

УДК 628.334.5.336.43

Урмитова Н.С. – кандидат технических наук, доцентE-mail: urmitova@mail.ru**Абитов Р.Н.** – кандидат педагогических наук, доцентE-mail: a_runar@mail.ru**Казанский государственный архитектурно-строительный университет**

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Движение вязкой жидкости в порах гранулированной коалесцирующей насадки при нелинейном законе сопротивления**Аннотация**

В данной статье поставлены и решены задачи по определению движения вязкой жидкости в порах крупнозернистой гранулированной коалесцирующей насадки при нелинейном законе сопротивления.

При фильтрации жидкости в порах загрузки происходит движение частиц жидкости с изменением скорости и ускорения по величине и направлению. Из-за сложности движения невозможно рассматривать скорости отдельных частиц. Поэтому, по аналогии с теорией фильтрации, рассмотрены не скорости, а расходы через определенную площадку. Объем зависит от расположения гранул загрузки в цилиндре.

Ключевые слова: коалесцирующая насадка; движение частиц жидкости; нелинейный закон сопротивления; гранулы; теория фильтрации; вязкая жидкость; гидравлический уклон.

При движении вязкой жидкости в порах крупнозернистой коалесцирующей насадки наблюдаются деформации поля скоростей различного рода, образуются проточные и непроточные формы завихрения и вторичных течений, диссипативные процессы, а действие сил инерции приводят к дополнительным потерям энергии.

С целью определения движения вязкой жидкости в порах коалесцирующей насадки при нелинейном законе сопротивления была создана установка с коалесцирующей насадкой в виде цилиндра, загруженного гранулами одинакового размера. Для экспериментов специально были изготовлены гранулы диаметром 4 и 17,5 мм. Эксперименты проводились при температуре жидкости 20, 30, 40 и 50 °С.

При прохождении жидкости через гранулированную коалесцирующую загрузку в его порах происходит движение частиц жидкости с изменением скорости и ускорения по величине и направлению. Движение частиц жидкости очень сложный процесс, поэтому согласно теории фильтрации рассмотрены не скорости, а расходы жидкости через определенную площадь [1-8].

Необходимо определить функцию $V=V(r)$, удовлетворяющую в интервале $[0, R]$ уравнению:

$$V'' + \frac{1}{r}V' - a^2V - b = 0 \quad (1)$$

и условиям:

$$V(R)=0, \quad (2)$$

$$V(r) \text{ – ограниченная функция,} \quad (3)$$

где r – полярный радиус, $V=V(r)$ – скорость движения жидкости в порах насадки, R – радиус цилиндра.

Функция $a=a(V)$ и параметр b определяются соотношениями:

$$a^2 = \frac{\chi}{\mu}; \quad b = \frac{m}{\mu} \left(\rho g - \frac{\Delta P}{l} \right) / \mu, \quad (4)$$

где μ – динамический коэффициент вязкости; ρg – удельный вес жидкости; $\frac{\Delta P}{l}$ – перепад давления на единицу длины цилиндра; m – пористость загрузки; $\chi = \chi(V)$ – коэффициент силы сопротивления; $V=L/\pi R^2$ – среднерасходная скорость; L – расход жидкости.

В статье [4] был рассмотрен случай $\chi = \text{const}$, т.е. случай линейного закона сопротивления. В этом случае решение задачи (1)-(3) можно построить при помощи функции Бесселя.

При неньютоновских жидкостях, равно как и при не очень медленных движениях неньютоновских жидкостей, возникают отклонения от линейного закона. Они учитываются нелинейностью функции:

$$\Phi(V) = V\chi(V). \quad (5)$$

Рассмотрим некоторые типичные нелинейные виды функции $\Phi(V)$.

Соотношение:

$$\Phi(V) = \alpha V + \beta V^2, \quad (6)$$

где α, β – const учитывает влияние дополнительных инерционных потерь, обусловленных неоднородностью порового пространства. Оно носит название закона Форхгеймера в гидравлике грунтовых вод и формулы Эргана в химической технологии и дает продолжение закона Дарси в область больших скоростей [5].

Неньютоновские свойства жидкостей порождают разнообразные формы нелинейных законов сопротивления. Для нелинейно-вязких жидкостей без временных эффектов имеет место подобие между кривой течения жидкости и законом сопротивления [5]. Так, для бингамовской (вязко-пластичной) жидкости имеем:

$$\Phi(V) = V + \lambda, \quad \lambda > 0, \quad (7)$$

а для степенной жидкости (жидкости Оствальда-де-Васле):

$$\Phi(V) = V|V|^{S-1}. \quad (8)$$

Данные соотношения (7) и (8) носят название закона сопротивления с предельным (начальным) градиентом давления и степенного закона сопротивления. Последний отвечает псевдопластическому при $S < 1$ и дилатантному при $S > 1$ реологическому поведению.

Обычно упруго вязкие жидкости (например, растворы полимеров) проявляют более сложное поведение. Оно может быть эффективно псевдопластическим при малых скоростях и псевдодилатантным при высоких.

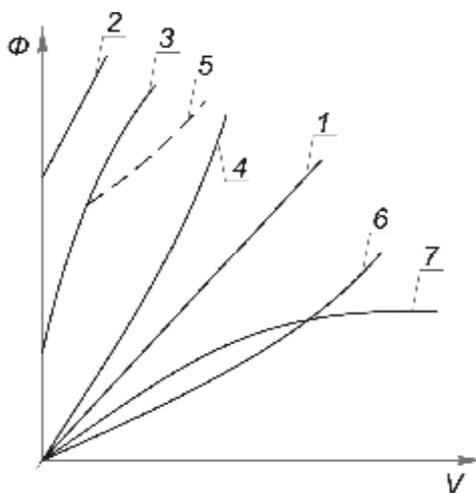


Рис. График зависимости $\Phi(V)$

Графически эти законы можно изобразить в виде следующих кривых (рис.): 1 – закон Дарси, 2 – закон с начальным градиентом, 3 – закон для псевдопластической жидкости, 4 – двучленный закон (6), 5 – закон для упруговязкой жидкости, 6 и 7 – степенной закон (6 – при $S > 1$ и 7 – при $S < 1$).

Здесь рассмотрим случай степенного закона сопротивления [2]. Пусть функция $\Phi(V)$ имеет вид:

$$\Phi(V) = CV|V|^{S-1}, \quad (9)$$

где $C, S > 0$.

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$V'' + \frac{1}{r}V' - \lambda V|V|^{S-1} - b = 0, \quad (10)$$

где $\lambda = \frac{C}{\mu} > 0$.

Уравнение (10) является нелинейным уравнением второго порядка. Как известно, такие уравнения в общем случае в квадратурах не решаются. Для их решения могут быть применены приближенные численные методы. Поэтому получим некоторые качественные результаты.

Функция $V(r)$ может быть продолжена четным образом на интервал $(-R,0)$. Обозначим $t = -r$ и рассмотрим функцию $Z=V(t)$. Тогда $Z' = -V'_r$, $Z'' = -V''_{rr}$ и из уравнения (10) получим:

$$Z'' + \frac{1}{t}Z' - \lambda |Z|^{S-1} - b = 0. \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11) совпадают, то $Z(-r)=V(r)$, следовательно $V(-r)=V(r)$. Тогда задачу (1)-(3) можно сформулировать в следующем виде: (12)-(13).

Требуется определить ограниченную функцию $Y=Y(x)$, $x \in (-R,R)$, удовлетворяющую уравнению:

$$Y + \frac{1}{x}Y' - \lambda |Y|^{S-1} - b = 0 \quad (12)$$

и условию:

$$Y(R) = Y(-R) = 0. \quad (13)$$

Покажем, что задача (12)-(13) не может иметь более одного решения.

Предположим, что существуют два решения $Y_1(x)$ и $Y_2(x)$. Тогда их разность $Y_1^* = Y_1 - Y_2$ удовлетворяет решению:

$$Y_1^{*''} + \frac{1}{x}Y_1^{*'} - \lambda (Y_1|Y_1|^{S-1} - Y_2|Y_2|^{S-1}) - b = 0 \quad (14)$$

и условию (13).

Так как $Y_1^*|R| = Y_2^*|R| = 0$, то согласно теореме Ролля при $Y_1^* \neq 0$ функция $Y_1^*(x)$ должна иметь экстремум в некоторой точке $x^* \in (-R,R)$. В этой точке $Y_1^{*''} = 0$, поэтому из (14) имеем:

$$Y_1^{*''} = \lambda (Y_1|Y_1|^{S-1} - Y_2|Y_2|^{S-1}). \quad (15)$$

Если $x = x^*$ есть точка положительного максимума, то $Y_1(x^*) - Y_2(x^*) = Y_1^*(x^*) > 0$. Но это противоречит соотношению (15), поскольку в точке максимума должно выполняться условие $Y_1^{*''} < 0$. Аналогично показывается, что x^* не может быть точкой отрицательного минимума. Следовательно, $Y_1^* = 0$, т.е. $Y_1(x) = Y_2(x)$.

Замечание. Если $x^* = 0$, то в окрестности этой точки функция разлагается в ряд $Y^* = K_0 + K_1x + K_2x^2 + \dots$. Тогда для $Y_1^{*''}$ имеем:

$$Y_1^{*''} = K_1 + 2K_2x + \dots \quad (16)$$

Поэтому $\lambda (Y_1|Y_1|^{S-1} - Y_2|Y_2|^{S-1}) = Y_1^{*''} + \frac{Y_1^{*'}}{x} = 2K_1$, при $x^* = 0$.

Откуда видно, что если x^* – точка максимума, то $\lambda (Y_1|Y_1|^{S-1} - Y_2|Y_2|^{S-1}) < 0$.

Аналогично, если x^* – точка минимума.

Исследуем зависимость решения от знака параметра b . Пусть $b > 0$. Тогда $Y < 0$ в $(-R, R)$. Действительно, если $Y \geq 0$, то должна существовать точка $x = x^*$, где $Y(x)$ достигает своего максимума. В этой точке $Y' = 0$, $Y'' < 0$:

$$Y'' = \lambda |Y|^{S-1} + b < 0. \quad (17)$$

Последнее неравенство невозможно при $b > 0$. Следовательно, $Y < 0$. Аналогично можно показать, что $Y \equiv 0$ при $b = 0$ и $Y > 0$ при $b < 0$.

При исследовании задач теории фильтрации большую роль играют теоремы сравнения [5]. Аналогом таких теорем является следующее утверждение.

С увеличением значения параметра S величина скорости уменьшается.

Пусть $S_1 > S_2$, и этим параметрам соответствуют решения Y_1 и Y_2 . Покажем, что $Y_1 \leq Y_2$. Рассмотрим разность $Y^* = Y_1 - Y_2$. Функция $Y^* = Y^*(x)$ удовлетворяет уравнению:

$$Y_1^{*''} + \frac{1}{x}Y_1^{*'} - \lambda (Y_1|Y_1|^{S_1-1} - Y_2|Y_2|^{S_2-1}) = 0. \quad (18)$$

Пусть $\max Y^* = Y^*(x^*) > 0$, тогда в этой точке имеем:

$$Y_1^{*''} = \lambda (Y_1|Y_1|^{S_1-1} - Y_2|Y_2|^{S_2-1}). \quad (19)$$

Последнее неравенство невозможно при $S_1 > S_2$ и $Y_1 > Y_2$. Следовательно, $Y_1 \leq Y_2$.

Функция вида $\Phi(V) = CV(V)^{S-1}$ определяется из экспериментальных данных методом наименьших квадратов. Расчеты проводились при $R = 103,5$ мм, $m = 0,3857; 0,5394$ и $\Phi(V) = 0,06 V^{2,15}$. Уравнение (10) решалось методом Рунге-Кутты по формулам:

$$V_{k+1} = V_k + V_k \Delta r + \frac{1}{6}(K_1 + K_2 + K_3)\Delta r, \quad (20)$$

$$V'_{k+1} = V'_k + V'_k \Delta r + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4), \quad (21)$$

где $K_1 = F(r_k, V_k, V'_k) \Delta r$;

$$K_2 = F\left(r_k + \frac{\Delta r}{2}, V_k + V'_k \frac{\Delta r}{2}, V'_k + \frac{K_1}{2}\right) \Delta r$$

$$K_3 = F\left(V_k + \frac{\Delta r}{2}, V_k + V'_k \frac{\Delta r}{2} + \frac{K_1}{4} \Delta r, V'_k + \frac{K_2}{2}\right) \Delta r$$

$$K_4 = F\left(r_k + \Delta r, V_k + V'_k \Delta r + \frac{K_2}{2} \Delta r, V'_k + K_3\right) \Delta r$$

$$F(r, V, V') = \frac{1}{r} V' + \lambda V |V|^{s-1} + b. \quad (22)$$

Изменяя значение гидравлического уклона $I = \mu b / (m r g)$ определялись контрольные значения скорости V .

Результаты расчетов и экспериментов приведены в таблице.

Окончательный совместный анализ данных результатов расчетов по формуле (10) и экспериментов показал на удовлетворительное совпадение теоретического и экспериментального гидравлического уклона в крупнозернистой загрузке коалесцирующей насадки.

Таблица

Диаметр загрузки, d, мм	T, °C	V, м/ч	I _{теор}	I _{эксп}
4	20	50,9	0,472	0,425
		97,1	1,020	1,050
	30	73,7	0,705	0,665
		95,6	1,004	1,020
	40	71,0	0,665	0,630
		97,4	0,965	1,010
50	71,6	0,654	0,600	
	97,4	0,965	1,005	
	63,4	0,067	0,065	
17,5	20	72,7	0,083	0,080
		113,4	0,158	0,160
		68,3	0,041	0,040
	30	95,3	0,088	0,085
		104,0	0,102	0,105
		60,0	0,009	0,010
	40	84,6	0,052	0,050
		94,5	0,069	0,070
		112,3	0,100	0,100
	50	88,6	0,022	0,020
		99,5	0,440	0,040
		107,0	0,060	0,060
		115,7	0,077	0,080

Эксперименты определения движения вязкой жидкости в порах крупнозернистой гранулированной коалесцирующей насадки при нелинейном законе сопротивления позволяют определить величины гидравлического уклона в загрузках насадок, а также на основе этого определить значения скоростей потока через загрузку.

Список библиографических ссылок

1. Урмитова Н.С., Фаткуллин Р.Г., Адельшин А.Б., Движение вязкой жидкости в порах гранулированной коалесцирующей насадки. Исследование сетей, аппаратов и сооружений водоснабжения и канализации. «Межвуз. ст. гр. Казань»: КИСИ, 1990. – С. 25-32.
2. Урмитова Н.С., Адельшин А.Б., Фаткуллин Р.Т. Исследование движения вязкости жидкости в порах гранулированной коалесцирующей насадки при нелинейном

- законе сопротивления. Межвузовский сборник научных трудов: «Гидромеханика отопительно – вентиляционных устройств». – Казань: КИСИ, 1991. – С. 67-72.
3. Урмитова Н.С., Абитов Р.Н., Хисамеева Л.Р., Низамова А.Х. Оценка сил, способствующих разрушению частиц нефти в коалесцирующей насадке // Известия КГАСУ, 2015, № 2 (32). – С. 226-230.
 4. Урмитова Н.С., Абитов Р.Н., Хисамеева Л.Р., Низамова А.Х. Движение вязкой жидкости в порах крупнозернистой коалесцирующей насадки при линейном законе сопротивления // Известия КГАСУ, 2016, № 2 (36). – С. 159-165.
 5. Адельшин А.Б., Урмитова Н.С. Использование гидродинамических насадок с крупнозернистой загрузкой для интенсификации очистки нефтесодержащих сточных вод. Монография. – Казань: КГАСУ, 1997. – 249 с.
 6. Урмитова Н.С. Интенсификация процессов очистки нефтесодержащих сточных вод на основе применения гранулированных коалесцирующих материалов. Дис. канд. техн. наук. – Казань: КИСИ, 1993. – 252 с.
 7. Адельшин А.А., Адельшин А.Б., Урмитова Н.С. Гидродинамическая очистка нефтепромысловых сточных вод на основе применения закрученных потоков: Монография. – Казань: КГАСУ, 2011. – 245 с.
 8. Урмитова Н.С., Адельшин А.Б., Адельшин А.А. Структура фильтрационного потока и механизм процесса коалесценции в гидродинамических насадках с крупнозернистой загрузкой // Известия КГАСУ, 2014, № 2 (28). – С. 149-159.

Urmitova N.S. – candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: urmitova@mail.ru

Abitov R.N. – candidate of pedagogic sciences, associate professor

E-mail: a_runar@mail.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Motion of a viscous liquid in the pores of the coarse granular coalescing nozzle with a nonlinear resistance law

Resume

In this article, we set and solved problems of determining the motion of a viscous liquid in the pores of the coarse granular coalescing nozzle with a linear resistance law.

During the liquid filtration in the pores of the loading, liquid particles move with speed and acceleration changing in magnitude and direction. Because of the motion complexity, the velocities of the individual particles cannot be considered. Therefore, similar to the filtration theory, flow rates through a certain area are considered, and not velocities. The volume depends on the arrangement of the loading granules in a cylinder.

The joint analysis of the calculated and experimental results showed satisfactory agreement of the hydraulic gradient values in a coarse loading about 4,0 mm fraction at a temperature of 20 °C, 30 °C, 40 °C, 50 °C and velocity from 50,9 to 97,4 m/s; and 17,5 mm fraction at a temperature of 20 °C, 30 °C, 40 °C, 50 °C and velocity from 60,0 to 115,7 m/s.

Keywords: coalescing nozzle; the movement of liquid particles; nonlinear law of resistance; beads; filtration theory; viscous fluid; hydraulic gradient.

Reference list

1. Urmitova N.S., Fatkullin R.G., Adelshin A.B., Motion of a viscous liquid in the pores of the granular coalescing nozzle. Networks, devices, and structures of water supply and sanitation research. Interuniversity collection of scientific papers. – Kazan: KIEC, 1990. – P. 25-32.
2. Urmitova N.S., Adelshin A.B., Fatkullin R.T. Study of the motion of a viscous liquid in the pores of the granular coalescing nozzle with a nonlinear resistance law.

- Interuniversity collection of scientific papers «Hydromechanics of heating and ventilating systems». – Kazan: KIEC, 1991. – P. 67-72.
3. Urmitova N.S., Abitov R.N., Khisameeva L.R., Nizamova A.Kh. Evaluation of the forces contributing to the oil particles destruction in a coalescing nozzle // *Izvestiya KGASU*, 2015, № 2 (32). – P. 226-230.
 4. Urmitova N.S., Abitov R.N., Khisameeva L.R., Nizamova A.Kh. Motion of a viscous liquid in the pores of the coarse granular coalescing nozzle with a linear resistance law // *Izvestiya KGASU*, 2016, № 2 (36). – P. 159-165.
 5. Adelshin A.B., Urmitova N.S. Using of a hydrodynamic nozzle with a coarse load for oily wastewater treatment intensification. Monograph. – Kazan: KGASU, 1997. – 249 p.
 6. Urmitova N.S. Intensification of oily wastewater treatment by applying granular coalescing materials. Candidate of Engineering Sciences Thesis. – Kazan: KIEC, 1993. – 252 p.
 7. Adelshin A.A., Adelshin A.B., Urmitova N.S. Hydrodynamic cleaning of oilfield wastewater by applying swirling flows. Monograph. – Kazan: KGASU, 2011. – 245 p.
 8. Urmitova N.S., Adelshin A.B., Adelshin A.A. Structure of the filtration flow and mechanism of the coalescence process in the hydrodynamic nozzles with coarse loading // *Izvestiya KGASU*, 2014, № 2 (28). – P. 149-159.