



УДК 532.5:621.694

Багоутдинова А.Г. – кандидат технических наук

E-mail: bagoutdinova@rambler.ru

Казанский (Приволжский) федеральный университет

Адрес организации: 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18

Вачагина Е.К. – доктор технических наук

E-mail: vachaginae@mail.ru

Казанский Научный Центр Российской Академии Наук

Адрес организации: 420111, Россия, г. Казань, ул. Лобачевского, д. 2/3

Золотоносов Я.Д. – доктор технических наук, профессор

E-mail: zolotonosov@mail.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Математическое моделирование труб с винтовой поверхностью теплообмена

Аннотация

Постановка задачи. Для повышения теплогидродинамической эффективности трубчатых аппаратов необходимо разрабатывать новые конструкции теплообменных элементов, отличающихся высокой тепловой эффективностью, технологичностью и невысокой стоимостью производства.

В связи с этим, авторами предложена серия винтовых труб с высокой степенью развития поверхностей теплообмена.

Результаты. В работе построены математические модели труб с винтовой поверхностью теплообмена различных конфигураций. Параметры, входящие в математические модели, позволяют исследовать и в дальнейшем оптимизировать внутреннюю геометрию труб.

Выходы. Значимость полученных результатов для строительной области состоит в том, что предлагаемые теплообменные элементы устанавливаются в инновационных теплообменных аппаратах, монтируемых в индивидуальных тепловых пунктах. Кроме того, строгое математическое описание труб с винтовой поверхностью теплообмена позволит при производстве предлагаемых теплообменных элементов использовать современные компьютерные технологии.

Ключевые слова: моделирование, винтовая поверхность, винтовая линия, гидромеханика, теплообменный аппарат.

Важным направлением решения задач ресурсо- и энергосбережения является разработка и внедрение новых видов конвективных поверхностей теплообмена, отличающихся высокой тепловой эффективностью, технологичностью и невысокой стоимостью производства.

В различных видах промышленности и ЖКХ одним из важнейших видов технологического оборудования являются теплообменные аппараты конвективного типа, общая масса которых достигает до 40 % массы всего оборудования. Модернизация, ремонт такого оборудования и создание новых производственных мощностей требуют огромных капитальных вложений, поэтому внедрение более эффективных и дешевых теплообменных устройств с учетом их доли в общей массе оборудования приводит к существенной экономии материальных и энергетических ресурсов.

В связи с этим, авторами [1-6] предложена серия инновационных теплообменных элементов с винтовой поверхностью теплообмена. На рис. 1 представлен один из вариантов такого элемента.

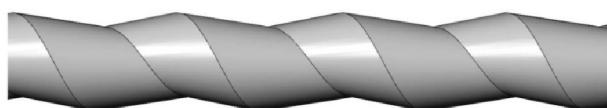


Рис. 1. Труба с винтовой поверхностью теплообмена

В работе [7] приведена оценка степени развития поверхности ψ предлагаемых теплообменных элементов по сравнению с поверхностью гладкотрубного элемента. Показано, что этот показатель для труб с винтовой поверхностью теплообмена при определенных геометрических соотношениях может изменяться от 1,4 до 2.

Применение теплообменных поверхностей при $\psi > 1,15$ считается целесообразным, поскольку положительно влияет на увеличение теплового потока, передаваемого через стенку и обеспечивает снижение металлоемкости теплообменного аппарата [8]. Следовательно, рассматриваемые винтовые трубы могут быть использованы в качестве эффективных теплообменных элементов трубчатых теплообменников.

Для организации серийного производства предлагаемых теплообменных элементов с использованием современных компьютерных технологий необходимо точное математическое описание геометрии их поверхностей.

В работе [9] рассмотрен универсальный метод построения поверхности, образованной движением непрерывной кривой ρ вдоль криволинейной направляющей $\gamma: \vec{r} = \vec{r}(t)$.

Согласно этому методу радиус-вектор точки поверхности записывается в виде суммы:

$$\vec{r}(t, s) = \vec{r}(t) + \vec{\rho}(t, s),$$

где s – произвольный параметр в некоторой плоскости кривой γ . Радиус-вектор точки границы поперечного сечения в выбранной плоскости записывается в виде:

$$\vec{\rho}(t, s) = \rho_1(t, s)\vec{e}_1(t) + \rho_2(t, s)\vec{e}_2(t),$$

где $\vec{e}_1(t)$ и $\vec{e}_2(t)$ – единичные векторы, лежащие в плоскости, пересекающей направляющую кривую в каждой точке, соответствующей параметру t .

Следовательно,

$$\vec{r}(t, s) = \vec{r}(t) + \rho_1(t, s)\vec{e}_1(t) + \rho_2(t, s)\vec{e}_2(t). \quad (1)$$

В качестве плоскости, которая пересекает направляющую кривую, наиболее удобно использовать плоскость, нормальную к этой кривой в каждой точке, определяемой параметром t . В качестве ортов $\vec{e}_1(t)$ и $\vec{e}_2(t)$ наиболее удобно выбирать вектор главной нормали $\vec{\nu}(t)$ и вектор бинормали $\vec{\beta}(t)$ направляющей кривой в точке, соответствующей значению параметра t . В этом случае радиус-вектор точки поверхности представляется в виде суммы $\vec{r}(t, s) = \vec{r}(t) + \vec{\rho}(t, s)$, где s – произвольный параметр в нормальной плоскости кривой γ , а $\vec{\rho}(t, s)$ – радиус-вектор точки границы поперечного сечения в нормальной плоскости, описывается равенством:

$$\vec{\rho}(t, s) = \rho_v(t, s)\vec{\nu}(t) + \rho_\beta(t, s)\vec{\beta}(t).$$

Тогда радиус-вектор точки поверхности представляется в виде:

$$\vec{r}(t, s) = \vec{r}(t) + \rho_v(t, s)\vec{\nu}(t) + \rho_\beta(t, s)\vec{\beta}(t). \quad (2)$$

Наиболее часто в качестве параметра s выбирается полярный угол φ в нормальной плоскости кривой γ , отсчитываемый от главной нормали по направлению к бинормали; $\rho(t, \varphi)$ – соответствующий «полярный радиус».

Тогда:

$$\vec{r}(t, \varphi) = \vec{r}(t) + \rho(t, \varphi)\cos\varphi\vec{\nu}(t) + \rho(t, \varphi)\sin\varphi\vec{\beta}(t), \quad (3)$$

где $\rho(t, \varphi)$ – переменный радиус границы поперечного сечения канала.

Единичные векторы касательной $\vec{\tau}$, нормали $\vec{\nu}$ и бинормали $\vec{\beta}$ вычисляются по формулам:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}/dt}{|d\vec{r}/dt|}, \quad \vec{\nu} = \frac{d\vec{\tau}/dt}{|d\vec{\tau}/dt|}, \quad \vec{\beta} = [\vec{\tau} \times \vec{\nu}] \quad (4)$$

или по формулам:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}/dt}{|d\vec{r}/dt|}, \quad \vec{\beta} = \frac{[d\vec{r}/dt \times d^2\vec{r}/dt^2]}{|[d\vec{r}/dt \times d^2\vec{r}/dt^2]|}, \quad \vec{\nu} = [\vec{\beta} \times \vec{\tau}] \quad (5)$$

Для описания поверхности винтовой трубы, образованной движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на эллиптическом цилиндре выберем в качестве ортov следующие векторы:

$$\vec{e}_1(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \vec{e}_2(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 0 \end{pmatrix},$$

а в качестве направляющей кривой – винтовую линию, расположенную на эллиптическом цилиндре:

$$\gamma: x = r_1 \cos t, y = r_2 \sin t, z = bt, 0 \leq t \leq \pi n,$$

где n – количество витков винтовой линии.

В качестве образующей кривой выберем треугольник, определяемый заданной высотой h , проведенной к основанию длиной $l = l_d + l_k$ и проекциями двух сторон l_d и l_k на третью сторону, к которой проведена высота в плоскости с ортами \vec{e}_1 и \vec{e}_2 :

$$\rho: \vec{\rho}(t, s) = s \vec{e}_1(t) + f(s) \vec{e}_2(t), -l_d \leq s \leq l_k,$$

где

$$f(s) = \begin{cases} (h(l_d + l_k)/l_d)s + h, & -l_d \leq s \leq 0, \\ -(h(l_d + l_k)/l_k)s + h, & 0 \leq s \leq l_k. \end{cases} \quad (6)$$

Тогда уравнение боковой поверхности канала запишется в виде:

$$\vec{r}(t, s) = \begin{pmatrix} r_1 \cos t \\ r_2 \sin t \\ bt \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + f(s) \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 0 \end{pmatrix}, -l_d \leq s \leq l_k, \quad (7)$$

где $b = (l_d + l_k)/(2\pi)$.

На рис. 2 представлена труба с винтовой поверхностью теплообмена, образованная движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на эллиптическом цилиндре, поверхность которой построена по уравнению (7).



Рис. 2. Труба с винтовой поверхностью теплообмена, образованная движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на эллиптическом цилиндре

Для описания поверхности винтовой трубы, образованной движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на круговом цилиндре выберем в качестве ортov следующие векторы:

$$\vec{e}_1(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \vec{e}_2(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 0 \end{pmatrix},$$

а в качестве направляющей кривой – винтовую линию, расположенную на круговом цилиндре:

$$\gamma: x = r_0 \cos t, y = r_0 \sin t, z = bt, 0 \leq t \leq \pi n.$$

Тогда уравнение боковой поверхности запишется как:

$$\vec{r}(t, s) = \begin{pmatrix} r_0 \cos t \\ r_0 \sin t \\ bt \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + f(s) \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 0 \end{pmatrix}, -l_d \leq s \leq l_k, \quad (8)$$

где $f(s)$ определяется с помощью (6), а $b = (l_d + l_k)/(2\pi)$.

На рис. 3 представлена труба с винтовой поверхностью теплообмена, образованная движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на круговом цилиндре, поверхность которой построена по уравнению (8).



Рис. 3. Труба с винтовой поверхностью теплообмена, образованная движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на круговом цилиндре

Запишем уравнение поверхности винтовой трубы, образованной движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на эллиптическом конусе. Пусть ψ – угол конусности.

Выберем в качестве ортov следующие векторы:

$$\vec{e}_1(t) = \begin{pmatrix} \operatorname{tg} \psi \cos t \\ \operatorname{tg} \psi \sin t \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \vec{e}_2(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ -\operatorname{tg} \psi \end{pmatrix},$$

а в качестве направляющей кривой винтовую линию, лежащую на эллиптическом конусе:

$$\gamma: x = (r_1 + b t \operatorname{tg} \psi) \cos t, y = (r_2 + b t \operatorname{tg} \psi) \sin t, z = b t, 0 \leq t \leq \pi n.$$

Тогда уравнение боковой поверхности канала записывается как:

$$\vec{r}(t, s) = \begin{pmatrix} (r_1 + b t \operatorname{tg} \psi) \cos t \\ (r_2 + b t \operatorname{tg} \psi) \sin t \\ b t \end{pmatrix} + \frac{s}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \begin{pmatrix} \operatorname{tg} \psi \cos t \\ \operatorname{tg} \psi \sin t \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{f(s)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ -\operatorname{tg} \psi \end{pmatrix}, -l_d \leq s \leq l_k, \quad (9)$$

где $f(s)$ определяется с помощью (6), а $b = (l_d + l_k) / (2\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi} \pi)$.

Запишем уравнения поверхности трубы в координатном виде:

$$\begin{cases} x(t, s) = \left[(r_1 + b t \operatorname{tg} \psi) + \frac{(\operatorname{stg} \psi + f(s))}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right] \cos t; \\ y(t, s) = \left[(r_2 + b t \operatorname{tg} \psi) + \frac{(\operatorname{stg} \psi + f(s))}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right] \sin t; \\ z(t, s) = b t + \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}. \end{cases}$$

Для удобства введем новый параметр Θ :

$$\begin{cases} s = s \\ \theta = b t + \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}. \end{cases}$$

Следовательно,

$$t = \theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}.$$

Тогда

$$\begin{cases} x(\theta, s) = \left[\left(r_1 + b \left(\theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right) \operatorname{tg} \psi \right) + \frac{(\operatorname{stg} \psi + f(s))}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right] \cos \left[\theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right]; \\ y(\theta, s) = \left[\left(r_2 + b \left(\theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right) \operatorname{tg} \psi \right) + \frac{(\operatorname{stg} \psi + f(s))}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right] \sin \left[\theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right]; \\ z(t, s) = \theta. \end{cases}$$

Здесь $0 \leq s \leq l_d + l_k$, $0 \leq \theta \leq l_d + l_k$.

На рис. 4 представлена труба с винтовой поверхностью теплообмена, образованная движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на эллиптическом конусе.



Рис. 4. Труба с винтовой поверхностью теплообмена, образованная движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на эллиптическом конусе

Для описания поверхности винтовой трубы, образованной движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на круговом конусе выберем в качестве ортov векторы:

$$\vec{e}_1(t) = \begin{pmatrix} \operatorname{tg} \psi \cos t \\ \operatorname{tg} \psi \sin t \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \vec{e}_2(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ -\operatorname{tg} \psi \end{pmatrix},$$

а в качестве направляющей кривой винтовую линию, лежащую на круговом конусе:

$$\gamma: x = (r_0 + bt \operatorname{tg} \psi) \cos t, y = (r_0 + bt \operatorname{tg} \psi) \sin t, z = bt, 0 \leq t \leq \pi n.$$

Здесь ψ – угол конусности.

Тогда уравнение боковой поверхности трубы запишется как:

$$\vec{r}(t, s) = \begin{pmatrix} (r_0 + bt \operatorname{tg} \psi) \cos t \\ (r_0 + bt \operatorname{tg} \psi) \sin t \\ bt \end{pmatrix} + \frac{s}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \begin{pmatrix} \operatorname{tg} \psi \cos t \\ \operatorname{tg} \psi \sin t \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{f(s)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ -\operatorname{tg} \psi \end{pmatrix}, \quad -l_d \leq s \leq l_k,$$

где $f(s)$ определяется с помощью (6), а $b = (l_d + l_k) / (2\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi} \pi)$.

Запишем уравнения поверхности трубы в координатном виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t, s) = \left[(r_0 + bt \operatorname{tg} \psi) + \frac{(st \operatorname{tg} \psi + f(s))}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right] \cos t; \\ y(t, s) = \left[(r_0 + bt \operatorname{tg} \psi) + \frac{(st \operatorname{tg} \psi + f(s))}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right] \sin t; \\ z(t, s) = bt + \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}. \end{array} \right.$$

Для удобства введем новый параметр Θ :

$$\left\{ \begin{array}{l} s = s \\ \theta = bt + \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}. \end{array} \right.$$

Следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} s = s \\ t = \theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}. \end{array} \right.$$

Тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} x(\theta, s) = \left[\left(r_0 + b \left(\theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right) \operatorname{tg} \psi \right) + \frac{(st \operatorname{tg} \psi + f(s))}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right] \cos \left[\theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right]; \\ y(\theta, s) = \left[\left(r_0 + b \left(\theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right) \operatorname{tg} \psi \right) + \frac{(st \operatorname{tg} \psi + f(s))}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right] \sin \left[\theta / b - \frac{s - f(s) \operatorname{tg} \psi}{b \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \right]; \\ z(\theta, s) = \theta. \end{array} \right.$$

Здесь $0 \leq s \leq l_d + l_k$, $0 \leq \theta \leq l_d + l_k$.

На рис. 5 представлена труба с винтовой поверхностью теплообмена, образованная движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на круговом конусе.

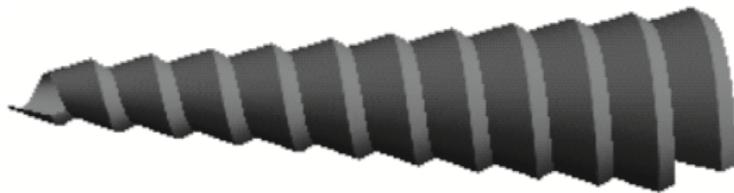


Рис. 5. Труба с винтовой поверхностью теплообмена, образованная движением треугольника в плоскости осевого сечения вдоль винтовой линии, расположенной на круговом конусе

Одной из наиболее современных технологий изготовления винтовых труб является метод ротационной ковки (или ротационного обжатия), реализуемый на специальных ротационно-ковочных машинах, где уравнения поверхностей используются при работе аппаратно-программного комплекса, обеспечивающего непрерывное производство труб [10].

На рис. 6 изображен теплообменный элемент, полученный методом ротационной ковки.

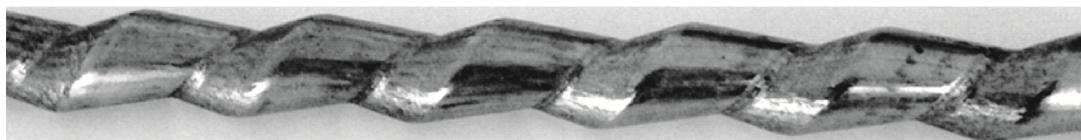


Рис. 6. Теплообменный элемент, полученный методом ротационного обжатия

Предлагаемый класс теплообменных элементов разработан для модернизации и реконструкции существующего морально устаревшего и физически изношенного парка трубчатого теплообменного оборудования с помощью замены гладкотрубных теплообменных элементов винтовыми трубами, а также для производства на их базе широкой номенклатуры инновационного энерго- и ресурсосберегающего теплообменного оборудования для различных отраслей промышленности.

Список библиографических ссылок

1. Теплообменный элемент : пат. 119452 Рос. Федерация. № 2012109355/06 ; заявл. 12.03.12 ; опубл. 20.08.12. Бюл. № 23.
2. Теплообменный элемент : пат. 139566 Рос. Федерация. № 2013125072/06 ; заявл. 25.07.13 ; опубл. 20.04.14. Бюл. № 11.
3. Теплообменный элемент : пат. 146241 Рос. Федерация. № 201446289 ; заявл. 20.04.14 ; опубл. 10.10.14. Бюл. № 28.
4. Теплообменный элемент : пат. 140683 Рос. Федерация. № 2013154131 ; заявл. 05.12.13 ; опубл. 20.05.14. Бюл. № 14.
5. Теплообменный элемент : пат. 137749 Рос. Федерация. № 2013144123/02 ; заявл. 01.10.13 ; опубл. 27.02.14. Бюл. № 6.
6. Багоутдинова А. Г., Золотоносов Я. Д., Посохин В. Н. Конструкции эффективных теплообменных элементов для скоростных теплообменников // Сантехника. Отопление. Кондиционирование. 2014. № 7. С. 72–75.
7. Багоутдинова А. Г., Золотоносов Я. Д., Посохин В. Н. Математическое моделирование винтовых теплообменных элементов // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2014. № 8. С. 41–46.

8. Письменный Е. Н., Баранюк М. М., Вознюк М. М. Равноразвитые поверхности теплообмена и методика численных исследований их теплогидравлических характеристик // Промышленная теплотехника. 2012. Т. 34. № 1. С. 45–54.
9. Багоутдинова А. Г., Вачагина Е. К., Золотоносов Я. Д. Математическое моделирование теплообменных поверхностей пружинно-витых каналов // Известия КГАСУ. 2017. № 3 (41). С. 146–157.
10. Багоутдинова А. Г., Золотоносов А. Я., Золотоносов Я. Д., Яхнев М. Н. Современные теплообменные элементы теплообменного оборудования и технологии их изготовления // Известия КГАСУ. 2013. № 2 (24). С. 150–156.

Bagoutdinova A.G. – candidate of technical sciences

E-mail: bagoutdinova@rambler.ru

Kazan (Volga region) Federal University

The organization address: 420008, Russia, Kazan, Kremlevskaya st., 18

Vachagina E.K. – doctor of technical sciences

E-mail: vachaginac@mail.ru

Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences

The organization address: 420111, Russia, Kazan, Lobachevsky st., 2/3

Zolotonosov Ya.D. – doctor of technical sciences, professor

E-mail: zolotonosov@mail.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Mathematical modeling of pipes with a helical heat exchange surface

Abstract

Problem statement. To improve the thermohydrodynamic efficiency of tubular devices, it is necessary to develop new designs for heat exchange elements that are characterized by high thermal efficiency, manufacturability and low production costs.

In this regard, the authors proposed a series of helical pipes with a high degree of development of heat exchange surfaces

Results. Mathematical models of pipes with a helical heat exchange surface of various configurations are constructed in this paper. The parameters included in the mathematical models allow us to investigate and further optimize the internal geometry of the pipes.

Conclusions. The significance of the obtained results for the construction area is that the proposed heat exchange elements are installed in innovative heat exchangers installed in individual heat points. In addition, that a strict mathematical description of pipes with a helical heat exchange surface will allow using modern computer technologies when manufacturing the proposed heat exchange elements.

Keywords: modeling, helical surface, helix, hydromechanics, heat exchanger.

References

1. Heatexchange element : patent 119452 of the Rus. Federation. № 2012109355/06 ; decl. 12.03.12 ; publ. 20.08.12. Bull. in № 23.
2. Heatexchange element : patent 139566 of the Rus. Federation. № 2013125072/06 ; decl. 25.07.13 ; publ. 20.04.14. Bull. in № 11.
3. Heatexchange element : patent 146241 of the Rus. Federation. № 201446289 ; decl. 20.04.14 ; publ. 10.10.14. Bull. in № 28.
4. Heatexchange element : patent 146241 of the Rus. Federation. № 2013154131 ; decl. 05.12.13; publ. 20.05.14. Bull. in № 14.
5. Heatexchange element : patent 137749 of the Rus. Federation. № 2013144123/02 ; decl. 01.10.13 ; publ. 27.02.14. Bull. in № 6.

6. Bagoutdinova A. G., Zolotonosov Ya. D., Posokhin V. N. Designs of effective heatexchange elements for high-speed heat exchangers // Santehnika. Otoplenie. Conditionirovanie. 2014. № 7. P. 72–75.
7. Bagoutdinova A. G., Zolotonosov Ya. D., Posokhin V. N. Mathematical modeling of helical heat exchange elements // Stroitelstvo. 2014. № 8. P. 41–46.
8. Pismennyi E. N., Baranyuk M. M., Voznyuk M. M. Equalized heat transfer surfaces and the technique of numerical studies of their thermo hydraulic characteristics // Promischlennaya teplotechnika. 2012. V. 34. № 1. P. 45–54.
9. Bagoutdinova A. G., Vachagina E. K., Zolotonosov Ya. D. Mathematical modeling of heat-exchange surfaces of spring-twisted channels // Izvestiya KGASU. 2017. № 3 (41). P. 146–157.
10. Bagoutdinova A. G., Zolotonosov A. Ya., Zolotonosov Ya. D., Yakhnev M. N. Modern heat-exchange elements of heat-exchange equipment and technologies for their production // Izvestiya KGASU. 2013. № 2 (24). P. 150–156.