$$

Решая совместно уравнения (13) и (14) относительно функции поврежденности, выражение для нее записывается:

$$\omega = (E_{c,арм 11} \mu_{11} \cos^4 \chi_1 + E_{c,арм 22} \mu_{22} \sin^4 \chi_1) (1 / \psi_{арм} - 1) / E_{c,бет}. \quad (15)$$

Параметр $\psi_{арм}$ вычисляется с использованием следующей формулы [3]:

$$\psi_{арм} = 1 - 0,7 R_{раст} / \sigma_{11}^*, \quad (16)$$

подразумевается, что $\sigma_{бет 11}^* = 0,7 R_{раст}$, а $\sigma_{11}^*, \sigma_{бет 11}^*$ – нормальные напряжения в железобетоне и бетоне на площадках, совпадающих с трещиной. Выражение для $\sigma_{бет 11}^*$ с учетом правил преобразования координат для напряжений $\sigma_{бет ij}$ можно записать как нелинейное уравнение относительно параметра ω , которое решается при помощи метода последовательных приближений [2, 3]:

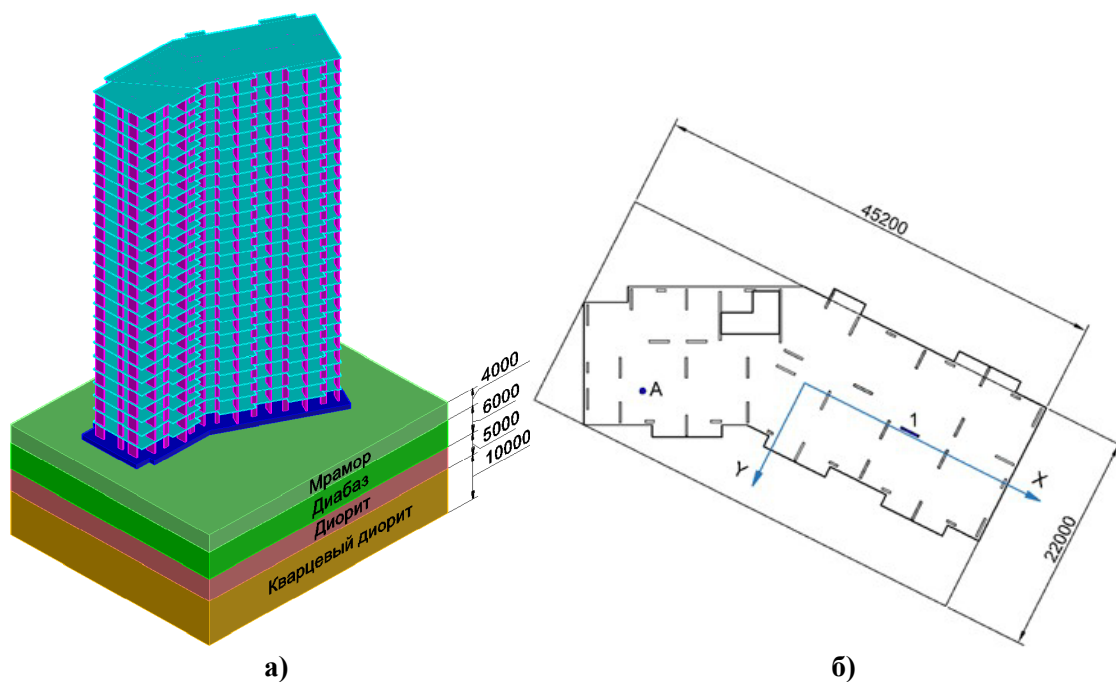
$$\begin{aligned} & (B_{\delta em11}^c e_{11} + B_{\delta em12}^c e_{22} + B_{\delta em16}^c \gamma_{12}) \cos^2 \chi_1 + \\ & (B_{\delta em12}^c e_{12} + B_{\delta em22}^c e_{22} + B_{\delta em26}^c \gamma_{12}) \sin^2 \chi_1 + \\ & + (B_{\delta em16}^c e_{11} + B_{\delta em26}^c e_{26} + B_{\delta em66}^c \gamma_{12}) \sin 2\chi_1 = 0,7R_{расч}. \end{aligned} \tag{17}$$

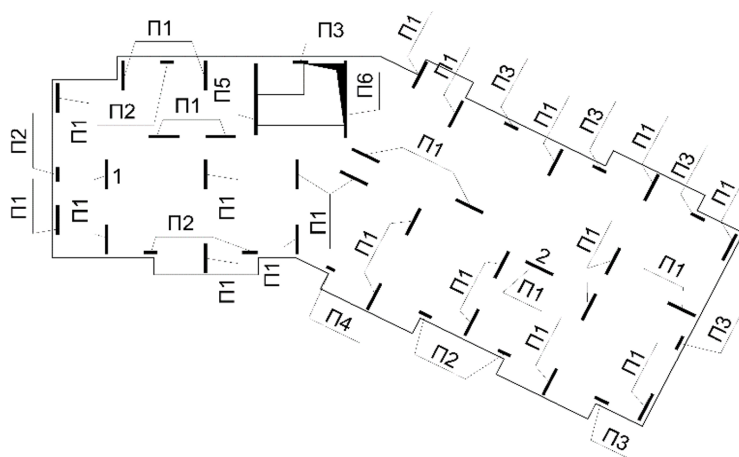
Армированные слои с пересекающимися трещинами. С учетом принятой модели для армированного слоя с трещинами и технических гипотез будет справедливо следующее соотношение:

$$[B] = [B_{арм}^c]. \tag{18}$$

Моделирование скальных грунтов. Проведенный анализ распространенных моделей представления грунтового многослойного основания показал, что модели, основанные на трехмерной теории упругости и учитывающие нелинейные свойства грунта, демонстрируют наилучшие результаты в экспериментах и практике [11-13]. В работах авторов исследования для моделирования грунтового основания предложен 4-х узловой КЭ в виде тетраэдра с тремя трансляционными степенями свободы на узел [3]. Информация о выводе матрицы жесткости этого КЭ и его апробации в исчерпывающем виде представлена в монографии [1]. Авторами получены новые аппроксимации и соответствующие им постоянные потенциала деформаций (1) для мрамора, диабаз, диорита и кварцевого диорита Д-2, с использованием данных из работ А.Н. Ставрогина и А.Г. Протосени [14] по методике, предложенной в работе [1]. Константы потенциала для материала несущих конструкций (бетона) получены ранее в работах авторов и приводятся в работе [2]. Рассчитанные константы потенциала W_I для слоев скального грунта приведены в табл. 1. Мощности грунтовых слоев основания показаны на рис. 1.

При моделировании расчетной схемы здания деформирование несущих конструкций предусматривает процесс их разрушения, а прочностные свойства грунтового многослойного основания вычисляются на основе определяющих соотношений (1) [1] как для начально-изотропного нелинейного материала. Выполнен расчет для особых сочетаний нагрузок №1 и №2. В настоящей статье приведены результаты расчета вертикальных и горизонтальных перемещений в точке А и пилоне 1 (см. рис. 1).





в)

Рис. 1. Рассматриваемое здание (иллюстрация авторов):

а) Общий вид модели; б) План типового этажа здания, в) Схема расположения пилонов

Fig. 1. The building under consideration (illustration by the authors):

a) General view of the model; b) Typical floor plan of the building; c) Pylon layout plan

Таблица 1

Константы потенциала деформаций

Константы потенциала	Бетон $R_b=28,4$ МПа	Мрамор	Диабаз	Диорит	Кварцевый диорит
n	2,75	7,1	3,18	2,46	2,88
$A_e, \text{МПа}^{-1}$	$6,533 \cdot 10^{-5}$	$1,567 \cdot 10^{-5}$	$6,816 \cdot 10^{-6}$	$6,469 \cdot 10^{-6}$	$6,947 \cdot 10^{-6}$
$B_e, \text{МПа}^{-1}$	$9,961 \cdot 10^{-6}$	$5,236 \cdot 10^{-5}$	$2,502 \cdot 10^{-5}$	$2,409 \cdot 10^{-5}$	$2,624 \cdot 10^{-5}$
$C_e, \text{МПа}^{-1}$	$1,090 \cdot 10^{-4}$	$-2,926 \cdot 10^{-5}$	$-1,432 \cdot 10^{-5}$	$-1,383 \cdot 10^{-5}$	$-1,512 \cdot 10^{-5}$
$D_e, \text{МПа}^{-1}$	$3,493 \cdot 10^{-5}$	$-3,024 \cdot 10^{-5}$	$-1,54 \cdot 10^{-5}$	$-1,496 \cdot 10^{-5}$	$-1,644 \cdot 10^{-5}$
$E_e, \text{МПа}^{-1}$	$8,829 \cdot 10^{-6}$	$-7,819 \cdot 10^{-6}$	$-3,401 \cdot 10^{-6}$	$-3,228 \cdot 10^{-6}$	$-3,466 \cdot 10^{-6}$
$A_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$1,682 \cdot 10^{-3}$	$7,967 \cdot 10^{-6}$	$2,971 \cdot 10^{-6}$	$5,401 \cdot 10^{-6}$	$6,079 \cdot 10^{-7}$
$B_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$1,609 \cdot 10^{-3}$	$9,178 \cdot 10^{-5}$	$1,643 \cdot 10^{-5}$	$2,401 \cdot 10^{-5}$	$2,468 \cdot 10^{-6}$
$C_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$1,376 \cdot 10^{-3}$	$2,213 \cdot 10^{-6}$	$1,123 \cdot 10^{-6}$	$2,224 \cdot 10^{-6}$	$-1,141 \cdot 10^{-7}$
$D_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$2,008 \cdot 10^{-3}$	$1,271 \cdot 10^{-5}$	$1,207 \cdot 10^{-6}$	$1,259 \cdot 10^{-6}$	$1,271 \cdot 10^{-6}$
$E_p, \text{МПа}^{(1-2n)/n}$	$1,412 \cdot 10^{-4}$	$-1,424 \cdot 10^{-5}$	$-2,927 \cdot 10^{-6}$	$-4,457 \cdot 10^{-6}$	$-5,427 \cdot 10^{-8}$

3. Результаты и обсуждение

В работах авторов [3] представлен оригинальный расчетный метод, который позволяет рассмотреть задачу моделирования многоэтажного здания на деформируемом основании, объединенных в единый объект. Как показали прикладные исследования данных алгоритм вполне эффективен для рассматриваемой задачи по расчету комбинированной системы при условии воздействия сложного нагружения. Рассмотрим модель жилого здания (в составе системы «здание-основание») и сбор нагрузок на него в соответствии с нормативной документацией (СП 14.13330.2018, СП 20.13330.2016) и информацией, приведенной в исследовании [15].

На рис. 2 представлен план 26-ярусного здания сложной геометрической формы. Все этажи имеют одинаковую планировку и высоту (3 м). Узлы основных несущих конструкций, состоящих из вертикальных пилонов П1-П6 (толщина пилонов – 0,3 м), плит перекрытий (толщина 0,3 м) имеют между собой жесткое сопряжение. Длина пилонов П1 – 1 м, П2 – 0,9 м, П3 – 0,8 м, П4 – 0,6 м, П5 – 4,85 м, П6 – 5,25 м. Схема пилонов показана на рис. 1. Основной материал – бетон с пределом прочности на сжатие 28,4 МПа, армирование выполнено стержнями класса (сетки) А400 (предел текучести $\sigma_p = 390$ МПа, модуль упругости $E_s = 20000$ МПа), диаметрами 12 мм для перекрытий и пилонов и 16 мм для фундаментной плиты. Нормативная полезная нагрузка на перекрытие принята равной 1,5 кПа как для квартир жилых зданий согласно СП 20.13330.2016.

Сбор нагрузок на плиты перекрытия q_{floor} и фундаментную плиту q_{found} в полном объеме приведены в табл. 2. Нагрузка на покрытие здания q_{roof} с учетом снеговой нагрузки принята для I снегового района согласно СП 20.13330.2016. Нагрузка от веса пилонов принимается распределенной по длине интенсивностью 7,5 кН/м. Схема приложения статических и динамических нагрузок показана на рис. 2. Значение ветровой нагрузки w принята как сумма средней w_m и пульсационной составляющих w_p . Динамические нагрузки приняты для ветрового района II ($W_n, n=1,2$; рис. 2), сейсмичность строительной площадки, определяемая в зависимости от района строительства и категории грунта по сейсмическим свойствам согласно СП 14.13330.2018, составляет 7 баллов (S_x, S_y , рис. 2).

Основные сочетания нагрузок: 1. $C_m = P_d + 1 \cdot P_1$, 2. $C_m = P_d + 1 \cdot P_2$, 3. $C_m = P_d + 1 \cdot W_y$, 4. $C_m = P_d + 1 \cdot W_x$, 5. $C_m = P_d + 1 \cdot P_1 + 0,9 \cdot P_2$, 6. $C_m = P_d + 1 \cdot P_1 + 0,9 \cdot W_y$, 7. $C_m = P_d + 1 \cdot P_2 + 0,9 \cdot W_y$, 8. $C_m = P_d + 1 \cdot P_1 + 0,9 \cdot W_x$, 9. $C_m = P_d + 1 \cdot P_2 + 0,9 \cdot W_x$, 10. $C_m^{10} = P_d + 1 \cdot P_1 + 0,9 \cdot P_2 + 0,7 \cdot W_y$, 11. $C_m^{11} = P_d + 1 \cdot P_1 + 0,9 \cdot P_2 + 0,7 \cdot W_x$; особые сочетания: 1. $C_m^{особое} = 0,9 \cdot P_d + 0,5 \cdot P_1 + 0,5 \cdot P_2 + S_x$, 2. $C_m^{особое} = 0,9 \cdot P_d + 0,5 \cdot P_1 + 0,5 \cdot P_2 + S_y$.

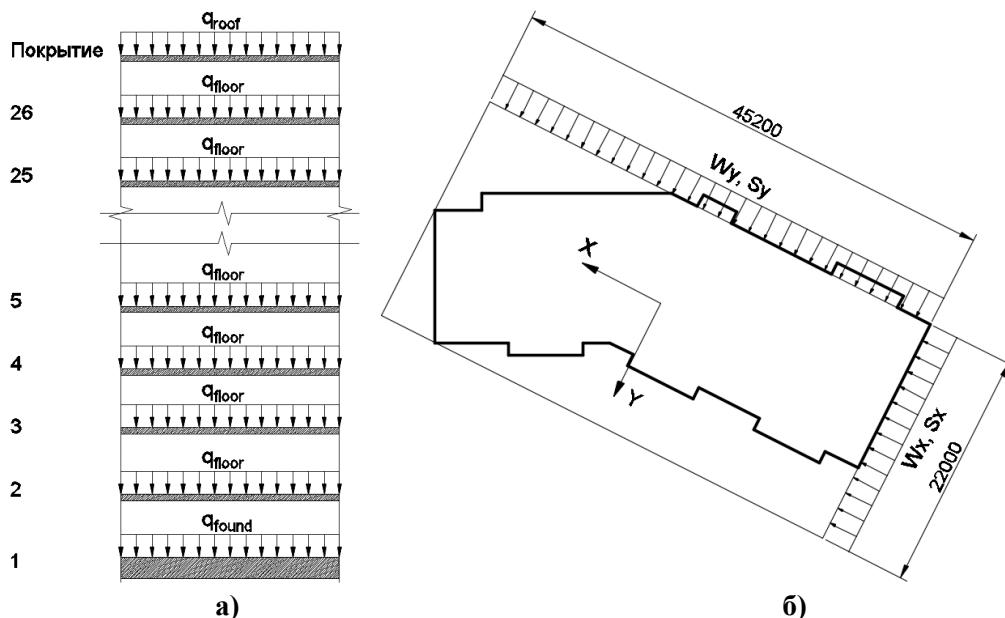


Рис. 2. Схемы приложения нагрузок (иллюстрация авторов)
 а) Вертикальные нагрузки; б) Горизонтальные нагрузки
 Fig. 2. Load application schemes (illustration by the authors)
 a) Vertical loads; b) Horizontal loads

Таблица 2

Сводная таблица с величинами нагрузки

Нагрузка	Нормативная нагрузка q_i^n , кПа	Коэффициент надежности γ_f	Расчетная нагрузка q_i , кПа
Нагрузка на перекрытие			
Вес пола: (напольное покрытие + стяжка $h=50$ мм, $\rho=1800$ кг/м ³)	1,35	1,2	1,62
Ж/б сплошная плита перекрытия $\rho=2500$ кг/м ³ , $h=300$ мм	7,5	1,1	8,25
ИТОГО постоянная нагрузка на перекрытие q_{floor}	8,65		9,87
Полезная нагрузка P_1	1,5	1,3	1,95
Итого нагрузка на перекрытие q_{floor}			11,8

Окончание таблицы 2

Нагрузка на фундаментную плиту			
Вес пола: (напольное покрытие + стяжка $h=50$ мм, $\rho=1800$ кг/м ³)	1,35	1,2	1,62
Ж/б фундаментная плита $\rho= 2500$ кг/м ³ , $h=1$ м	25	1,1	27,5
ИТОГО постоянная нагрузка на фундаментную плиту q_{found}	26,35		29,12
Полезная нагрузка P_1	1,5	1,3	1,95
Итого нагрузка на плиту			31,07
Нагрузки на покрытие			
Гидроизоляция наплавляемая 3 слоя $\rho=0,05$ кН/м ² + утеплитель $\rho= 200$ кг/м ³ , $h=30$ мм	0,75	1,3	0,975
Ц.п. стяжка $h=50$ мм, $\rho=1800$ кг/м ³	0,9	1,2	1,08
Ж/б сплошная плита покрытия $\rho= 2500$ кг/м ³ , $h=0,3$ м	7,5	1,1	8,25
ИТОГО постоянная нагрузка на покрытие q_{found}	9,15		10,3
Снеговая нагрузка (I снеговой район) P_2	0,5	1,4	0,7
ИТОГО нагрузка на покрытие q_{roof}	10,65		11

На рис. 3 и 4 показаны результаты расчетов перемещений в сравнении с аналогичными, полученные в системе ANSYS APDL R2023.1 с использованием нелинейных диаграмм для материалов (основание, надземные конструкции). Расчет выполнен в 4-х вариантах: 1) модель разносопротивляемости [1, 2], учтенная с помощью потенциала в форме (1), 2) тоже, с усредненными свойствами на растяжение и сжатие, 3) ANSYS – нелинейная работа материала, с учетом различной работы на растяжение и сжатие, 4) ANSYS – нелинейная диаграмма деформирования бетона, без учета различной работы при растяжении и сжатии.

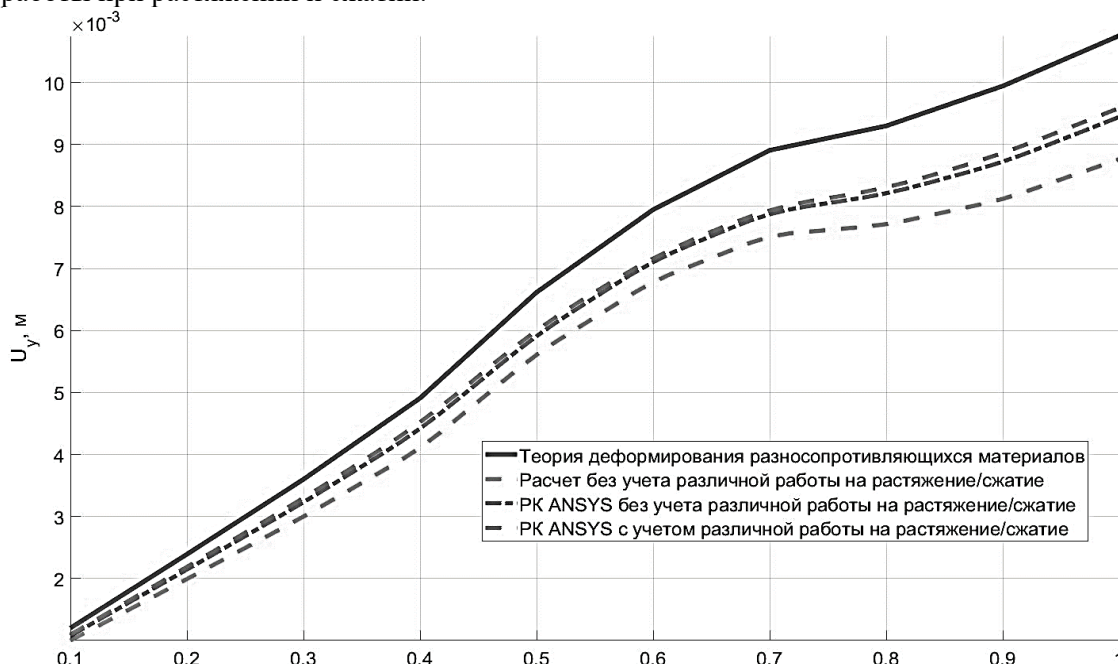


Рис. 3. Горизонтальные смещения от величины нагружения (в %) в пилоне 1 (рис. 1), м (иллюстрация авторов)

Fig. 3. Horizontal displacements from the loading value (in %) in pylon 1 (Fig. 1), m (illustration by the authors)

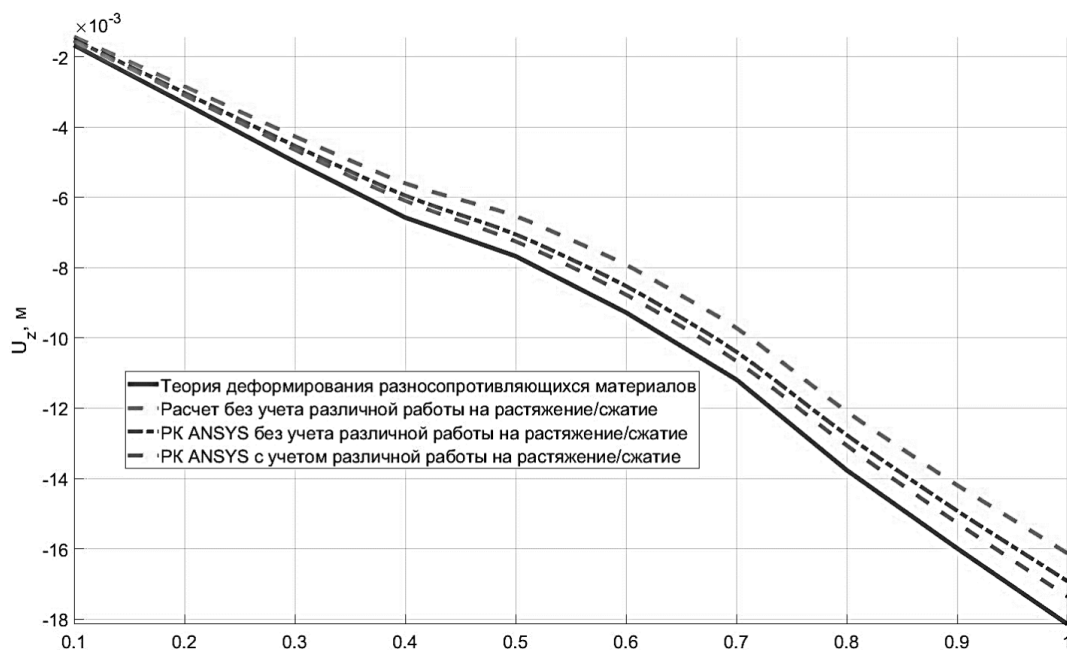


Рис. 4. Вертикальные перемещения от величины нагружения (в %) в точке А (рис. 1), м (иллюстрация авторов)

Fig. 4. Vertical movements from the loading value (in %) at point A (Fig. 1), m (illustration by the authors)

На рис. 3 показаны графики развития вертикальных перемещений (или прогибов) в плите перекрытия 20-ого этажа (точка А, рис. 1) и горизонтальных перемещений (рис. 4) в пилоне 1 (20-ый этаж, рис. 1) вдоль оси ОУ (см. рис. 1). Приводятся графики зависимости соответствующих перемещений от доли суммарного нагружения на каждом шаге для $C_m^{особое}$ особого сочетания №1 в одинаковой пропорции для всех его компонент: $0,9 \cdot P_d$, $0,5 \cdot P_1$, $0,5 \cdot P$ и S_x . Разница для вычисленных перемещений составила до 21% для горизонтальных перемещений и до 14% для прогибов.

4. Заключение

Разработана новая усовершенствованная методика прочностного анализа на основе расчета методом конечных элементов комбинированных систем в форме здания на многослойном упругопластическом основании. Проведя анализ массива данных, полученных в результате расчёта НДС совместно работающей системы «здание-основание», можно с уверенностью утверждать, что применяемые модели для расчёта превосходят по своей эффективности ранее известные модели, интегрированные в популярные расчётные системы, благодаря учёту такого эффекта, как зависимость физико-механических свойств от типа напряжённого состояния. Предложенная модель способна эффективно учитывать повреждаемость в форме образования трещин, возникновение пластических деформаций в арматуре, а также эффект нагельного соединения для арматуры. Предлагаемые усовершенствованные гибридные конечные элементы оказались достаточно эффективными и универсальными с точки зрения практического применения.

Получены количественные оценки напряжённо-деформированного состояния железобетонного жилого здания, расположенного на основании из нескольких слоёв скального грунта, с учётом комплекса нагрузок, включающих сейсмические и ветровые воздействия, также учет повреждаемости. В частности, получены значения перемещений в отдельных конструктивных элементах рассматриваемого здания. По отношению к основному нелинейному расчету, при использовании теории деформирования разнородных материалов разница в результатах составила: для горизонтальных перемещений – до 21% по сравнению с расчетом с усредненными характеристиками на растяжение и сжатие и до 12-15% по отношению к моделям на базе PK ANSYS; для вертикальных перемещений (прогибов) – до 14% по сравнению с расчетом без усредненными характеристиками на растяжение и сжатие и до 6-8% по отношению к

моделям на базе ПК ANSYS. Полученные результаты позволяют сделать обоснованный вывод, что пренебрежение нелинейными зависимостями физико-механических характеристик материала и прочими «усложненными» свойствами, может вести к серьезным последствиям в виде ошибок и заметных погрешностей результатов прогнозирования характеристик НДС исследуемых конструкций.

Дальнейшим направлением исследований авторов является совершенствование методики учета динамических нагрузок на сооружения сложной геометрической формы, включение новых конструктивных элементов в модель здания, совершенствование модели представления многослойного деформируемого основания за счет использования нового типа объемных конечных элементов, а также ортотропии механических свойств составляющих основания.

Список литературы

1. Ковалев Д. Г., Трещев А. А. Исследование упругопластического деформирования разносопротивляющихся материалов // Изв. вузов. Строительство. 1999. № 8. С. 12-20.
Kovalev D. G., Treschev A. A. Study of elastic-plastic deformation of materials with different resistance // News of universities. Construction. 1999. No. 8. P. 12-20.
2. Трещёв А. А., Теличко В. Г. Теория деформирования пространственных железобетонных конструкций: монография. М.; Тула: Изд-во РААСН: Изд-во ТулГУ, 2019. 386 с.
Treschev A. A., Telichko V. G. Theory of deformation of spatial reinforced concrete structures: monograph. Moscow; Tula: Publishing house of RAACS: Publishing house of Tula State University, 2019. 386 p.
3. Treschev A. A., Telichko V. G., Zolotov N. V. Determination of strain-stress parameters of a multi-storey reinforced concrete building on an elastic foundation with allowance for different resistance of materials and cracking // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2019. Vol. 15. № 4. P. 150-163. DOI:10.22337/2587-9618-2019-15-4-150-163.
4. Иванов В. А., Кибец А. И., Кибец Ю. И. Конечно-элементная методика решения трехмерной задачи динамики конструкций, подкрепленных системой армирующих элементов // Проблемы прочности и пластичности. 2019. Т. 81. № 2. С. 191-201. DOI: 10.32326/1814-9146-2019-81-2-191-201
Ivanov V. A., Kibets A. I., Kibets Yu. I. Finite element technique for solving a three-dimensional problem of the dynamics of structures reinforced by a system of reinforcing elements // Problems of Strength and Plasticity. 2019. Vol. 81. No. 2. P. 191-201. DOI: 10.32326/1814-9146-2019-81-2-191-201
5. Мирсаяпов И.Т., Нуриева Д.М., Шакиров И.Ф. Исследование напряженно-деформированного состояния каркаса многоэтажного административного здания с учетом неравномерного деформирования свайного основания/ / Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2018. № 4 (46). С. 208-217.
Mirsayapov I. T., Nuriyeva D. M., Shakirov I. F. Study of the stress-strain state of the frame of a multi-story administrative building taking into account the uneven deformation of the pile foundation // News of Kazan State University of Architecture and Engineering. 2018. No. 4 (46). P. 208-217.
6. Wani K. S., Showkat R. Soil constitutive models and their application in geotechnical engineering: a review // International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). 2018. Vol. 07. Issue 04. P. 137-145.
7. Христич Д. В., Астапов Ю. В., Артюх Е. В., Соколова М. Ю. Численное моделирование напряжений в массиве глинистого грунта под фундаментом // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. 2019. № 4. С. 312-319.
Khristich D. V., Astapov Yu. V., Artyukh E. V., Sokolova M. Yu. Numerical modeling of stresses in a clayey soil massif under a foundation // Bulletin of Tula State University. Earth Sciences. 2019. No. 4. P. 312-319.

8. Трекин Н. Н., Кодыш Э. Н., Щедрин О. С. Совершенствование методов расчета несущих конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2023. № 8. С. 14-20. DOI: 10.33622/0869-7019.2023.08.14-20.
Trekin N. N., Kodysh E. N., Shchedrin O. S. Improvement of calculation methods of load-bearing structures // Industrial and civil engineering. 2023. No. 8. P. 14-20. DOI: 10.33622/0869-7019.2023.08.14-20.
9. Semenov V. A. Hybrid finite elements for analysis of shell structures: Proc. International Congress ICSS-98, Vol. 1, 22-26 June 1998 / Moscow, 1998. P. 244–251.9. Xu X., Dai Z.-H., Chen L.-J. et al. Nonlinear Elastic-Perfectly Plastic Model of Soil and its Numerical Implementation and Application // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2022. Vol. 59. P. 215-223. DOI: 10.1007/s11204-022-09804-9.
10. Agapov V., Markovich A. Nonlinear analysis of solid reinforced concrete structures with cracks // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2023. Vol. 19. No. 4. P. 14-26. DOI: 10.22337/2587-9618-2023-19-4-14-26.
11. Nguyen T. H. Dynamic analysis of reinforced concrete plate resting on elastic foundation using state space method and refined plate theory // CIVENSE. 2023. Vol. 6. No. 1. P. 84-89. DOI: 10.21776/ub.civense.2023.00601.10.
12. Saeed H. Effect of Soil Nonlinearity on Analysis of Raft Foundation // Civil and Environmental Engineering. 2022. Vol. 18. No. 1. P. 292-300. DOI: 10.2478/cee-2022-0027.
13. Сиразиев Л. Ф., Набиев Р. Р. Экспериментальные исследования влияния мощности слоев грунта на напряженно-деформированное состояние слоистого грунтового основания плитного фундамента // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2020. № 4 (54). С. 15-22.
Siraziev L. F., Nabiev R. R. Experimental studies of the influence of the thickness of soil layers on the stress-strain state of the layered soil base of the slab foundation // News of Kazan State University of Architecture and Engineering. 2020. No. 4 (54). P. 15-22.
14. Ставрогин А. Н., Протосеня, А. Г. Пластичность горных пород. М: Недра, 1979. 301 с.
Stavrogin A. N., Protosenya, A. G. Plasticity of rocks. Moscow: Nedra, 1979. 301 p.
15. Лодыгина Н. Д. Основы расчета строительных конструкций и сооружений // Машиностроение и безопасность жизнедеятельности. 2022. № 2 (44). С. 59-63.
Lodygina N. D. Fundamentals of calculation of building structures and facilities // Mechanical engineering and life safety. 2022. No. 2 (44). P. 59-63.

Информация об авторах

Трещев Александр Анатольевич, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РААСН, Тульский государственный университет, г. Тула, Российская Федерация

E-mail: taa58@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-8601-4021

Андронов Антон Максимович, аспирант, Тульский государственный университет, г. Тула, Российская Федерация

E-mail: double.a98@yandex.ru

Теличко Виктор Григорьевич, доктор технических наук, профессор, Тульский государственный университет, г. Тула, Российская Федерация

E-mail: katranv@yandex.ru, ORCID: 0009-0002-7898-8664

Information about the authors

Aleksandr A. Treshchev, doctor of technical sciences, professor, corresponding member of the RAACS, Tula State University, Tula, Russian Federation

E-mail: taa58@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-8601-4021

Anton M. Andronov, post-graduate student, Tula State University, Tula, Russian Federation

E-mail: double.a98@yandex.ru

Victor G. Telichko, doctor of technical sciences, professor, Tula State University, Tula, Russian Federation

E-mail: katranv@yandex.ru, ORCID: 0009-0002-7898-8664