



УДК 697.922.2

Ахмадиев Фаил Габдулбарович

доктор технических наук, профессор

E-mail: akhmadiev@kgasu.ru

Маланичев Игорь Вячеславович

кандидат технических наук, доцент

E-mail: mlnchv@bk.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Снижение потерь давления в вентиляционных каналах на основе решения задачи структурно-параметрической оптимизации

Аннотация

Постановка задачи. Целью работы является оценка возможности применения методов структурно-параметрической оптимизации для решения задачи снижения потерь давления в вентиляционных каналах в процессе проектирования систем вентиляции.

Результаты. Основные результаты исследования состоят в разработке подхода к решению задач структурно-параметрической оптимизации в процессе проектирования систем вентиляции. На первом этапе задача определения геометрических свойств области течения, оптимальных в соответствии с заданным критерием наименьших потерь давления формулируется как непараметрическая, где в качестве структурных переменных выступают значения пористости препятствующей течению фиктивной среды, распределение которой определяет геометрию области течения. Решение непараметрической задачи выполняется методом сопряженных уравнений. На втором этапе выполняется параметризация полученного решения небольшим числом структурных переменных, в качестве которых выступают координаты контрольных точек сплайнов, образующих контуры области течения. Решение параметрической формулировки задачи структурной оптимизации позволяет более точно учесть влияние турбулентности, особенно в пристеночной области течения. В качестве метода оптимизации использован генетический алгоритм. Результаты тестовых расчетов по оптимизации формы вентиляционного канала позволяют уменьшить потери давления в 4-6 раз.

Выводы. Значимость полученных результатов для строительной отрасли состоит в обосновании эффективности применения структурно-параметрической оптимизации для решения задач конструирования систем вентиляции с улучшенными аэродинамическими характеристиками.

Ключевые слова: потери давления, вентиляционные каналы, структурно-параметрическая оптимизация.

Введение

В процессе проектирования систем вентиляции одной из важнейших задач является снижение потерь давления. Потери давления в воздуховодах связаны с местными сопротивлениями в возмущающих элементах типа отводов, разветвлений, конфузоров вследствие перестройки и деформации потока, образованием вихревых течений при срыве потока с острых кромок конструкции, возникновением зон циркуляции, шероховатостью поверхностей. Уменьшить аэродинамическое сопротивление и потери давления возможно путем изменения формы области течения воздуха сглаживанием ограничивающих поверхностей, профилированием стенок каналов по очертаниям зон циркуляции, определяемым численными [1] или аналитическими [2] методами. Подобный подход позволяет улучшить аэродинамические свойства системы, но для достижения наилучшего результата при заданных условиях должна формулироваться и решаться задача оптимизации [3-5].

Целью работы является оценка возможности применения методов структурно-параметрической оптимизации для решения задачи снижения потерь давления в вентиляционных каналах в процессе проектирования систем вентиляции.

Методика структурно-параметрической оптимизации

Задачи структурной оптимизации для течения газа (жидкости) представляют собой определение геометрических свойств (размеров, формы, топологии) канала или обтекаемых тел, оптимальных в соответствии с заданными критериями [6-8]. Формулировка задач структурной оптимизации включает в себя структурные переменные, критерии и уравнения состояния. Структурные переменные – параметры, определяющие геометрию области течения, в качестве которых могут выступать характерные размеры, координаты контрольных точек, коэффициенты сплайнов, степень проницаемости среды. Критерии – целевые функции, выражающие улучшаемые характеристики течения и принимающие наибольшее или наименьшее значения. В качестве критериев выступают потери давления, расход воздуха, сопротивление течению, степень однородности потока в заданном сечении. Уравнения состояния – уравнения, описывающие процессы аэродинамики и теплопереноса, выступающие в роли условий-ограничений задачи оптимизации. Могут быть дополнены обычными ограничениями на значения структурных переменных в виде уравнений или неравенств. Для задач структурной оптимизации характерна многоэкстремальность и большая размерность.

В случае стационарного течения воздуха как несжимаемой среды с минимальными потерями энергии задача оптимизации формы области течения может быть сформулирована в следующем виде:

- минимизировать целевую функцию:

$$J(\alpha, \bar{u}, p) = - \int_{\Gamma} d\Gamma \left(p + \frac{u^2}{2} \right) \bar{u} \cdot \bar{n} \rightarrow \min ; \quad (1)$$

- при условиях-ограничениях:

$$R(\alpha, \bar{u}, p) = 0 , \quad (2)$$

где α – структурные переменные; $\bar{u}$ – гидродинамическая скорость; p – кинематическое давление; Γ – граничные поверхности области течения; $\bar{n}$ – вектор нормали к граничной поверхности; $R = (R_1, R_2, R_3, R_4)^T$ – вектор функций, входящих в уравнения Навье-Стокса и неразрывности:

$$(R_1, R_2, R_3)^T = (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} + \nabla p - \nabla \cdot (2\nu D(\bar{u})) + \bar{F}(\alpha), \quad (3)$$

$$R_4 = -\nabla \cdot \bar{u} ;$$

$\bar{F}$ – объемные силы; $D(\bar{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T)$; $\nu = \nu_m + \nu_t$ – эффективная вязкость, представляющая собой сумму молекулярной вязкости ν_m и турбулентной ν_t , определяемой на основе заданной модели турбулентности.

Непараметрическая оптимизация. Метод сопряженных уравнений

На начальном этапе решения предполагаем наличие только общих характеристик области течения воздуха, таких как расход, размеры и формы входных и выходных сечений, габаритные размеры конструкции.

Задача решается как непараметрическая. В качестве структурных переменных выступают значения пористости препятствующей течению фиктивной среды, распределение которой определяет геометрию области течения. Область течения жидкости в пределах заданного габаритного объема рассматривается как заполненная фиктивной пористой средой с коэффициентом пористости α ($0 \leq \alpha \leq \alpha_{max}$), создающей силу сопротивления в виде:

$$\bar{F}_{comp} = -\alpha \bar{u} , \quad (4)$$

где $\alpha=0$ соответствует полной проницаемости (воздух), $\alpha=\alpha_{max}$ – полной непроницаемости (твердое тело), а границы между газом (жидкостью) и твердым телом соответствуют точкам, где $\alpha=0,5\alpha_{max}$. Области с низкой проницаемостью, соответствующие застойным зонам или зонам циркуляции, затем исключаются из области течения.

Эффективным методом решения непараметрической задачи структурной оптимизации является метод сопряженных уравнений (adjoint method) [9].

Вводятся сопряженные переменные: сопряженная скорость $\bar{u}_a$ и сопряженное давление p_a . Вводится функция Лагранжа как новая целевая функция:

$$L = J + \int_{\Omega} (\bar{u}_a, p_a) \cdot R d\Omega . \quad (5)$$

Из условия экстремума функции Лагранжа следуют сопряженные уравнения вида:

$$\begin{aligned} -2D(\vec{u}_a)\vec{u} &= -\nabla p_a + \nabla \cdot (2\nu D(\vec{u}_a)) + \alpha \vec{u}_a, \\ \nabla \cdot \vec{u}_a &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

и сопряженные граничные условия:

- на входе:

$$(\vec{u}_a)_n = -(\vec{u})_n; \quad (7)$$

- на стенках:

$$\vec{u}_a = 0; \quad (8)$$

- на выходе:

$$\begin{aligned} (\vec{u})_n((\vec{u}_a)_t - \vec{u}_t) + \nu(\vec{n} \cdot \nabla)(\vec{u}_a)_t &= 0, \\ p_a = \vec{u} \cdot \vec{u}_a + (\vec{u})_n(\vec{u}_a)_n + \nu(\vec{n} \cdot \nabla)(\vec{u}_a)_n - \frac{1}{2}u^2 - (\vec{u})_n^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где индексы n и t соответствуют нормальной и тангенциальной к граничной поверхности составляющим вектора.

После решения сопряженных уравнений относительно $\vec{u}_a$ и p_a вычисляются коэффициенты чувствительности:

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial J}{\partial \alpha_i} + \int_{\Omega} (\vec{u}_a, p_a) \cdot \frac{\partial R}{\partial \alpha_i} d\Omega = (\vec{u})_i \cdot (\vec{u}_a)_i V_i, \quad (10)$$

где i – номер ячейки; V_i – объем i -й ячейки.

Структурные переменные (пористость) в каждой ячейке изменяются согласно соотношению:

$$\alpha_{new} = \alpha_{old}(1 - \gamma) + \gamma \min(\max(\alpha_{old} - \lambda \vec{u}_a \cdot \vec{u}, 0), \alpha_{max}), \quad (11)$$

где α_{new} – новое значение; α_{old} – старое значение; $\gamma=0,1$ – релаксационный фактор; λ – числовой коэффициент, определяющий величину шага изменения α .

Результаты решения непараметрической задачи структурной оптимизации позволяют конкретизировать топологию области течения, но представляют собой лишь рациональное решение, далекое от оптимального. Это связано с тем, что описанная выше формулировка метода сопряженных уравнений недостаточно учитывает эффекты турбулентности. Турбулентная вязкость ν_t в сопряженных уравнениях считается постоянной (так называемая «замороженная турбулентность»). Пристеночные эффекты, для турбулентных течений существенно влияющие на оптимальную форму канала, не учитываются, т.к. граница между газом и непроницаемой областью фиктивной среды не является твердой стенкой с соответствующими граничными условиями.

Параметрическая оптимизация. Генетический алгоритм

На втором этапе выполняется параметризация полученного решения небольшим числом структурных переменных, в качестве которых выступают координаты контрольных точек сплайнов, образующих контуры области течения. Решается задача параметрической оптимизации. В качестве метода оптимизации использован генетический алгоритм.

Генетический алгоритм – это эвристический популяционный метод поисковой оптимизации, моделирующий механизмы адаптации, аналогичные естественному отбору в природе [10-11]. Реализация генетического алгоритма состоит в следующем:

1. Формулировка генотипа. Параметры задачи (структурные переменные) кодируются двоичными строками, длина которых определяется диапазоном допустимых значений параметров и требуемой точностью (20-ти битная строка обеспечивает погрешность представления 10^{-6}) и объединяются, образуя «генотип». Каждый вариант генотипа представляет собой возможное решение задачи и трактуется как наследственные признаки отдельной особи.

2. Формулировка функции приспособленности. Целевая функция задачи оптимизации, зависящая от параметров задачи и, следовательно, от генотипа, трактуется как функция приспособленности особи к условиям жизни.

3. Формирование популяции. Генерируется заданное число (обычно от нескольких десятков до нескольких сотен) «особей» популяции, имеющих случайным образом сформированный генотип.

4. Селекция. Вычисляется функция приспособленности для всех особей популяции. Значения ранжируются. Половина особей с худшими значениями функции приспособленности удаляется из популяции («вымирает»).

5. Скрещивание. Из оставшихся особей случайным образом формируются пары «родителей», рождающих два «потомка». Потомки наследуют родительские генотипы в результате действия бинарного оператора скрещивания. В генотипах родителей случайным образом выбирается бит, делящий их на две части. В генотипах потомков сохраняются части генотипов, взятые от разных родителей.

6. Мутации. Генотипы потомков изменяются случайным образом в результате действия бинарного оператора мутации. Отдельные биты инвертируются с заданной малой вероятностью. Мутации препятствуют эффекту «клонирования», т.е. преобладанию в популяции особей с одинаковыми генотипами и остановке процесса эволюции.

7. Поколение. Родители и их потомки образуют новое поколение популяции. Процессы селекции, скрещивания и мутации повторяются до выполнения заданных критериев.

8. Критерии завершения. Процесс оптимизации генетическим алгоритмом завершается при нахождении экстремума функции приспособленности с заданной точностью или достижения заданного максимального числа поколений (потомков). Решением задачи является набор параметров, соответствующий генотипу особи с наилучшим значением функции приспособленности.

Описанный выше двухэтапный процесс решения задач структурно-параметрической оптимизации области течения газа (жидкости) может быть реализован при проектировании систем вентиляции.

Оптимизация формы вентиляционного канала

В качестве тестовой рассмотрим представляющую практический интерес задачу оптимизации формы вентиляционного канала [1-5]. Требуется направить воздух, поступающий из отверстия прямоугольного сечения шириной a со скоростью U в такой же формы и размеров отверстие, смещенное по горизонтали на d и вертикали на h м через вентиляционный каналы «S»-образной и «Г»-образной формы с наименьшими потерями давления (рис. 1).

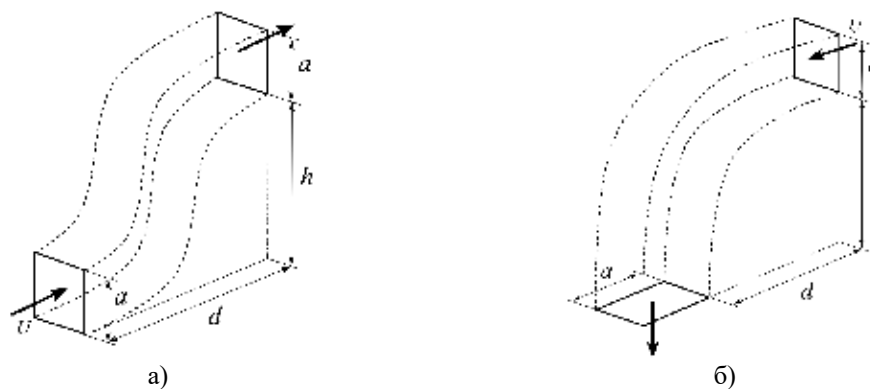


Рис. 1. Схема вентиляционного канала: а) «S»-образного; б) «Г»-образного (иллюстрация авторов)

Решение задачи оптимизации формы вентиляционного канала выполнялось с помощью программ OpenFOAM 3.0 и DAKOTA 6.6, скомпилированных из исходных кодов в операционной системе Ubuntu 14.04, установленной в виртуальной машине VirtualBox в операционной системе Windows 7.

OpenFOAM (Open Source Field Operation And Manipulation – открытый код для операций и манипуляций с полями) – свободно распространяемый инструментальный вычислительный гидродинамики [12-13]. Расчеты в OpenFOAM основаны на методе конечных объемов и позволяют решать множество различных задач механики сплошных сред, в частности:

- Задачи гидродинамики ньютоновских и неньютоновских вязких жидкостей как в несжимаемом, так и сжимаемом приближении с учётом турбулентности, конвективного

теплообмена и действия сил гравитации. Возможно решение дозвуковых, околосзвуковых и сверхзвуковых задач;

- Задачи теплопроводности в твёрдом теле;
- Сопряжённые и многофазные задачи (теплообмен, конденсация, горение, химические реакции). DAKOTA (Design Analysis Kit for Optimization and Terascale Applications – средство проектного анализа для оптимизации и крупномасштабных приложений) – свободно распространяемый инструментальный для численного решения задач оптимизации проектирования [14]. DAKOTA обеспечивает универсальный интерфейс взаимодействия с приложениями и позволяет решать множество различных задач проектирования, в частности:

- планирование экспериментов;
- анализ пространства параметров, количественная оценка неопределенности, чувствительности, построение функций отклика;

- оптимизация градиентными и неградиентными методами.

Предполагая, что ширина канала намного больше размеров поперечного сечения, решаем задачу как двумерную, рассматривая течение в плоскости канала.

Непараметрическая задача оптимизации методом сопряженных уравнений решается в OpenFOAM. Для решения задач структурной оптимизации методом сопряженных уравнений по критерию минимальных потерь энергии в канале с одним входным и одним выходным отверстием в OpenFOAM используется решатель `adjointShapeOptimizationFoam`. Габаритный объем области течения задается в виде прямоугольного параллелепипеда с входным и выходным отверстиями (рис. 2а), дополненными вспомогательными входным и выходным каналами, не участвующими в процессе оптимизации (на рисунке не показаны). Расчеты выполнялись на регулярной гексагональной сетке.

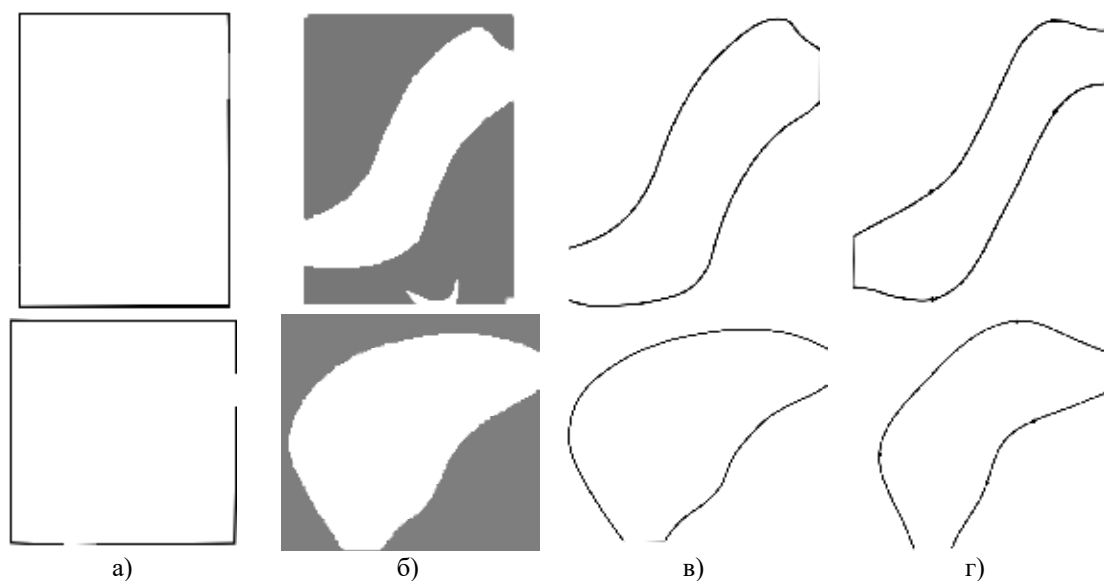


Рис. 2. Исходная и оптимизированная форма области течения для «S»-образного канала (верхний ряд) и «Г»-образного канала (нижний ряд):

а) исходная форма; б) форма по результатам непараметрической оптимизации;
в) параметрическая аппроксимация; г) форма по результатам параметрической оптимизации.
Вспомогательные входной и выходной каналы не показаны (иллюстрация авторов)

Полученные в результате решения непараметрической задачи оптимизации границы распределения плотности фиктивного пористого материала (рис. 2б), аппроксимированные сплайнами, описывают оптимизированную форму области течения (рис. 2в).

Координаты контрольных точек сплайнов, образующих контуры области течения, принимаются в качестве параметров. Параметрическая задача оптимизации решается на основе генетического алгоритма в программе DAKOTA, которая управляет процессом определения полей скорости и давления в OpenFOAM путем автоматической

модификации текстовых файлов, задающих параметры сеточного генератора. В качестве сеточного генератора использовалась утилита blockMesh, входящая в состав OpenFOAM, предназначенная для создания регулярных гексагональных сеток, образованных комбинацией блоков, в общем случае с криволинейными ребрами.

Решение задачи оптимизации формы вентиляционного канала выполнялось для следующих значений параметров:

- размеры оптимизируемой области – $a=0,5$ м; $d=2,5$ м; $h=2$ м;
- длина вспомогательных входного и выходного каналов – 3 м;
- скорость на входе $U=10$ м/с;
- параметры газа – вязкость $\nu=1,15 \cdot 10^{-5}$ м²/с; плотность $\rho=1$ кг/м³;
- модель турбулентности – $k-\epsilon$;
- параметры непараметрической оптимизации $\alpha_{max}=500$; $\lambda=1 \cdot 10^{-3}$;
- точек аппроксимации границ – 8;
- параметры генетического алгоритма – число параметров – 4; размер популяции – 20; число потомков – 200;
- параметры сетки: разрешение сетки в оптимизируемой области – $100 \times 50 \times 1$ ячеек; общее число ячеек – 15000; минимальный размер ячейки – $7,6 \cdot 10^{-4}$ м.

Результаты оптимизации приведены в табл. Непараметрическая оптимизация позволила уменьшить потери давления в 2-3 раза, параметрическая оптимизация – еще в 2 раза.

Таблица

Потери давления в канале оптимизированной формы относительно исходных значений

Результаты форма	непараметрической оптимизации (рис. 2б)	параметрической аппроксимации (рис. 2в)	параметрической оптимизации (рис. 2г)
«S»-образная	34,5 %	25,4 %	10,4 %
«Г»-образная	63,9 %	32,6 %	15,6 %

Заключение

Предлагаемый подход к решению задачи снижения потерь давления в вентиляционных каналах состоящий в последовательной реализации непараметрической и параметрической структурной оптимизации геометрии канала, где в качестве численных методов используется метод сопряженных уравнений и генетический алгоритм, позволяет проектировать системы вентиляции с улучшенными аэродинамическими характеристиками. Описанный подход может быть адаптирован для задач строительного проектирования другого типа, требующих трехмерной формулировки, иных критериев оптимальности (повышение степени однородности потока), или комбинации критериев (многокритериальная задача), включая дополнительные условия-ограничения, например, для объема (материалоемкости) конструкции.

Список библиографических ссылок

1. Зиганшин А. М., Беляева Е. Э., Соколов В. А. Снижение потерь давления при профилировании острого отвода и отвода с нишей // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2017. № 1. С. 108–116.
2. Маклаков Д. В., Посохин В. Н., Сафиуллин Р. Г. О снижении потерь давления в возмущающих элементах воздухопроводных систем // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2017. № 8. С. 80–87.
3. Wojewodka M., White C., Shahpar S., Kontis K. A review of flow control techniques and optimisation in s-shaped ducts // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2018. Vol. 74. P. 223–235.
4. Manuel M., Lin P., Chang M. Optimal duct layout for HVAC using topology optimization // Science and Technology for the Built Environment. 2018. Vol. 24. № 3. P. 212–219.

5. D'Ambros A., Kipouros T., Zachos P., Savill M., Benini E. Computational Design Optimization for S-Ducts // *Designs*. 2018, Vol. 2. Issue 4. Article № 36. 21 p.
6. Bendsoe M. P., Sigmund O. *Topology Optimization. Theory, Methods, and Application*. Springer, 2004. 381 p.
7. Ахмадиев Ф. Г., Маланичев И. В. Популяционный алгоритм структурной оптимизации плоских течений жидкости в каналах // *Вестник технологического университета*. 2017. Т. 20. № 5. С. 72–75.
8. Ахмадиев Ф. Г., Маланичев И. В. Нейросетевые алгоритмы топологической оптимизации в задачах гидродинамики // *Вестник технологического университета*. 2019. Т. 22. № 7. С. 110–113.
9. Othmer C. A continuous adjoint formulation for the computation of topological and surface sensitivities of ducted flows // *Int. J. Numer. Meth. Fluid.* 2008. Vol. 58. P. 861–877.
10. Карпенко А. П. *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой*. М. : МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2014. 446 с.
11. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. *Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы*. М. : Горячая линия – Телеком, 2013. 384 с.
12. Marić T., Höpken J., Money K. *The OpenFOAM Technology Primer*. Sourceflux UG, 2014. 458 p.
13. Moukalled F., Mangani L. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*. Springer, 2016. XIV. 791 p.
14. DAKOTA. A Multilevel Parallel Object-Oriented Framework for Design Optimization, Parameter Estimation, Uncertainty Quantification, and Sensitivity Analysis: Version 6.7 User's Manual. URL: <https://dakota.sandia.gov/sites/default/files/docs/6.6/Users-6.6.0.pdf> (дата обращения: 15.10.2019).

Akhmadiev Fail Gabdulbarovich

doctor of technical sciences, professor

E-mail: akhmadiev@kgasu.ru

Malanichev Igor Vyacheslavovich

candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: mlnchv@bk.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

**Reducing of pressure losses in ventilation ducts
based on the solution of the structural and parametric optimization problem**

Abstract

Problem statement. The aim of the work is to evaluate the possibility of applying structural-parametric optimization methods to solve the problem of reducing pressure losses in ventilation ducts during the design of ventilation systems.

Results. The main results of the study are the development of an approach to solving structural and parametric optimization problems in the process of designing ventilation systems based on free software. At the first stage, the problem of determining the geometric properties of the flow region that are optimal in accordance with the specified criterion as lowest pressure loss is formulated as nonparametric, where the structural variables are the porosity of the fictitious medium that impedes the flow, the distribution of which determines the geometry of the flow region. The solution of the nonparametric problem is carried out by the conjugate method. At the second stage, the resulting solution is parameterized with a small number of structural variables, which are the coordinates of the control points of the splines that form the contours of the flow region. The solution of the parametric formulation of the structural optimization problem makes it possible to more accurately take into account the effects of turbulence, especially in the near-wall regions of the flow. Genetic algorithm is used as an optimization method. The results of test calculations for optimization of the ventilation duct shape can reduce pressure losses by 4-6 times.

Conclusions. The significance of the obtained results for the construction industry is the confirmed effectiveness of the structural and parametric optimization for solving the problems of designing ventilation systems with improved aerodynamic characteristics.

Keywords: pressure loss, ventilation ducts, structural and parametric optimization.

References

1. Ziganshin A. M., Belyaeva E. E., Sokolov V. A. Pressure losses reduction with profiling sharp elbow and elbow with dead-end // *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Stroitel'stvo*. 2017. № 1. P. 108–116.
2. Maklakov D. V., Posokhin V. N., Safiullin R. G. On the reduction of pressure losses in the disturbing elements of ventilation systems // *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Stroitel'stvo*. 2017. № 8. P. 80–87.
3. Wojewodka M., White C., Shahpar S., Kontis K. A review of flow control techniques and optimisation in s-shaped ducts // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2018. Vol. 74. P. 223–235.
4. Manuel M., Lin P., Chang M. Optimal duct layout for HVAC using topology optimization // *Science and Technology for the Built Environment*. 2018. Vol. 24. № 3. P. 212–219.
5. D'Ambros A., Kipouros T., Zachos P., Savill M., Benini E. Computational Design Optimization for S-Ducts // *Designs*. 2018, Vol. 2. Issue 4. Article number 36. 21 p.
6. Bendsoe M. P., Sigmund O. *Topology Optimization. Theory, Methods, and Application*. Springer, 2004. 381 p.
7. Akhmadiev F. G., Malanichev I. V. Population-based algorithm of structural optimization of plane fluid flows in channel // *Vestnik tehnologicheskogo universiteta*. 2017. Vol. 20. № 5. P. 72–75.
8. Akhmadiev F. G., Malanichev I. V. Neural network topological optimization algorithms in hydrodynamic problems // *Vestnik tehnologicheskogo universiteta*. 2019. Vol. 22. № 7. P. 110–113.
9. Othmer C. A continuous adjoint formulation for the computation of topological and surface sensitivities of ducted flows // *Int. J. Numer. Meth. Fluid*. 2008. Vol. 58. P. 861–877.
10. Karpenko A. P. *Modern algorithms of search optimization. Algorithms inspired by nature*. M. : MGTU, 2014. 446 p.
11. Rutkovskaya D., Pilinsky M., Rutkovsky L. *Neural networks, genetic algorithms and fuzzy systems*. M. : Goryachaya liniya – Telekom, 2013. 384 p.
12. Marić T., Höpken J., Money K. *The OpenFOAM Technology Primer*. Sourceflux UG, 2014. 458 p.
13. Moukalled F., Mangani L. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*. Springer, 2016. – XIV. 791 p.
14. Dakota. A Multilevel Parallel Object-Oriented Framework for Design Optimization, Parameter Estimation, Uncertainty Quantification, and Sensitivity Analysis: Version 6.6 User's Manual. URL: <https://dakota.sandia.gov/sites/default/files/docs/6.6/Users6.6.0.pdf> (reference date: 15.10.2019).