

УДК 621.863

**Мудров Александр Григорьевич**

доктор технических наук, профессор

E-mail: [Alexmudrov42@rambler.ru](mailto:Alexmudrov42@rambler.ru)

**Казанский государственный архитектурно-строительный университет**

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

**Мудрова Анна Александровна**

соискатель

E-mail: [annamudrova@mail.ru](mailto:annamudrova@mail.ru)

**Федеральная служба по аккредитации (Росаккредитация)**

Адрес организации: 117312, Россия, г. Москва, ул. Вавилова, д. 7

## Процесс перемешивания в пространственных устройствах

### Аннотация

*Постановка задачи.* В настоящее время наиболее перспективными смесителями являются пространственные с неравномерным движением емкости, в состав которых входят только вращательные шарниры, оформляемые на стандартных подшипниках качения. Смесители имеют высокий КПД, один источник привода и минимальное число подвижных звеньев: три, четыре, или шесть, очень эффективны в работе. Пока малоизвестны, мало исследованы.

Цель исследования – разработать модели объемного движения частиц в емкости, вывести математические формулы, характеризующие условия гарантированного скольжения и отрыва частиц в разных зонах емкости с учетом геометрических параметров смесителей и частоты вращения емкости.

*Результаты.* Приведен расчет условий скольжения и отрыва частиц от дна емкости в разных точках длины емкости. Определены математические значения угловой скорости емкости, выявлено влияние параметров механизма на условия объемного движения частиц материала, определены оптимальные режимы процесса перемешивания.

*Выводы.* Значимость полученных результатов для строительной отрасли заключается в существенном преимуществе пространственных смесителей с неравномерным движением емкости для приготовления высокооднородных по составу смесей, универсальность использования для многих процессов, простота и надежность в работе.

**Ключевые слова:** переменная угловая скорость, ускорение, пространственные смесители, вращательные шарниры, математические модели.

### Введение

Перемешивание материалов является одним из распространенных процессов, как в строительном производстве, так и в народном хозяйстве. Перемешиванием материалов люди занимались с древнейших времен, однако какой-либо науки и теории как таковой не было. Систематическое изучение процессов перемешивания началось с 30-40 годов двадцатого столетия на основе методов подобию.

В последующие годы были обоснованы и выявлены основные закономерности процесса перемешивания и предложены методы расчета аппаратов с мешалкой и смесителей (перемешивающие устройства). В основном наука о перемешивании касалась химии и химической промышленности [1].

В этой части исследований большой вклад внесли ученые нашей страны: Кафаров В.В., Васильцов Э.Х., Брагинский Л.Н. и другие [2, 3]. Из зарубежных ученых в этой области можно отметить: Стренк Ф., Штербачек З, Тауск П., Холланд Ф., Бредшоу П. и другие [4, 5].

Из обзора перемешивающих устройств можно установить поэтапное развитие их конструкций, беря за основу характер движения рабочего органа (мешалки или емкости). Первый этап развития – устройства только с простым вращательным движением их рабочих органов, второй этап – устройства, рабочие органы которых имеют комбинацию двух простых движений, осуществляемых каждое от своего индивидуального источника привода, третий этап развития – устройства, рабочие органы которых совершают сложное

движение посредством сложных преобразующих механических передач; четвертый этап – устройства, рабочие органы которых совершают сложное пространственное движение с неравномерной скоростью от одного источника привода [6].

Как показали результаты лабораторно-производственных исследований, интенсивность процесса смешения материалов во многом определяется характером движения рабочего органа – у устройств четвертого этапа развития интенсивность и качество смеси во много раз (десятки) выше, чем у таковых первого этапа развития.

Большая часть исследований касалась устройств со стационарным режимом работы при постоянной скорости и при простом движении рабочего органа. Очень мало работ, рассматривающих процесс смешения в емкости, совершающей сложное движение и практически нет исследований в емкости, совершающей сложное пространственное неравномерное движение.

Трудами ученых создана теория смешения в различных конструкциях смесителей, изучены многие вопросы этого процесса, как в теоретическом, так и в практическом аспектах, проведены многочисленные исследования по оптимизации режима работы и конструктивных параметров, но только при стационарном режиме работы.

Методы изучения движения материала в емкости смесителей со сложным движением отличаются разнообразными подходами в зависимости от типа конструкции и типа движения, мало изучены и отличаются разными подходами к процессу смешения материала. Например, в планетарных смесителях движение одной частицы представлялось состоящим из трех видов: плоское движение в массиве частиц, движущихся вместе с емкостью, скольжение частиц относительно массива или стенки и свободный полет частицы.

В других работах рассматривалось движение частицы в двух вращательных движениях вокруг пересекающихся осей, выведено уравнение движения одной частицы при сферическом движении.

При рассмотрении слоев сыпучего материала используются модели механики грунтов, а для вязко текучего и невязкого состояния – модель Стоксовской жидкости с особыми свойствами, применена теория случайных процессов, где плотность распределения вероятности перемещения отдельных частиц удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка. Также использовалась теория Марковского разрывного процесса, и взаимопроникающая многоскоростная модель Ландау-Рахматуллина.

Можно отметить и другие методы исследования процесса перемешивания: физико-химической гидродинамики, теория турбулентности Прандтля – Кармана, теория локально изотропной турбулентности Колмогорова-Обухова, методы химической кибернетики и системного анализа, использование математического моделирования на основе экспериментального определения функции распределения времени пребывания в аппарате, применение стохастической теории для изучения микроперемешивания и другие.

Как видно из краткого обзора, имеются сведения о многих методах исследования процесса перемешивания в смесителях, однако использовать их в смесителях со сложным пространственным неравномерным движением емкости не представляется возможным, так как вопросы оптимизации геометрических и режимных параметров в этих методах не рассматривались, тем более на стадии проектирования.

В созданных нами смесителях (7 классификационных групп) емкости совершают сложное пространственное неравномерное движение самого разного закона движения звеньев [7]. Смесители в составе имеют только вращательные шарниры, оформленные на стандартных подшипниках качения, поэтому имеют высокий КПД. Одно из звеньев механизмов выполняет функцию емкости. Все смесители имеют один источник привода. Следует указать ещё на большое их преимущество – у них число подвижных звеньев всего три, четыре, пять или шесть.

Процесс перемешивания в таких смесителях еще не изучен и не исследован, так как такие смесители пока ни у нас в стране, ни за рубежом не могут изготовить из-за особых структурных условий. Такие смесители имеются только на кафедре «Дорожно-строительные машины» КГАСУ.

Цель исследования – разработать модели объемного движения частиц в емкости, вывести математические формулы, характеризующие условия гарантированного

скольжения и отрыва частиц в разных зонах емкости с учетом геометрических параметров смесителей и частоты вращения емкости.

### Анализ и обсуждение исследований

С какой позиции подойти к изучению процесса перемешивания при пространственном неравномерном типе движения? Каким образом увязать процесс перемешивания, конструктивные параметры и режим работы смесителя?

Мы исходили из того, что в основе перемешивания компонентов обязательно присутствует их взаимное сложное объемное перемещение (диффузионное), в этой связи представляет большой интерес выявление условий, при которых это движение осуществляется.

Сложность заключается в том, что поскольку сама емкость совершает сложное пространственное неравномерное движение, то у каждой точке дна емкости будет свой закон движения и условия скольжения частиц материала в зоне этих точек совершенно различны.

В качестве примера рассмотрим смеситель (рис. 1), сконструированный на базе четырехзвенного механизма Беннетта-Шитикова [8-10], у которого три подвижных звена: кривошипы АВ и DC, шатун BC, выполняющий функцию емкости. При работе ведущий кривошип АВ вращается с постоянной угловой скоростью, а ведомый кривошип DC – с переменной и в плоскости, расположенной под углом  $\alpha_2$  к плоскости вращения кривошипа АВ, следовательно, емкость будет иметь сложное пространственное неравномерное движение [11-13].

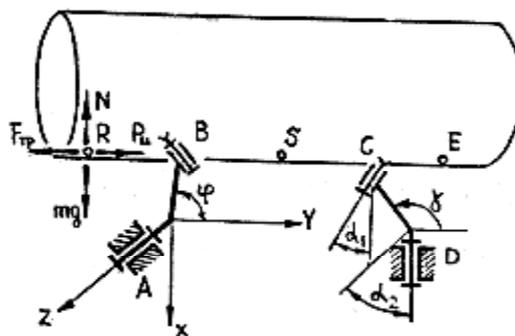


Рис. 1. Кинематическая схема смесителя (иллюстрация авторов)

Частицы компонентов в емкости при перемешивании скользят по дну емкости, совершают отрыв от дна, соударяются между собой и стенками емкости, отскакивают и снова повторяют те же циклы движения неоднократно. Смеситель отлично зарекомендовал себя в технике [14-18].

Определим сначала, как будет вести себя частица материала, если она будет находиться в разных местах дна емкости, например, в центре S, в стороне ведущего R и ведомого E кривошипов (рис. 1) и определим то минимальное значение угловой скорости, при которой начнется скольжение частицы по дну емкости и отрыв ее от поверхности дна, т.е. определим начальные условия, при которых начнется хаотическое движение частиц.

Рассмотрим условие скольжения частицы по дну емкости в различных ее местах. Пусть частица находится левее оси шарнира B в точке R, которая лежит на продолжении линии, соединяющей кратчайшее расстояние между осями шарниров емкости.

К частице приложены следующие силы (рис. 1):  $G$  – вес частицы,  $F$  – сила трения,  $N$  – реакция связи,  $P_u$  – сила инерции, действующая в плоскости  $zy$ . Частица начнет скольжение при условии  $F=P_u$  или  $fmg=ma_{yz}$ , или  $fg = a_{yz}$ , здесь  $f$  – коэффициент трения скольжения частицы о дно емкости,  $a_{yz}$  – ускорение частицы в плоскости  $yz$ .

( $a_{yz} = \sqrt{a_y^2 + a_z^2}$ , где  $a_y$  – проекция вектора ускорения точки на ось  $y$ ;  $a_z$  – проекция вектора ускорения точки на ось  $z$ ).

Значение проекций вектора ускорения точки определим по разработанной нами методике, используемой при кинематическом исследовании смесителей [16].

Расположим систему координат  $xuz$  так, чтобы ось  $z$  совпадала с осью шарнира  $A$ , а ось  $y$  – с прямой  $AD$ . При этом ведущий кривошип  $AB$  будет вращаться в плоскости  $xAy$  и его положение определяется углом  $\varphi$ , отсчитываемого от оси  $y$ , а ведомый кривошип

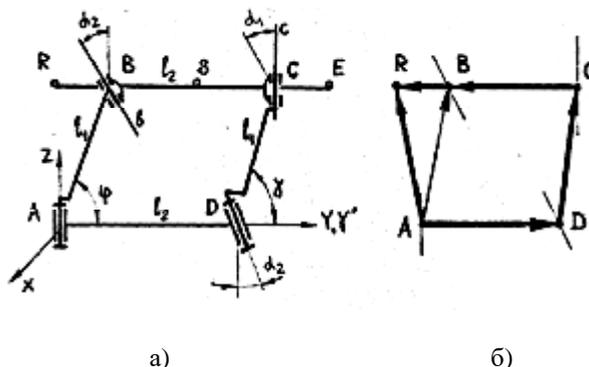


Рис. 2. Кинематическая и векторная схемы (иллюстрация авторов)

$DC$  вращается в плоскости, повернутой на угол  $\alpha_2$  по отношению к плоскости  $xAy$  и его положение определяется углом  $\gamma$ .

Расстояние  $BR$  берется из конструктивных соображений в соответствии с принятым размером емкости. Примем отрезок  $BR = kBC = kl_2$ . Коэффициент  $k$  можно брать в пределах 0.1-1.0.

Для определения ускорения в точке  $R$  представим кинематическую схему смесителя (рис. 2а) и замкнутого векторного контура смесителя (рис. 2б) в виде  $\vec{AB} + \vec{BR} - \vec{AR} = 0$  или  $\vec{AR} = \vec{AB} + \vec{BR}$ .

Это уравнение представляется через соответствующие отрезки и орты в проекциях на оси  $xuz$ , затем определяются проекции ортов и, продифференцировав проекции векторов, определяются проекции скоростей, продифференцировав проекции скоростей, определяются проекции вектора ускорений точки  $R$  на оси  $uz$ .

$$a_R^x = l_1 \left[ (1+k) \omega^2 \sin j + k \cos \alpha_2 (e_3 \cos g - \omega_3^2 \sin g) \right] \tag{1}$$

$$a_R^y = l_1 \omega^2 \frac{\dot{e} k c^2 a \cos j - k b c^2 - b c^2 \sin^2 j}{(a - b \cos j)^3} - (1+k) \cos j \dot{e} \tag{2}$$

$$a_R^z = k l_2 \omega^2 \sin \alpha_1 \sin j \frac{\dot{e} c b^2 - a b c \cos j - c^3 \dot{e}}{(a - b \cos j)^3} \tag{3}$$

В формулах обозначено:

$k$  – коэффициент в пределах 0,1...1,0;

$l_1$  – длина кривошипа;

$\omega$  – угловая скорость емкости;

$\varphi$  – угол поворота ведущего кривошипа;

$c = \cos \alpha_2 - \cos \alpha_1$ ,

$a = 1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_2$ ,

$b = \sin \alpha_1 \sin \alpha_2$ ,

$\alpha_1$  – угол скрещивания осей шарниров кривошипов;

$\alpha_2$  – угол скрещивания осей валов кривошипов.

Тогда, из условия скольжения частицы  $fg = a_{yz}$ , определяется минимальное значение угловой скорости вращения емкости –  $\omega$ , при которой начинается скольжение частицы в точке  $R$ :

$$\omega = \sqrt{\frac{fg}{k^2 l_2^2 \sin^2 \alpha_1 \sin^2 f \frac{\dot{e} c b^2 - a b c \cos f - c^3 \dot{e}}{(a - b \cos f)^3} \dot{e} + l_1^2 \frac{\dot{e} a k c^2 \cos f - k b c^2 - b c^2 \sin^2 f}{(a - b \cos f)^3} - (1+k) \cos f \dot{e}}} \tag{4}$$

Отрыв частицы от поверхности дна емкости произойдет при равенстве веса частицы составляющей инерционной силы по оси  $x$ , т.е.  $mg = ma_R^x$  или  $g = a_R^x$ .

Проведя аналогичные действия, определяется минимальное значение угловой скорости емкости и ускорение  $a_R^x$  (формула 1), при которой начинается отрыв частицы от дна емкости в точке R:

$$w = \sqrt{\frac{g}{I_1 \sin j \frac{e}{e} (1+k) + k \cos a_2 \frac{e}{e} \frac{cb^2 - acb \cos j - c^3}{(a - b \cos j)^3} - c^3}} \quad (5)$$

Рассмотрим теперь точку S, лежащую в середине отрезка BC и определим условие скольжения и отрыва частицы в этой точке.

Траектория точки S определится радиус-вектором AS, который находится из замкнутого векторного контура ASBA (рис. 3),  $AS = AB - SB$ , или  $AS e_{AS} = AB e_{AB} - SB e_{SB}$ .

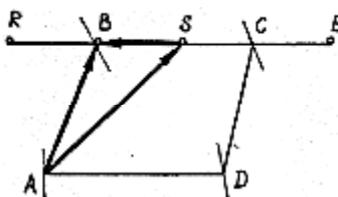


Рис. 3. Векторная схема для точки S (иллюстрация авторов)

После ряда промежуточных преобразований проекции вектора ускорения на оси координат хуз запишутся:

$$a_s^x = 0.5 I_1 [w^2 \sin j + \cos a_2 (w_3^2 \sin g - e_3 \cos g)], \quad (6)$$

$$a_s^y = -0.5 I_1 (w^2 \cos j + w_3^2 \cos g + e_3 \sin g), \quad (7)$$

$$a_s^z = 0.5 I_2 \sin a_1 (w_3^2 \sin g - e_3 \cos g). \quad (8)$$

Скольжение частицы в точке S начнется при условии:

$$fg = \sqrt{(a_s^y)^2 + (a_s^z)^2}. \quad (9)$$

Из этого равенства после ряда преобразований получим минимальное значение угловой скорости емкости, при которой начинается скольжение частицы в точке S:

$$w = \sqrt{\frac{2fg}{I_2^2 \sin^2 a_1 \frac{e}{e} \frac{c^3 \sin j + cb \sin j (a \cos j - b)}{(a - b \cos j)^3} + I_1^2 \frac{e}{e} \frac{bc^2 - ac^2 \cos j + bc^2 \sin^2 j}{(a - b \cos j)^3} - \cos j}} \quad (10)$$

Условие отрыва частицы запишется в виде  $mg = ma_S^x$  или  $g = a_S^x$ . Принимая во внимание значение составляющей ускорения в точке S по оси x (формула 6), минимальное значение угловой скорости, при которой начинается отрыв частицы в точке S, запишется:

$$w = \sqrt{\frac{2g}{I_1 \sin j \frac{e}{e} (1+k) + \cos a_2 \frac{e}{e} \frac{c^3 + cb(a \cos j - b)}{(a - b \cos j)^3}}} \quad (11)$$

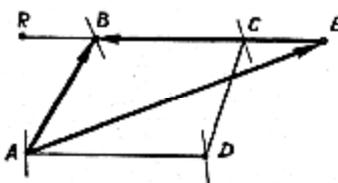


Рис. 4. Векторная схема для точки E (иллюстрация авторов)

Рассмотрим теперь точку E, лежащую правее точки C, находящуюся в стороне ведомого кривошипа DC (рис. 4). Уравнение замкнутости векторного контура AEBА в этом случае запишется  $\overline{AE} + \overline{EB} - \overline{AB} = 0$ . После ряда промежуточных преобразований проекции вектора ускорения в точке E на оси координат хуз запишутся:

$$a_E^x = l_1 w^2 \sin j \left[ (1 - k) \frac{\dot{e}}{e} - \cos \alpha_2 \frac{\dot{e}^3 + acb \cos j - cb^2 \ddot{u}}{(a - b \cos j)^3} \right] \tag{12}$$

$$a_E^y = w^2 \frac{\dot{e}}{e} l_1 (k - 1) \cos j + k l_1 \frac{\dot{e} bc^2 \sin^2 j + bc^2 - ac^2 \cos j}{(a - b \cos j)^3} \ddot{u} \tag{13}$$

$$a_E^z = k l_2 w^2 \sin \alpha_1 \sin j \frac{\dot{e} c^3 + acb \cos j - cb^2 \ddot{u}}{(a - b \cos j)^3} \tag{14}$$

Условие скольжения частицы в точке E, происходящее в плоскости у0z, определится условием:

$$fg = \sqrt{(a_E^y)^2 + (a_E^z)^2} \tag{15}$$

Подставляя значения (13) и (14) проекций ускорения в условие (15), находим минимальное значение угловой скорости, при которой начинается скольжение частицы в точке E:

$$w = \sqrt{\frac{fg}{\left[ l_1 (k - 1) \cos j + k l_1 \frac{\dot{e} bc^2 \sin^2 j + bc^2 - ac^2 \cos j}{(a - b \cos j)^3} \ddot{u} + k^2 l_2^2 \sin^2 \alpha_1 \sin^2 j \frac{\dot{e} c^3 + acb \cos j - cb^2 \ddot{u}}{(a - b \cos j)^3} \right]^2}} \tag{16}$$

Условие отрыва частицы в точке E запишется в виде  $g = a_E^x$  или, подставляя значение  $a_E^x$  из выражения (12), находим минимальное значение угловой скорости, при которой начинается отрыв частиц в точке E:

$$w = \sqrt{\frac{g}{l_1 \sin j \left[ (1 - k) \frac{\dot{e}}{e} - \cos \alpha_2 \frac{\dot{e} c^3 + acb \cos j - cb^2 \ddot{u}}{(a - b \cos j)^3} \right]}} \tag{17}$$

Итак, получены математические зависимости, определяющие минимальные значения угловой скорости, при которой начинается скольжение и отрыв частиц в емкости, дно которой расположено по линии, соединяющей концы кратчайших расстояний между осями ее шарниров [19, 20].

Характерные точки взяты в центральной зоне емкости и в зонах ведущего и ведомого кривошипов.

Полученные выражения позволяют проследить за движением частиц на одном обороте вращения емкости в разных ее местах. Для этой цели полученные выражения исследовались на ЭВМ для конкретных типоразмеров смесителей, которые имеют место в практическом использовании.

Так, угол  $\alpha_2$  скрещивания осей вращения кривошипов можно принимать равным 45, 60 и 90°. Угол  $\alpha_1$  скрещивания осей шарниров кривошипов – в пределах 15-30° или 165-150° с шагом 5°. Такие значения углов охватывают наиболее вероятные и возможные варианты в конструировании, поскольку в совокупности смесители будут иметь углы, расположенные в одном и разных квадрантах, т.е. охватывают самые разнообразные типоразмеры смесителей.

Кратчайшее расстояние  $l_2$  можно принимать для всех типов конструкций, равным 200 мм, это расстояние приемлемо для вместимости емкости от 10 до 100 л. Кратчайшее расстояние  $l_1$  для каждой конструкции будет принимать свое конкретное значение, и определяться формулой  $l_1 = l_2 \sin \alpha_1 / \sin \alpha_2$ .

Исследовались выражения (4, 10, 16), характеризующие условия скольжения в точках R, S, E для двадцати типоразмеров смесителей, здесь приводим результаты только для одной из характерных групп параметров.

Для смесителя с параметрами  $a_2 = 45^\circ, a_1 = 20^\circ$  график скольжения частицы по дну емкости на одном обороте емкости показан на рис. 5. Как видно из графика, скольжение частиц происходит на полном обороте без разрыва, но в разных частях емкости начальные условия скольжения отличаются. Кривые имеют по два выраженных пика, различающихся по модулю для рассматриваемых точек.

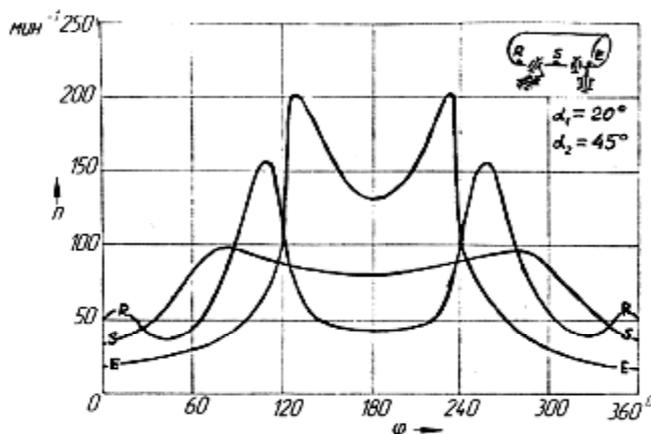


Рис. 5. Графики скольжения частиц (иллюстрация авторов)

По графику можно определить минимальное значение частоты вращения емкости с гарантированным скольжением частиц. Для зоны центра (точка S) значение частоты равно  $99 \text{ мин}^{-1}$ , для точки R –  $150 \text{ мин}^{-1}$  и для точки E –  $200 \text{ мин}^{-1}$ . Поскольку пиковые значения частоты соответствуют небольшому углу поворота (порядка  $15-20^\circ$ ), то минимальное значение частоты можно принять равным  $115-150 \text{ мин}^{-1}$ .

Рассмотрим теперь условия отрыва частицы в тех же точка емкости, для чего исследовались на ЭВМ выражения (5, 11, 17) при тех же параметрах смесителей.

Для смесителя с параметрами  $a_2=45^\circ, a_1=20^\circ$  графики зависимости частоты вращения отрыва частиц показан на рис.6. Кривые минимальной частоты вращения, характеризующие условия начала отрыва частицы в точках R, S, E существенно отличаются от таковых при условии скольжения.

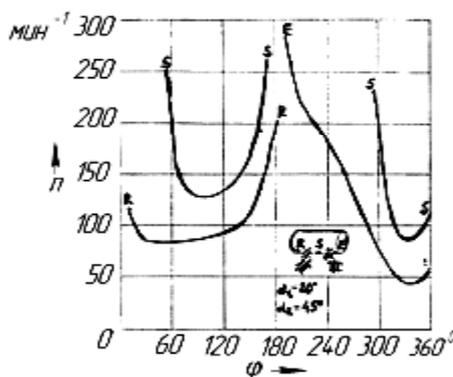


Рис. 6. Графики отрыва частиц (иллюстрация авторов)

Отрыв частиц осуществляется не на всем обороте емкости, а при некоторых значениях угла поворота, имеющем разное значение для точек. Так, для точки R отрыв происходит на угле поворота от  $10$  до  $180^\circ$  при минимальной частоте вращения  $72-150 \text{ мин}^{-1}$ . В точке S отрыв осуществляется дважды: при угле поворота  $60-160^\circ$  и  $300-360^\circ$  при разных значениях минимальной частоты вращения. В точке E отрыв происходит на угле поворота от  $180$  до  $360^\circ$ . Значения частоты вращения для всех точек изменяются по кривым, напоминающим кривые квадратной функции.

Устойчивый отрыв частиц во всех точках происходит при частоте вращения емкости не менее  $150-175 \text{ мин}^{-1}$ . На первом полуобороте отрыв начинается на стороне ведущего кривошипа (точки R, S), на втором полуобороте в отрыве участвуют частицы, расположенные в емкости на стороне ведомого кривошипа, т.е. идет волнообразный процесс отрыва частиц.

Таким же образом, исследовались условия движения частиц в других типоразмерах смесителей.

### Заключение

1. Показано отсутствие методов исследования процесса перемешивания в пространственных смесителях, трудность исследования из-за сложного неравномерного пространственного движения емкости. Рассмотрены условия скольжения и отрыва частиц в различных зонах емкости: в центральной зоне, в стороне ведущего и ведомого кривошипов.

Уравнения движения частиц выведены решением векторных контуров для тех или иных точек зон, преобразованием систем координат, определением ортов, двойным дифференцированием и определением наименьшей угловой скорости, при которой начинаются скольжение и отрыв частиц.

2. Скольжение частиц происходит на полном обороте практически во всех типах смесителей при минимальной частоте вращения  $30-50 \text{ мин}^{-1}$ . Наиболее приемлемыми параметрами смесителей по условию скольжения являются типоразмеры с параметрами углов, лежащих в пределах  $\alpha_2=45-60^\circ$ ,  $\alpha_1=165-150^\circ$ . В этих смесителях стабильное скольжение происходит при частоте вращения емкости  $85-110 \text{ мин}^{-1}$ .

3. Увеличение угла  $\alpha_2$  от  $45$  до  $90^\circ$  приводит к незначительному уменьшению частоты вращения емкости. Из этого следует, что по условию скольжения при конструировании угол  $\alpha_2$  можно одинаково принимать от  $45$  до  $90^\circ$  и окончательное его значение следует принимать в зависимости от условий отрыва частиц и технологии изготовления смесителей.

4. Угол  $\alpha_1$  весьма существенно влияет на значение частоты вращения. Во всех модификациях смесителей наблюдается снижение частоты вращения при увеличении угла  $\alpha_1$  от  $15$  до  $30^\circ$  и уменьшении его от  $165$  до  $150^\circ$ , в среднем частота вращения при этом снижается на  $20-50 \text{ мин}^{-1}$ .

5. По условию отрыва частиц увеличение угла  $\alpha_2$  от  $45$  до  $90^\circ$  приводит к увеличению частоты вращения емкости в среднем на  $10-20 \text{ мин}^{-1}$ , следовательно, в этом случае предпочтительны смесители с меньшим значением угла  $\alpha_2$ .

6. Влияние изменения угла  $\alpha_1$  на условие отрыва частиц более существенно, чем влияние угла  $\alpha_2$ . Так, увеличение угла  $\alpha_1$  от  $15$  до  $30^\circ$  и уменьшение его от  $165$  до  $150^\circ$  приводит к снижению частоты вращения емкости в среднем на  $40-70 \text{ мин}^{-1}$ .

7. Сочетание углов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  также влияет на условие отрыва частиц. При расположении углов в разных квадрантах отрыв частиц происходит на угле поворота  $10-160^\circ$  во всех точках емкости одновременно. А при расположении углов в одном квадранте отрыв осуществляется последовательно и практически на полном обороте емкости. Различна здесь и минимальная частота вращения для разных точек, во втором случае она более разбросана, чем в первом.

8. Во всех случаях отрыв частиц происходит одновременно в части емкости, расположенной в стороне ведущего кривошипа при его повороте до  $180^\circ$ , т.е. в этой части емкости находится наиболее активная зона отрыва частиц. Исходя из этого, при конструировании целесообразно емкость располагать, смещая в сторону ведущего кривошипа.

9. Кроме объемного движения частиц в емкости следует отметить на увеличение интенсификации процесса от дополнительного инерционного силового воздействия на частицы, возникающего от неравномерного движения емкости и регулируемой в широких пределах частотой вращения.

10. Результаты данной работы могут быть использованы в проектно-конструкторских и научно-исследовательских организациях при создании и разработке новых типов пространственных смесителей и устройств, во многих процессах предприятий строительного профиля, а также в учебных процессах ВУЗов.

**Список библиографических ссылок**

1. Касаткин Ю. И. Основные процессы и аппараты химической технологии. М. : Альянс, 2005. 750 с.
2. Макаров Ю. И. Аппараты для перемешивания сыпучих материалов. М. : Машиностроение, 1973. 215 с.
3. Першин В. Ф., Однолько В. Г., Першина С. В. Переработка сыпучих материалов в машинах барабанного типа. М. : Машиностроение, 2009. 220 с.
4. Bridgwater J. Mixing of particles and powders: Where next // *Particuology*. 2010. Vol. 8. P. 563–567.
5. Jingfang L. Ju., Yueqing Y. U., Zhen H., Xiao'ou H. General Order Principle for Multi Bennett Linkages // *Chinese Journal Of Mechanical Engineering*. 2013. Vol. 26. № 1. P. 1–7.
6. Хвостицкий А. А., Евграфов А. Н., Терешин В. А. Геометрия и кинематика пространственного шестизвенника с избыточными связями // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Наука и образование*. 2011. № 2. С. 170–176.
7. Мудров А. Г., Марданов Р. Ш. Обзор исследований пространственных механизмов с вращательными шарнирами // *Теория механизмов и машин*. 2015. № 2 (16). С. 62–75.
8. Bennett G. T. A new mechanism. *Engineering*. London, 1903. P. 777–778.
9. Perez A. M., Carthy J. M. Dimensional synthesis of Bennett linkages. *Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conferences*. Baltimore. Maryland. USA. Paper DETC2000 / MECH – 14069.
10. Veldkamp G. R. Canonical systems and instantaneous invariants in spatial kinematics // *Journal of Mechanisms*. 1967. Vol. 3. P. 329–388.
11. Baker E. J. On the motion geometry of the Bennett linkage, *Proceeding 2 of Eighth International Conference on Engineering Computer Graphic and Descriptive Geometry*, Austin, USA, 31 July–3 August. 1998. P. 433–437.
12. Chen Y., Baker E. J. Using a Bennett linkage as a connector between other Bennett loops, *Proc. IMechE*. Vol. 219. 2004. P. 177–185.
13. Perez A. M., Carthy J. M. Dimensional Synthesis of Bennett Linkages // *Transactions of the ASME*. 2003. Vol. 125. P. 98–104.
14. Мудров А. Г., Зиганшин И. И. Функции механизма Беннетта // *Техника и технология транспорта*. 2017. № 2 (3). С. 1.
15. Мудров А. Г., Сахапов Р. Л., Шамилов Д. И. Исследование динамических характеристик пространственного четырехзвенника // *Техника и технология транспорта*. 2017. № 4 (5). С. 2.
16. Мудров А. Г. Пространственные механизмы с особой структурой. Казань : РИЦ «Школа», 2003. 300 с.
17. Мудров А. Г., Заббаров А. Ш. Влияние параметров базового механизма на функции смесителя // *Техника и технология транспорта*. 2017. № 3 (4). С. 1.
18. Mudrov A. G., Jarullin M. G. From the Bennett mechanism to the differential gear. Kazan : Kazan University press, 2003. 92 p.
19. Замалиев Ф. С. Численные и натурные эксперименты преднапряженных сталежелезобетонных балок // *Вестник МГСУ*. 2018. № 3.
20. Мирсаяпов И. Т., Королева И. В., Сабирзянов Д. Д. Прочность и деформации глиняных грунтов при трехосном режимном чередующемся статическом и циклическом нагружении // *Геотехника Беларуси: Наука и практика*. 2013. С. 297–304.

**Mudrov Alexander Grigorjevich**

doctor of technical sciences, professor

E-mail: [Alexmudrov42@rambler.ru](mailto:Alexmudrov42@rambler.ru)**Kazan State University of Architecture and Engineering**

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

**Mudrova Anna Alexandrovna**

researcher

E-mail: [annamudrova@mail.ru](mailto:annamudrova@mail.ru)**Federal Service for Accreditation (Rosakkreditatsiya)**

The organization address: 117312, Russia, Moscow, Vavilova st., 7

## The mixing process in the spatial devices

### Abstract

*Problem statement.* Currently, the most promising mixers are spatial with uneven movement of the container, which consists only of rotary joints, designed on standard rolling bearings. Mixers have a high efficiency, one drive source and a minimum number of moving links: three, four, five or six, very effective in operation. While little known, little investigated.

The aim of the study is to develop models of volume motion of particles in the tank, to derive mathematical formulas characterizing the conditions of guaranteed slip and separation of particles in different zones of the tank, taking into account the geometric parameters of the mixers and the speed of the tank.

*Results.* The calculation of conditions of sliding and separation of particles from the bottom of the tank at different points of the tank length is given. The mathematical values of the angular velocity of the tank are determined, the influence of the parameters of the transfer mechanism on the conditions of the bulk motion of the material particles is revealed, the optimal modes of the mixing process are determined.

*Conclusions.* The significance of the results for the construction industry is a significant advantage of spatial mixers with uneven movement of the tank for the preparation of highly homogeneous mixtures in composition, versatility of use for many processes, simplicity and reliability.

**Keywords:** variable angular velocity, acceleration, spatial mixers, rotational hinges, mathematical models.

### References

1. Kasatkin Y. I. The basic processes and apparatuses of chemical technology. M. : Alliance, 2005. 750 p.
2. Makarov Yu. I. Apparatus for mixing bulk materials. M. : Mashinostroeniye, 1973. 215 p.
3. Pershin V. G., Pershina S. V., Processing of bulk materials in drum-type machines. M. : Mashinostroeniye, 2009. 220 p.
4. Bridgwater J. Mixing of particles and powders: Where next // Particuology. 2010. Vol. 8. P. 563–567.
5. Jingfang L. Iu., Yueqing Y. U., Zhen H., Xiao'ou H. General Order Principle for Multi Bennett Linkages // Chinese Journal Of Mashinostroeniye. 2013. Vol. 26. № 1. P. 1–7.
6. KostECKI A. A., Evgrafov A. N., Tereshin V. A. Gemetria and the kinematics of spatial six-link mechanism with redundant connections // Nauchn-tehnicheskiye vedomosti SPbGPU. Nauka I obrazovaniye. 2011. № 2. P. 170–176.
7. Mudrov A. G., Mardanov R. Sh. A review of studies of spatial mechanisms with rotational hinges // Teoriya mekhanizmov i mashin. 2015. № 2 (16). P. 62–75.
8. Bennett G. T. A new mechanism. Engineering. London, 1903. P. 777–778.
9. Perez A. M., Carthy J. M. Dimensional synthesis of Bennett linkages. Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conferences. Baltimore. Maryland. USA. Paper DETC2000 / MECH – 14069.
10. Veldkamp G. R. Canonical systems and instantaneous invariants in spatial kinematics // Journal of Mechanisms. 1967. Vol. 3. P. 329–388.
11. Baker E. J. On the motion geometry of the Bennett linkage, Proceeding 2 of Eighth International Conference on Engineering Computer Graphic and Descriptive Geometry, Austin, USA, 31 July-3 August. 1998. P. 433–437.
12. Chen Y., Baker E. J. Using a Bennett linkage as a connector between other Bennett loops, Proc. IMechE. Vol. 219. 2004. P. 177–185.
13. Perez A. M., Carthy J. M. Dimensional Synthesis of Bennett Linkages // Transactions of the ASME. 2003. Vol. 125. P. 98–104.
14. Mudrov A. G., Ziganshin I. I. Functions of the mechanism of Bennett // Tehnika i tehnologiya transporta. 2017. № 2 (3). P. 1.

15. Mudrov A. G., Sakhapov R. L., Shamilov D. I. Study of dynamic characteristics of spatial chetyrehdverny // *Tehnika i tehnologiya transporta*. 2017. № 4 (5). P. 2.
16. Mudrov A. G. Spatial mechanisms with a special structure. Kazan : RIC «School». 2003. 300 p.
17. Mudrov A. G., Zabbarov A. S. Influence of parameters of the underlying mechanism for the function of the mixer // *Tehnika i tehnologiya transporta*. 2017. № 3 (4). P. 1.
18. Mudrov A. G., Jarullin M. G. From the Bennett mechanism to the differential gear. Kazan : Kazan University press, 2003. 92 p.
19. Zamaliev F. S. Numerical and natural experiments of pre-stressed steel-concrete composite beams is presented // *Vestnik MGSU*. 2018, № 3.
20. Mirsayapov I. T., Koroleva I. V., Sabirzyanov D. D. Strength and deformation of clay soils under three-axis regime alternating static and cyclic loading // *Geotehnika Belarusi: Nauka I practica*. 2013. P. 297–304.