

УДК 624.04

Серазутдинов Мурат Нуриевич

доктор физико-математических наук, профессор

E-mail: serazmn@mail.ru

Убайдуллоев Маджид Насриевич

кандидат технических наук, доцент

E-mail: madgidpwn@rambler.ru

Казанский национальный исследовательский технологический университет

Адрес организации: 420015, Россия, г. Казань, ул. К. Маркса, д. 68

Метод расчета упругопластического деформирования усиленных стержневых конструкций при различных режимах нагружения

Аннотация

Постановка задачи. Целью исследования, является разработка универсального вариационного метода расчета усиленных в напряженном состоянии стержневых конструкций в случаях, когда деформации являются упругопластическими, внешние силы изменяются в режиме: нагружение – разгрузка – повторное нагружение, а в конструктивную схему конструкции при изменении величин сил могут быть внесены изменения.

Результаты. Представлены основные расчетные соотношения для трех этапов изменения внешней нагрузки. На первом этапе определяются упругопластические деформации в элементах стержневой конструкции, на втором этапе, находится напряженно-деформированное состояние конструкции после разгрузки, на третьем этапе производится расчет конструкции после повторного нагружения. С использованием этих видов изменения внешней нагрузки могут быть реализованы всевозможные режимы изменения внешних сил.

Приведены соотношения для расчетов элементов стержневых конструкций, усиливаемых в напряженном состоянии, с учетом истории их нагружения и разгрузки.

Представлены результаты расчета усиленной в напряженном состоянии стальной балки предложенным методом.

Выводы. Значимость полученных результатов для строительной отрасли состоит в том, что можно по единой схеме проводить расчеты для стержневых конструкций из упрочняющегося и идеально упругопластического материала, учитывая историю нагружения и изменения, вносимые в расчетную схему при усилении конструкции.

Результаты расчетов показали, что при усилении конструкций способом их предварительной разгрузки эффективность усиления получается существенно больше по сравнению со случаем, когда усиление производится без разгрузки.

Ключевые слова: стержневые конструкции, упрочняющийся материал, усиление, разгрузка, остаточная деформация, повторное нагружение, вариационный метод.

Введение

Как известно, во многих случаях при реконструкции существующих сооружений, находящихся в напряженном состоянии, производят разгрузку некоторых элементов конструкций, подвергаемых ремонту или усилению. При этом, согласно рекомендаций [1], конструкцию желательно разгрузить до 65 % от расчетной нагрузки. После реконструкции сооружений их дополнительно нагружают. Возникающие при этом деформации могут быть упругопластическими. В связи с этим при усилении конструкций в напряженном состоянии возникает необходимость оценки исходного напряженно-деформированного состояния (НДС) при упругопластическом деформировании, определения остаточных деформаций и напряжений, возникающих после разгрузки, и расчета НДС при повторном нагружении [2-5].

Отметим, что некоторые вопросы определения и учёта остаточных напряжений при разгрузке усиливаемых стержневых конструкций, а также методы определения НДС конструкций при упругопластическом деформировании представлены в классических работах. Однако, и в настоящее время методы расчета упругопластического

деформирования стержневых систем интенсивно развиваются и представлены в ряде научных публикаций. В частности, проблемам расчета НДС конструкций при различных режимах нагружения посвящены работы [6-8].

Методы оценки НДС усиленных под нагрузкой стержневых конструкций изложены в публикациях [3, 9-11]. Однако в этих работах вопросы расчета разгрузки усиливаемых конструкций с учетом остаточных упругопластических деформаций и напряжений не рассмотрены.

В данной статье представлен достаточно универсальный вариационный метод расчета деформирования стержневых конструкций с учетом остаточных упругопластических деформаций и напряжений, возникающих в усиливаемой конструкции. Метод может применяться для различных режимов нагружения и изменения геометрических характеристик стержневых систем, в том числе и при усилении конструкций.

Метод расчета

Изложим вариационный метод расчета усиленных в напряженном состоянии стержневых конструкций в случаях, когда деформации являются упругопластическими, а внешние силы изменяются в режиме нагружение – разгрузка – повторное нагружение. Представим основные расчетные соотношения для трех этапов изменения внешней нагрузки:

– на первом этапе, до усиления, упругопластические деформации в стержневой конструкции возникают при действии внешних сил $\bar{F} = \bar{F}^*$.

– на втором этапе, в период проведения усиления, внешние силы уменьшаются на величину $\Delta \bar{F}^{раз}$, возникает разгрузка, при которой $\bar{F} = \bar{F}^* - \Delta \bar{F}^{раз}$.

– на третьем этапе, после усиления конструкции, действующие внешние силы увеличиваются, осуществляется повторное нагружение при $\bar{F} = \bar{F}^* + \Delta \bar{F}^{пов}$.

Всевозможные режимы изменения внешних сил могут быть реализованы с использованием указанных трех этапов изменения внешней нагрузки.

Приведем основные расчетные соотношения для линейно-упрочняющего материала, диаграмма растяжения которого представлена на рис. 1.

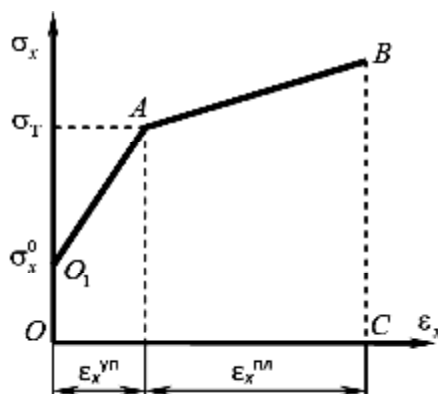


Рис. 1. Диаграмма $\sigma = f(\varepsilon_x)$ (иллюстрация авторов)

Пусть E – модуль упругости материала при упругих деформациях (участок O_1A диаграммы на рис. 1), E_k – касательный модуль упругости при упругопластических деформациях (участок AB диаграммы), σ_x^0 – начальные напряжения в теле, σ_m – предел текучести материала.

Представим продольную деформацию стержня ε_x в виде суммы упругой $\varepsilon_x^{уп}$ и пластической $\varepsilon_x^{пл}$ деформаций:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^{уп} + \varepsilon_x^{пл}. \quad (1)$$

Полагаем

$$\varepsilon_x^{уп} = a \varepsilon_x, \quad \varepsilon_x^{пл} = (1 - a) \varepsilon_x. \quad (2)$$

где $0 < a \leq 1$ – параметр, определяющий величины упругой и пластической деформаций.

Как видно из рис. 1, если $\sigma_x \leq \sigma_T$, то деформации являются упругими ($\varepsilon_x^{nl} = 0$) и в формуле (1) следует полагать $\alpha = 1$. В этом случае $\sigma_x = \sigma_x^0 + E\varepsilon_x$, а вариация удельной потенциальной энергии деформации стержня, обусловленная деформацией растяжения и сжатия:

$$d u_0 = (s_x^0 + E\varepsilon_x) d\varepsilon_x.$$

При упругопластических деформациях ($\sigma_x > \sigma_T$), учитывая, что:

$$s_T = s_x^0 + E\varepsilon_x^{уп} = s_x^0 + E\alpha\varepsilon_x, \quad (3)$$

получаем:

$$\alpha = (s_T - s_x^0) / E\varepsilon_x. \quad (4)$$

Следовательно,

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{если } s_x \leq s_T; \\ (s_T - s_x^0) / E\varepsilon_x, & \text{если } s_x > s_T. \end{cases} \quad (5)$$

При упругопластических деформациях ($\alpha < 1$):

$$s_x = s_T + E_k(\varepsilon_x - \varepsilon_x^{уп}).$$

С учетом (2)-(3), (5), получается:

$$s_x = s_x^0 + E^*\varepsilon_x, \quad (6)$$

где

$$E^* = E\alpha + E_k(1 - \alpha). \quad (7)$$

В соответствии с диаграммой растяжения материала (рис. 1), удельная потенциальная энергия деформации стержня при растяжении и сжатии равна площади фигуры OO_1ABC :

$$u_0^s = s_x^0\varepsilon_x + \frac{1}{2}(s_T - s_x^0)\varepsilon_x^{уп} + (s_T - s_x^0)\varepsilon_x^{nl} + \frac{1}{2}(s_x - s_T)\varepsilon_x^{nl}.$$

Учитывая (1)-(2), (6), получаем:

$$\sigma_x - \sigma_T = E_k(1 - \alpha)\varepsilon_x,$$

$$u_0^s = \frac{1}{2}(s_T - s_x^0)\varepsilon_x^{уп} + s_x^0\varepsilon_x + (s_T - s_x^0)(1 - \alpha)\varepsilon_x + \frac{1}{2}E_k(1 - \alpha)^2\varepsilon_x^2.$$

При вычислении вариации потенциальной энергии деформации варьируемыми величинами являются ε_x и α . Следовательно,

$$d u_0^s = s_x^0 d\varepsilon_x + (s_T - s_x^0)(1 - \alpha) d\varepsilon_x - \varepsilon_x d\alpha + E_k(1 - \alpha)^2\varepsilon_x d\varepsilon_x - \varepsilon_x^2(1 - \alpha) d\alpha. \quad (8)$$

С учетом (4), получаем:

$$d\alpha = -((s_T - s_x^0) / (E\varepsilon_x^2)) d\varepsilon_x = -(\alpha / \varepsilon_x) d\varepsilon_x. \quad (9)$$

Подставляя (9) в уравнение (8), находим:

$$d u_0^s = s_T d\varepsilon_x + E_k(1 - \alpha)\varepsilon_x d\varepsilon_x. \quad (10)$$

Используя равенства (3), (7), соотношение (10) можно представить в виде:

$$d u_0 = (s_x^0 + E^*\varepsilon_x) d\varepsilon_x. \quad (11)$$

Для вычисления входящего в (11) значения E^* необходимо знать величину α . Если при первом нагружении $\sigma_x^0 < \sigma_T$, то для определения α можно пользоваться условием (5). В случае $\sigma_x^0 < \sigma_T$, при вычислении коэффициента E^* следует полагать $\alpha = 0$.

Следовательно, в общем случае можно использовать (11) вычисляя α с использованием условия:

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \text{если } s_x^0 \geq s_T; \\ 1, & \text{если } s_x \leq s_T, s_x^0 < s_T; \\ \frac{s_T - s_x^0}{E\varepsilon_x}, & \text{если } s_x > s_T, s_x^0 < s_T. \end{cases} \quad (12)$$

Условие (12) применимо для $\varepsilon_x > 0$. В случаях, когда $\varepsilon_x < 0$:

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \text{если } s_x^0 < s_T^-; \\ 1, & \text{если } s_x \geq s_T^-, s_x^0 \geq s_T^-; \\ \frac{s_T^- - s_x^0}{E\varepsilon_x}, & \text{если } s_x < s_T^-, s_x^0 > s_T^-. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь σ_T^- – предел текучести материала при сжатии (отрицательная величина).

Используя (11)-(13), можно проводить вычисления для всех режимов нагружения. При первом нагружении σ_x^0 равно величине монтажных напряжений. При разгрузке полагаем $\sigma_x^0 = \sigma_x^{0P}$, а для повторного нагружения $\sigma_x^0 = \sigma_x^{ocm}$, где σ_x^{0P} – напряжения в стержне перед разгрузкой, σ_x^{ocm} – остаточные напряжения перед повторным нагружением.

При пластических деформациях возникает явление наклепа, изменяется предел пропорциональности материала, следовательно, изменяются и входящие в соотношения (12), (13) значения величин σ_T , σ_T^- . Поэтому, если $\varepsilon_x > 0$, $\sigma_x = \sigma_x^*$, то в тех точках стержня, где $\sigma_x^* > \sigma_T$, следует полагать $\sigma_T = \sigma_x^*$. Если $\varepsilon_x < 0$, $\sigma_x = \sigma_x^*$, то в тех точках стержня, где $\sigma_x^* < \sigma_T^-$, следует полагать $\sigma_T^- = \sigma_x^*$.

Как известно, влияние касательных напряжений на НДС стержневой конструкции при растяжении, сжатии и изгибе незначительно. Однако, при реализации вариационного метода, желательно учитывать касательные напряжения, т.к. это необходимо для стыковки различных элементов стержневой системы.

Как известно, при упругих деформациях касательные напряжения связаны с угловой деформацией законом Гука при сдвиге: $\tau^{упр} = G\gamma^{упр}$, где $G = E / 2(1+\nu)$ – модуль сдвига. Эта зависимость между G и E получается геометрически и не зависит от того, являются деформации упругими или упругопластическими. Исходя из этого, полагаем, что при упругопластических деформациях $\tau = \tau^0 + G^*\gamma$, где τ^0 – начальные касательные напряжения, G^* – модуль сдвига при упругопластических деформациях. С учетом (7):

$$G^* = E\alpha / 2(1+\nu) + E_k(1-\alpha) / 2(1+\nu^*),$$

здесь ν^* – модуль поперечной деформации материала при упругопластических деформациях.

При изгибе стержня в двух плоскостях возникают деформации γ_{xy} , γ_{xz} и напряжения τ_{xy} , τ_{xz} во взаимно перпендикулярных плоскостях. В этом случае:

$$\tau_{xy} = \tau_{xy}^0 + G^*g_{xy}, \quad \tau_{xz} = \tau_{xz}^0 + G^*g_{xz}.$$

Вариация удельной потенциальной деформации сдвига имеет вид:

$$d u_0^t = \frac{1}{2} d(\tau_{xy} g_{xy} + \tau_{xz} g_{xz}) = (\tau_{xy}^0 + G^*g_{xy}) dg_{xy} + (\tau_{xz}^0 + G^*g_{xz}) dg_{xz}.$$

Деформированное состояние стержневой конструкции определяется с использованием вариационного принципа Лагранжа $\delta U - \delta W = 0$, где:

$$dU = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_x} (s_x^0 + E^* \varepsilon_x) d\varepsilon_x + (\tau_{xy}^0 + G^*g_{xy}) dg_{xy} + (\tau_{xz}^0 + G^*g_{xz}) dg_{xz} \right) d\Omega \quad (14)$$

– вариация потенциальной энергии деформации стержневой системы; δW – вариация работы внешних сил.

При решении задачи в качестве искоемых величин используются перемещения $\bar{u}(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3)$ и углы поворота $\bar{\varphi}(\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \bar{\varphi}_3)$ стержней. Входящие в (14) деформации ε_x , γ_{xy} , γ_{xz} выражаются через перемещения и углы поворота с использованием соотношений теории стержней, учитывающей сдвиги. Для определения $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$, $\bar{u}_3$ и $\bar{\varphi}_1$, $\bar{\varphi}_2$, $\bar{\varphi}_3$ применяется методика, изложенная в [11].

В случае определения напряженно-деформированного состояния ремонтируемых или усиливаемых под нагрузкой стержневых конструкций предполагается, что:

$$s_x^0 = s_x^p, \tau_{xy}^0 = \tau_{xy}^p, \tau_{xz}^0 = \tau_{xz}^p,$$

где s_x^p , τ_{xy}^p , τ_{xz}^p – напряжения, действующие в элементах конструкции в период ремонта и усиления.

Тогда вариация потенциальной энергии усиленной конструкции, в соответствии с [11], представляется в виде:

$$dU = \int_L \left[\int_{A^y} (E^* \varepsilon_x d\varepsilon_x + G^*g_{xy} dg_{xy} + G^*g_{xz} dg_{xz}) dA + \int_{A^p} (s_x^p d\varepsilon_x + \tau_{xy}^p dg_{xy} + \tau_{xz}^p dg_{xz}) dA \right] dl,$$

здесь L , A^p – длина и площадь поперечных сечений стержней стержневой конструкции в период ремонта; A^y – площади сечений элементов конструкции после усиления.

При действии на стержневую систему распределенных и сосредоточенных сил:

$$dW = \int_{l_q} \bar{q}_1 d\bar{u}_1 + \bar{q}_2 d\bar{u}_2 + \bar{q}_3 d\bar{u}_3 dl + \sum_{i=1}^I (\bar{F}_{1i} d\bar{u}_1(x_i) + \bar{F}_{2i} d\bar{u}_2(x_i) + \bar{F}_{3i} d\bar{u}_3(x_i)) +$$

$$+ \sum_{j=1}^J (\tilde{M}_{1j} f_{1j}^H(x_j) + \tilde{M}_{2j} f_{2j}^H(x_j) + \tilde{M}_{3j} f_{3j}^H(x_j)),$$

здесь $\tilde{q}_1 = \tilde{q}_1^*$, $\tilde{q}_2 = \tilde{q}_2^*$, $\tilde{q}_3 = \tilde{q}_3^*$, $\tilde{F}_{1i} = \tilde{F}_{1i}^*$, $\tilde{F}_{2i} = \tilde{F}_{2i}^*$, $\tilde{F}_{3i} = \tilde{F}_{3i}^*$, $\tilde{M}_{1j} = \tilde{M}_{1j}^*$, $\tilde{M}_{2j} = \tilde{M}_{2j}^*$, $\tilde{M}_{3j} = \tilde{M}_{3j}^*$ – действующие силы и моменты.

При разгрузке:

$\tilde{q}_1 = \tilde{q}_1^* - \Delta \tilde{q}_1^{\text{разг}}$, $\tilde{q}_2 = \tilde{q}_2^* - \Delta \tilde{q}_2^{\text{разг}}$, $\tilde{q}_3 = \tilde{q}_3^* - \Delta \tilde{q}_3^{\text{разг}}$,
 $\tilde{F}_{1i} = \tilde{F}_{1i}^* - \Delta \tilde{F}_{1i}^{\text{разг}}$, $\tilde{F}_{2i} = \tilde{F}_{2i}^* - \Delta \tilde{F}_{2i}^{\text{разг}}$, $\tilde{F}_{3i} = \tilde{F}_{3i}^* - \Delta \tilde{F}_{3i}^{\text{разг}}$,
 $\tilde{M}_{1j} = \tilde{M}_{1j}^* - \Delta \tilde{M}_{1j}^{\text{разг}}$, $\tilde{M}_{2j} = \tilde{M}_{2j}^* - \Delta \tilde{M}_{2j}^{\text{разг}}$, $\tilde{M}_{3j} = \tilde{M}_{3j}^* - \Delta \tilde{M}_{3j}^{\text{разг}}$,
 где $\Delta \tilde{q}_1^{\text{разг}}$, $\Delta \tilde{q}_2^{\text{разг}}$, $\Delta \tilde{q}_3^{\text{разг}}$, $\Delta \tilde{F}_{1i}^{\text{разг}}$, $\Delta \tilde{F}_{2i}^{\text{разг}}$, $\Delta \tilde{F}_{3i}^{\text{разг}}$, $\Delta \tilde{M}_{1j}^{\text{разг}}$, $\Delta \tilde{M}_{2j}^{\text{разг}}$, $\Delta \tilde{M}_{3j}^{\text{разг}}$ – силы и моменты, вызывающие разгрузку конструкции.

После усиления стержневой системы (при повторном нагружении), внешние силы увеличиваются на величины $\Delta \tilde{q}_1^y$, $\Delta \tilde{q}_2^y$, $\Delta \tilde{q}_3^y$, $\Delta \tilde{F}_{1i}^y$, $\Delta \tilde{F}_{2i}^y$, $\Delta \tilde{F}_{3i}^y$, $\Delta \tilde{M}_{1j}^y$, $\Delta \tilde{M}_{2j}^y$, $\Delta \tilde{M}_{3j}^y$:

$$\tilde{q}_1 = \tilde{q}_1^* - \Delta \tilde{q}_1^{\text{разг}} + \Delta \tilde{q}_1^y, \tilde{q}_2 = \tilde{q}_2^* - \Delta \tilde{q}_2^{\text{разг}} + \Delta \tilde{q}_2^y, \tilde{q}_3 = \tilde{q}_3^* - \Delta \tilde{q}_3^{\text{разг}} + \Delta \tilde{q}_3^y,$$

$$\tilde{F}_{1i} = \tilde{F}_{1i}^* - \Delta \tilde{F}_{1i}^{\text{разг}} + \Delta \tilde{F}_{1i}^y, \tilde{F}_{2i} = \tilde{F}_{2i}^* - \Delta \tilde{F}_{2i}^{\text{разг}} + \Delta \tilde{F}_{2i}^y, \tilde{F}_{3i} = \tilde{F}_{3i}^* - \Delta \tilde{F}_{3i}^{\text{разг}} + \Delta \tilde{F}_{3i}^y,$$

$$\tilde{M}_{1j} = \tilde{M}_{1j}^* - \Delta \tilde{M}_{1j}^{\text{разг}} + \Delta \tilde{M}_{1j}^y, \tilde{M}_{2j} = \tilde{M}_{2j}^* - \Delta \tilde{M}_{2j}^{\text{разг}} + \Delta \tilde{M}_{2j}^y, \tilde{M}_{3j} = \tilde{M}_{3j}^* - \Delta \tilde{M}_{3j}^{\text{разг}} + \Delta \tilde{M}_{3j}^y.$$

При решении задачи, значения коэффициентов E^* , G^* , α определяются в зависимости от величины ε_x , которая вычисляется в выбранных точках в стержневой системе итерационным методом. На первой итерации, полагается $E = E^*$, $G = G^*$, $\alpha = 1$ и определяются деформации ε_x , σ_x в выбранных точках. Затем по формулам (12) или (13) уточняется значение коэффициента α . При $\alpha = 1$ деформации в рассматриваемой точке являются упругими, а в случае $\alpha < 1$, деформации являются упругопластическими. Итерационный процесс завершается при выполнении условия $|\varepsilon_{\max}^{(n)} - \varepsilon_{\max}^{(n-1)}| / \varepsilon_{\max}^{(n)} 100 \% \leq \Delta$, где Δ – заданная величина погрешности, $\varepsilon_{\max}^{(n)}$, $\varepsilon_{\max}^{(n-1)}$ – максимальные относительные деформации в точках элементов стержневой системы на двух последующих итерациях.

Приведем данные расчета вариационным методом усиленной в напряженном состоянии стальной балки, при $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $E_k = 1 \cdot 10^4$ МПа, $\sigma_T = 240$ МПа, $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $\Delta = 0,001$ (рис. 2). Балка (рис. 2,а) с поперечным сечением в виде стандартного двутавра № 33 (элемент 1, рис. 2,а) нагружалась распределенной нагрузкой $q^* = 34$ кН/м. При этом в ней возникали пластические деформации. Затем в деформированном состоянии балка усиливалась. Ее поперечное сечение увеличивалось вдвое за счет присоединения к ней стандартного двутавра № 33 (элемент 2, рис. 2в).

Рассмотрено два случая усиления.

В первом случае балка нагружается распределенной нагрузкой $q^* = 34$ кН/м и перед усилением разгружается. Внешняя нагрузка уменьшается на величину $\Delta q_1^{\text{разг}} = 14$ кН/м и становится равной $q = 20$ кН/м. После усиления распределенная нагрузка увеличивается, до первоначального значения $q = 34$ кН/м и одновременно, в точках A, B, C балки прикладываются три сосредоточенные силы $F = 20$ кН (рис. 2в).

Во втором случае балка усиливается при действии нагрузки $q^* = 34$ кН/м без разгрузки. Затем, после выполнения усиления, балка нагружается силами F.

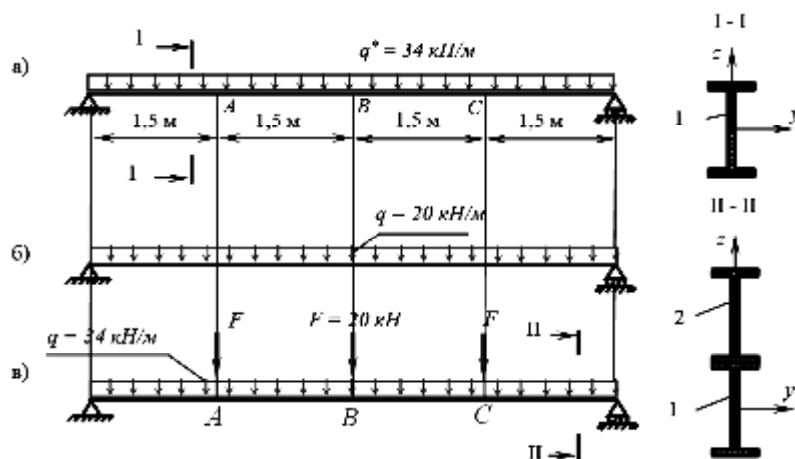


Рис. 2. Расчетная схема балки:

(а) – до усиления; (б) – после разгрузки; (в) – после усиления (иллюстрация авторов)

Результаты расчетов приведены в таблице и в виде эпюр нормальных напряжений в опасном сечении балки на рис. 3. Эти результаты показывают, что, как и в случаях усиления упругих стержневых систем [2, 3, 9], при возникновении пластических деформаций более эффективным является усиление с предварительной разгрузкой.

Таблица

Варианты усиления балки	Наибольший изгибающий момент			Наибольший прогиб $w_{\max}^y$, м	Размер зоны пластических деформаций a_{pl} , м
	в период усиления M_x^* , кНм	после разгрузки $M_x^{разг}$, кНм	после усиления M_x^y , кНм		
Усиление после предварительной разгрузки балки	153,3	90,3	214,5	0,0239	0,0152
Усиление балки, выполненное без разгрузки	153,3	–	213,4	0,0348	0,0605

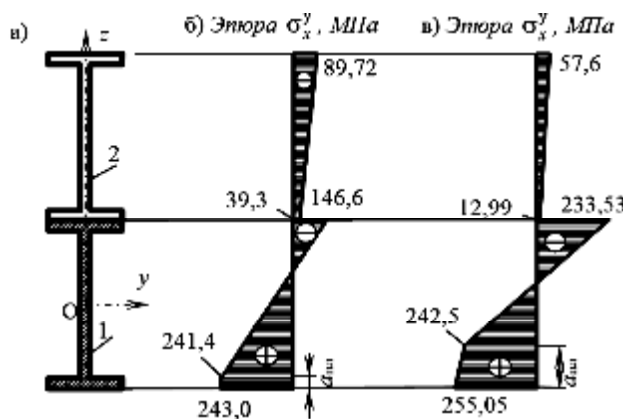


Рис. 3. Эпюры нормальных напряжений в сечении усиленной балки (а):
(б) – с учетом напряжений при разгрузке;
(в) – эпюра, полученная при усилении без предварительной разгрузки
(иллюстрация авторов)

Количественная оценка эффективности усиления получается на основе расчетов.

Для рассмотренного примера из представленных данных видно, что максимальный прогиб балки при усилении после предварительной разгрузки, на 31 % меньше, по сравнению прогибом при усилении без разгрузки. Сравнение эпюр напряжений, показывает, что в первом случае максимальный размер зоны пластических деформаций a_{pl} значительно меньше. Также уменьшаются и величины нормальных напряжений. В частности, значение напряжения на грани основного сечения (с наращиваемой стороны балки), при её расчете с учетом разгрузки, получается на 37 % меньше.

Заключение

1. Предложен вариационный метод расчета усиливаемых в напряженном состоянии стержневых конструкций в случаях, когда деформации являются упругопластическими, а внешние силы изменяются в режиме нагружение – разгрузка – повторное нагружение.

2. Достоинства предложенного подхода заключаются в том, что можно по единой схеме проводить расчеты для стержневых конструкций из упрочняющегося и идеально упругопластического материала.

3. В случае усиления конструкций с учетом их предварительной разгрузки по сравнению со случаем, когда усиление производится без разгрузки, эффективность усиления существенно возрастает.

Список библиографических ссылок

1. Рекомендации по проектированию усиления железобетонных конструкций зданий и сооружений реконструируемых предприятий. Надземные конструкции и сооружения / Харьковский Промстройинипроект, НИИЖБ. М., 1990. 352 с.
2. Кишиневская Е. В., Ватин Н. И., Кузнецов В. Д. Усиление строительных конструкций с использованием постнапряженного железобетона // Инженерно-строительный журнал. 2009. № 3. С. 29–32.
3. Serazutdinov M. N., Ubaydulloyev M. N. Method of calculation of strengthening of the loaded rod structures taking into account plastic deformations // Procedia Engineering. Vol. 150. 2016. P. 1741–1747.
4. Peng Gao, Xianglin Gu, Ayman S. Mosallam. Flexural behavior of preloaded reinforced concrete beams strengthened by prestressed CFRP laminates // Composite Structures. Vol. 157. 2016. P. 33–50.
5. Воробьев А. В., Фаизов И. Н. Проектирование усиления раскосной фермы // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. 2012. № 1. С. 162–167.
6. Шинкин В. Н. Остаточные напряжения в поперечном сечении круглого бруса при изгибе // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2016. № 3-1. С. 145–151.
7. Hyunjin Kim, Chongmin Kim, Frédéric Barlat, Erik Pavlina, Myoung-Gyu Lee. Nonlinear elastic behaviors of low and high strength steels in unloading and reloading // Materials Science and Engineering. Vol. 562. 2013. P. 161–171.
8. Семененко А. Н. Способ определения предельной нагрузки при растяжении и изгибе стержней // Машиностроение и инженерное образование. 2016. № 4. С. 57–60.
9. Martin Vild, Miroslav Bajer. Strengthening Under Load: The Effect of Preload Magnitudes // Procedia Engineering. Vol. 161. 2016. P. 343–348.
10. Тошин Д. С. Работа бетона при усилении конструкции под нагрузкой // Академический вестник УралНИИПроект РААСН. 2015. № 3. С. 66–68.
11. Серазутдинов М. Н., Убайдуллоев М. Н. Вариационный метод расчета прямолинейных и криволинейных тонкостенных стержней. Казань : КНИТУ, 2016. 144 с.

Serazutdinov Murat Nurievich

doctor of physical and mathematical sciences, professor

E-mail: serazmn@mail.ru

Ubaidulloyev Madzhid Nasrievich

candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: madgidpwn@rambler.ru

Kazan National Research Technological University

The organization address: 420015, Russia, Kazan, K. Marks st., 68

Method of calculating the elastoplastic deformation of strengthened rod structures under different loading regimes

Problem statement. The purpose of the research is to develop a universal variational method for calculating the strengthened rod structures in cases when the deformations are elasto-plastic, external forces change in the loading-unloading-repeated loading mode, and changes in the structural design of the structure can be made when the force values are changed.

Results. The main calculated ratios for the three stages of changing the external load are presented. At the first stage, the elastoplastic deformations in the elements of the rod structure are determined, at the second stage, the stress-strain state of the structure after unloading is located, at the third stage the structure is calculated after repeated loading. With the use of these types of changes in the external load, all possible regimes of changing external forces can be used.

Relations are presented for the calculation of the elements of rod structures, amplified in a stressed state, taking into consideration the history of their loading and unloading.

The results of calculation of the steel beam strengthened in the stress-strain state by the proposed method are presented.

Conclusions. The significance of the results obtained for the construction industry are that it is possible to carry out calculations using a single scheme for rod structures from hardening and ideally elastoplastic material, taking into consideration the load history and changes introduced into the calculations scheme when the structure is strengthened.

The results of calculations showed that when strengthening structures by the method of their preliminary unloading, the amplification efficiency is obtained substantially more than in the case when the amplification is performed without unloading.

Keywords: rod structures, reinforced material, strengthening, unloading, permanent deformation, repeated loading, variation method.

References

1. Recommendations on designing reinforcement of reinforced concrete structures of buildings and structures of the reconstructed enterprises. Overhead structures and facilities / Kharkov Promstroyniiprojekt, NIIZhB. M., 1990. 352 p.
2. Kishinevskaya Ye. V., Vatin N. I., Kuznetsov V. D. Strengthening of building structures using post-stressed reinforced concrete // Injenerno-stroitelny jurnal. 2009. № 3. P. 29–32.
3. Serazutdinov M. N., Ubaydulloyev M. N. Method of calculation of strengthening of the loaded rod structures taking into account plastic deformations // Procedia Engineering. 2016. Vol. 150. P. 1741–1747.
4. Peng Gao, Xianglin Gu, Ayman S. Mosallam. Flexural behavior of preloaded reinforced concrete beams strengthened by prestressed CFRP laminates // Composite Structures. Vol. 157. 2016. P. 33–50.
5. Vorobyev A. V., Faizov I. N. Designing the strengthening of a diagonal truss // Vestnik PNIPU. Stroitelstvo i arhitektura. 2012. № 1. P. 162–167.
6. Shinkin V. N. Residual stresses in the cross-section of the round bar during bending // Actual problems of the humanities and natural sciences. 2016. № 3-1. P. 145–151.
7. Hyunjin Kim, Chongmin Kim, Frédéric Barlat, Erik Pavlina, Myoung-Gyu Lee. Nonlinear elastic behaviors of low and high strength steels in unloading and reloading // Materials Science and Engineering. Vol. 562. 2013. P. 161–171.
8. Semenenko A. N. Method for determining the ultimate load during tension and bending of rods // Mashinostroenie i ingenernoe obrazovanie. 2016. № 4. P. 57–60.
9. Martin Vild, Miroslav Bajer. Strengthening Under Load: The Effect of Preload Magnitudes // Procedia Engineering. Vol. 161. 2016. P. 343–348.
10. Toshin D. S. The work of concrete with the reinforcement of the structure under load // Akademicheskij vestnik UralNIIProyekt RAASN. 2015. № 3. P. 66–68.
11. Serazutdinov M. N., Ubaydulloyev M. N. Variational method for calculating rectilinear and curvilinear thin-walled rods. Kazan : KNRTU. 2016. 144 p.