

УДК 539.3

Каюмов Р.А. – доктор физико-математических наук, профессорE-mail: kayumov@mail.ru**Страхов Д.Е.** – кандидат технических наук, доцентE-mail: strahov@kgasu.ru**Шакирзянов Ф.Р.** – кандидат физико-математических наук, старший преподавательE-mail: faritbox@mail.ru**Казанский государственный архитектурно-строительный университет**

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зелёная, д. 1

Определение сдвиговых характеристик армированных пластиков

Аннотация

Разработана методика экспериментального определения сдвиговых характеристик армированных пластиков. Сначала построены экспериментальные зависимости напряжений от деформаций вдоль и поперек армирования при простом растяжении стандартных образцов. Определены механические характеристики (модули Юнга, коэффициенты Пуассона). После этого модуль сдвига определен путем решения обратной задачи изгиба длинных и коротких балок. Полученные характеристики проверены на контрольных образцах.

Ключевые слова: композитные материалы, армированные пластики, полимерные матрицы, сдвиговые характеристики, методы испытания.

Современные технологии техники и промышленности постоянно развиваются, что сказывается на развитии новых композитных материалов. Постоянное улучшение свойств и показателей армированных пластиков, не может не сказаться на технологиях их испытания, подчас не удовлетворяющих возросшим механическим показателям разрабатываемых материалов.

Одним из таких направлений определения упругих и прочностных характеристик является испытание на сдвиг. Следует отметить, что при нагружениях в определенных направлениях, свойство материала в основном определяется свойствами полимерной матрицы. Низкие сдвиговая прочность и жесткость являются определяющими при выборе того или иного композитного материала. Данное свойство армированных пластиков является существенным недостатком современных перспективных материалов со слоистой и волокнистой структурой.

Таким образом, при постоянном росте количества новых полимерных матриц и армирующего материала необходимы технологии правильного и простого определения сдвиговых характеристик данных композитов. Данная проблематика рассматривалась в предыдущих работах авторов и других исследователей [1-10].

Целью работы являлась разработка экономичного и универсального способа определения сдвиговых характеристик армированных пластиков.

1. При определении модуля сдвига при изгибе, рассмотрим задачу о нагружении короткой балки (рис. 1). Тогда прогиб будет происходить не только от изгибающего момента, но и от сдвига под действием поперечной силы. Таким образом, по теории Тимошенко:

$$w_{\max} = w^{\text{изг}} + w^{\text{сдв}} = \frac{Pl^3}{48EJ^{\text{изг}}} + \frac{Pla}{G_{12}A}, \quad a = 0,3. \quad (1.1)$$

Поскольку $EJ^{\text{бend}}$, G_{12} неизвестны, то необходимо сформулировать математическую задачу для их определения. Для этого нужно испытать не менее двух серий образцов с различными геометрическими характеристиками, у которых отличаются l , J_x и площади A . Запишем эти соотношения для экспериментальных данных:

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{P l_1^3}{48 E J_1^{\text{изг}}} + \frac{P l_1 a}{G_{12} A_1} \\ w_2 &= \frac{P l_2^3}{48 E J_2^{\text{изг}}} + \frac{P l_2 a}{G_{12} A_2} \\ &\dots\dots\dots \\ w_n &= \frac{P l_n^3}{48 E J_n^{\text{изг}}} + \frac{P l_n a}{G_{12} A_n} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Задача идентификации G_{12} формулируется следующим образом. Составим невязку уравнений:

$$D^2 = \hat{e}w_1^{\text{expr}} - \frac{\varpi}{\hat{e}} \frac{Pl_1^3}{48EJ_1^{uz}} + \frac{Pl_1a}{G_{12}A_1} \frac{\ddot{u}}{\hat{u}} + \hat{e}w_2^{\text{expr}} - \frac{\varpi}{\hat{e}} \frac{P_2l_2^3}{48EJ_2^{uz}} + \frac{P_2l_2a}{G_{12}A_2} \frac{\ddot{u}}{\hat{u}} + \dots \quad (1.3)$$

При известных из экспериментов значениях величин b, H, l, P, w необходимо найти G_{12} из условия минимума невязки D^2 .

2. Основной трудностью в этом подходе является то, что экспериментально определенная изгибная жесткость балки EJ^{uz} для композитных материалов, как правило, меньше той, которая вычисляется с помощью модуля Юнга E^+ , определенного при растяжении этих образцов, т.е.:

$$EJ^{uz} < E^+ J.$$

Это можно объяснить тем, что при сжатии диаграмма деформирования отличается от диаграммы растяжения. В таких случаях часто используют упрощенную модель деформирования, а именно модель разномодульного материала с модулями Юнга E^+ и E^- . Для определения E^- целесообразно использовать эксперименты на изгиб длинных балок. Рассмотрим задачу об изгибе балки из разномодульного материала при центральном нагружении.

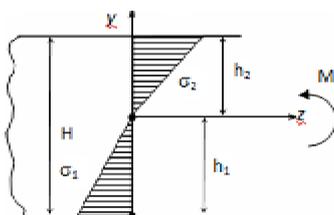


Рис. 1

Примем гипотезу плоских сечений. Тогда получим соотношение для деформаций:

$$e = -cy. \quad (2.1)$$

Уравнение равновесия для части балки $\sum F_z = 0$ имеет вид:

$$\int_{A_1} \sigma_1 dA + \int_{A_2} \sigma_2 dA = 0.$$

Если балка имеет прямоугольное сечение ширины b , высоты H , то:

$$s_1 = -E^+cy, \quad s_2 = -E^-cy, \quad b \int_0^{H-h_1} E^+y \cdot cy dy + b \int_{-h_1}^0 E^-y \cdot cy dy = 0. \quad (2.2)$$

Отсюда вытекает уравнение:

$$-E^+h_1^2 + E^-(H-h_1)^2 = 0. \quad (2.3)$$

Связь E^- и h_1 примет вид:

$$\frac{(\sqrt{E^+E^-} - E^-)}{E^+ - E^-} H - h_1 = 0. \quad (2.4)$$

Уравнение для w получают обычным путем. Сначала запишем связь напряжений с изгибающим моментом, учитывая, что балка имеет прямоугольное сечение:

$$b \int_0^{H-h_1} \sigma_1 y dy + b \int_{-h_1}^0 \sigma_2 y dy = -M. \quad (2.5)$$

На основе гипотезы плоских сечений получим:

$$b \int_{-h_1}^0 E^+y^2 cy dy + b \int_0^{H-h_1} E^-y^2 cy dy = M. \quad (2.6)$$

Отсюда следует зависимость:

$$c = -\frac{M}{E^+J_1 + E^-J_2}, \quad J_1 = \frac{bh_1^3}{3}, \quad J_2 = \frac{bh_2^3}{3}. \quad (2.7)$$

Поскольку кривизна \mathcal{C} при малых поворотах представляет собой вторую производную прогиба w , то получим уравнение в виде:

$$w'''' = - \frac{M}{(EJ)^{изз}}, \quad (2.8)$$

где $(EJ)^{изз}$ – изгибная жесткость балки:

$$(EJ)^{изз} = E^+ J_1 + E^- J_2. \quad (2.9)$$

В нашем случае решение уравнения (2.8) известно и выражение для экспериментального значения изгибной жесткости $(EJ)^{изз}$ примет вид:

$$(EJ)^{изз}_{\text{exp}} = \frac{1}{w_{\text{max}}^{\text{exp}}} \frac{Pl^3}{48}. \quad (2.10)$$

Тогда формула для определения E^- примет вид:

$$E^- = 3E^+ (EJ)^{изз} / (3(EJ)^{изз} - 2\sqrt{3E^+ (EJ)^{изз} b \times H \sqrt{H} + bE^+ H^3}). \quad (2.11)$$

После этого можно вычислять $(EJ)^{изз} = E^+ J_1 + E^- J_2$ для любых размеров балок и подставлять в выражение для D^2 .

3. Приведем данные некоторых экспериментов и результаты их обработки. При испытании на изгиб пултрузионных стеклопластиков образцы изготавливались путем вырезания из плиты с размерами 300x400x10 (мм) вдоль армирования. После изготовления образцы выдерживались не менее суток при температуре 24 градуса и влажности 45 %. Испытания проводились (рис. 2) при температуре 24 градуса и влажности 45 %.

После измерения размеров осуществлялось жесткое нагружение вплоть до разрушения (рис. 3) с пошаговым измерением нагрузки и прогиба. Диаграммы деформирования при изгибе для угла укладки 0° см. на рис. 4, 5. Таблицы определения механических характеристик табл. 1-4.

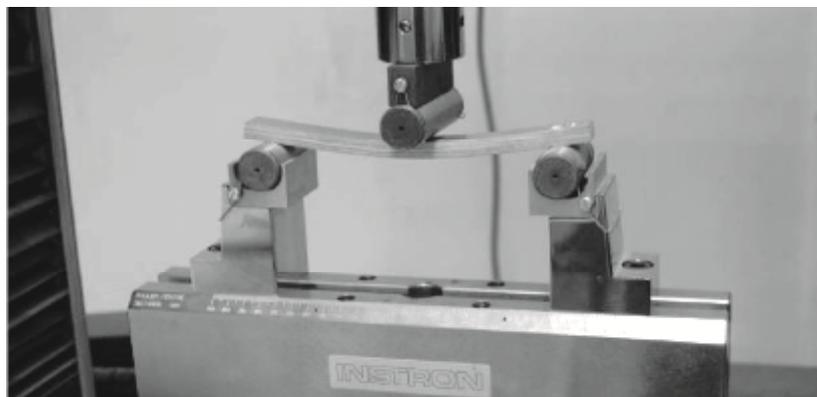


Рис. 2. Испытание пултрузионного стеклопластика



Рис. 3. Образцы пултрузионного стеклопластика с армированием 0° после разрушения при изгибе

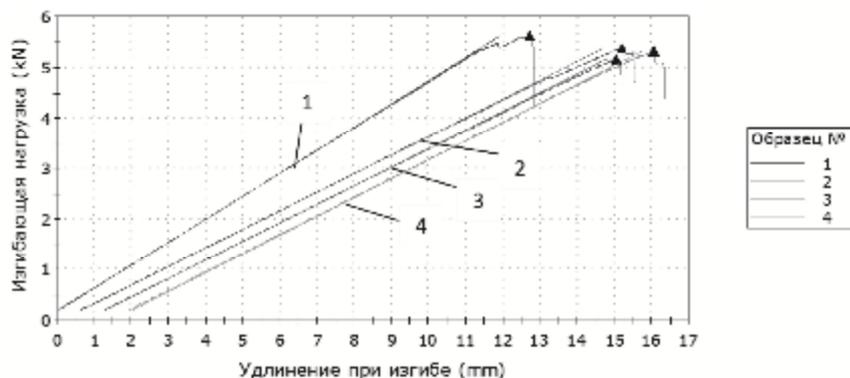


Рис. 4. Диаграммы деформирования при изгибе поперек плоскости образца при угле укладки 0°

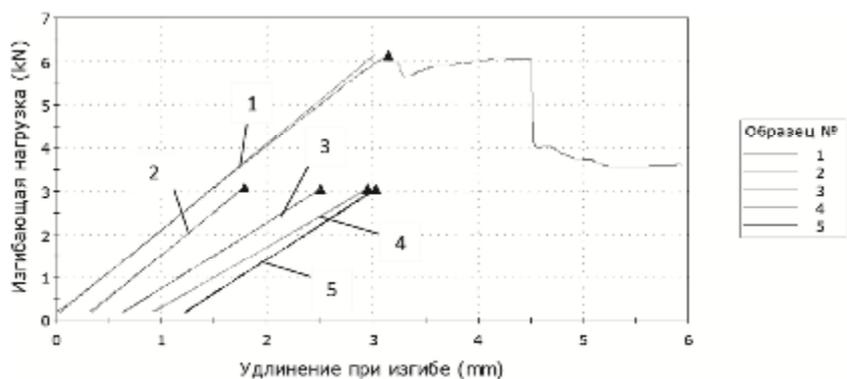


Рис. 5. Диаграммы деформирования при изгибе в плоскости образца при угле укладки 0°

Таблица 1

Испытание образцов на изгиб поперек плоскости образца, 0°

№	Расстояние между опорами (мм)	Толщина (мм)	Ширина (мм)	Максимальная изгибающая нагрузка Р (кН)	Изгибный модуль Юнга (ГПа)	Прогиб при максимуме нагрузки (мм)
1.1	170,0	9,8	23,1	5,614	25,85	12,7187
1.2	170,0	9,8	20,4	5,373	23,58	14,5427
1.3	170,0	9,8	20,1	5,169	23,95	13,7596
1.4	170,0	9,8	20,5	5,3169	23,73	14,147
Максимум				5,61	25,85	14,543
Минимум				5,17	23,58	12,719
Среднее				5,37	24,28	13,792
Диапазон				0,45	2,27	1,824
Коэф. вар.				3,45	4,36	5,682
Стандарт. отклонение				0,19	1,06	0,784

Таблица 2

Испытание коротких образцов на изгиб в плоскости образца

№	Расстояние между опорами (мм)	Толщина (мм)	Ширина (мм)	Изгибающая максимальная нагрузка (кН)	Модуль Юнга (ГПа)
1.3	80,00	24,30	9,80	4,39795	7,84805
1.8	80,00	20,85	9,80	3,07000	9,46986
1.9	80,00	21,43	9,80	3,06382	9,23293
1.10	80,00	20,60	9,80	3,11209	10,42970
1.11	80,00	21,00	9,80	3,03831	10,45063

Таблица 3

Испытание коротких образцов на изгиб в плоскости образца

№	Прогиб при максимуме нагрузки (мм)	Напряжение при максимуме изгибающей нагрузки (МПа)
1.3	0,5815	91,19961
1.8	0,4747	86,47325
1.9	0,5097	81,69111
1.10	0,4538	89,79942
1.11	0,4189	84,36236
Максимум	0,5815	91,1996
Минимум	0,4189	81,6911
Среднее	0,48772	86,7052
Диапазон	0,1626	9,5085
Коэф. вар.	12,6949	4,48385
Стандарт. отклонение	0,0619154	3,88773

Таблица 4

Испытание образцов на изгиб в плоскости образца

№	Расстояние между опорами (мм)	Толщина (мм)	Ширина (мм)	Изгибающая максимальная нагрузка (кН)	Модуль Юнга (ГПа)	Прогиб при максимуме нагрузки (мм)
1.1	170,0	22,9	9,8	6,1508	20,829	3,153
1.2	170,0	23,1	9,8	3,0844	20,497	1,486
1.3	170,0	20,4	9,8	3,0591	22,695	1,921
1.4	170,0	20,1	9,8	3,0482	21,86	2,063
1.5	170,0	20,5	9,8	3,046	23,131	1,852
Максимум				6,151	23,131	3,153
Минимум				3,046	20,497	1,486
Среднее				3,678	21,802	2,095
Диапазон				3,105	2,634	1,667
Коэф. вар.				37,594	5,238	30,005
Стандарт. отклонение				1,383	1,142	0,629

В результате обработки результатов экспериментов на изгиб в плоскости балок получены следующие характеристики материала:

$$E^+ = 30 \text{ ГПа}, E = 18,894 \text{ ГПа}, G_{12} = 1,445 \text{ ГПа}.$$

Для проверки правильности определения E были использованы эксперименты на изгиб балок поперек их плоскости. Были вычислены их прогибы с использованием уже найденных модулей Юнга при растяжении и сжатии. Расчетные значения w отличались от экспериментальных на величины не более 4 %, что говорит о применимости модели разномодульного материала для определения модуля сдвига из экспериментов на изгиб длинных и коротких балок.

Список библиографических ссылок

1. Гребенюк С.Н. Модуль сдвига волокнистого композита с трансверсальноизотропными матрицей и волокном // Прикладная математика и механика, 2014, Т. 78, № 2. – С. 270-276.
2. Янкин А.С., Словиков С.В., Бульбович Р.В. Определение динамических механических свойств низкомолекулярных вязкоупругих композитов при бигармоническом законе нагружения // Механика композиционных материалов и конструкций, 2013, Т. 19, № 1. – С. 141-151.
3. Лурье С.А., Соляев Ю.О., Андрюнина М.А., Лыскова Е.Д. Оптимизация демпфирующих характеристик слоистых композитных материалов, содержащих

- волокна с вязкоупругим покрытием // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика, 2012, № 3. – С. 98-119.
4. Каюмов Р.А. Расширенная задача идентификации механических характеристик материалов по результатам испытаний конструкций из них // Известия РАН. Механика твердого тела, 2004, № 2. – С. 94-103.
 5. Закиров И.М., Алексеев К.А., Каюмов Р.А., Гайнутдинов И.Р. Пути повышения прочностных характеристик складчатых заполнителей, выполненных из листовых композиционных материалов // Авиационная техника, 2009, № 3. – 5 с.
 6. Воронцов Г.В., Плющев Б.И., Резниченко А.И. Определение приведенных упругих характеристик армированных композитных материалов методами обратных задач тензометрирования // Мех. композ. мат., 1990, № 4. – С. 733-747.
 7. Каюмов Р.А. Связанная задача расчета механических характеристик материалов и конструкций из них // Известия РАН. Механика твердого тела, 1999, № 6. – С. 118-127.
 8. Терегулов И.Г., Каюмов Р.А., Бутенко Ю.И., Сафиуллин Д.Х. Определение механических характеристик композитов по результатам испытаний многослойных образцов // Механика композитных материалов. – Рига, 1995, Т. 31, № 5. – С. 607-615.
 9. Суворова Ю.В., Добрынин В.С., Статников И.Н., Барт Ю.Я. Определение свойств композита в конструкции методом параметрической идентификации // Мех. композ. мат., 1989, № 1. – С. 150-157.
 10. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 263 с.

Kayumov R.A. – doctor of physical and mathematical sciences, professor

E-mail: kayumov@mail.ru

Strahov D.E. – candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: strahov@kgasu.ru

Shakirzyanov F.R. – candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer

E-mail: faritbox@mail.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Determination of shear performance of reinforced plastics

Resume

Modern technologies of equipment and industry is constantly evolving, which affects the development of new composite materials. Continuous improvement of the properties and performance of reinforced plastics, can not affect the technology of testing, often do not meet the increased mechanical characteristics of developed materials. One such area of elastic and strength characteristics of a shear test.

The technique of experimental determination of shear performance of reinforced plastics. First constructed experimental stress-strain along and across the reinforcement in simple tension of standard samples. Defined mechanical properties (Young's modulus, Poisson's ratio). After that, the shear modulus is determined by solving the inverse problem of the bending of long and short beams. The characteristics obtained for the control samples tested.

Keywords: composite materials, reinforced plastics, polymer matrix, the shear characteristics, testing methods.

Reference list

1. Grebenyuk S. The shear modulus of the fibrous composite transversalnoizotropnyimi matrix and fiber // Applied Mathematics and Mechanics, 2014, T. 78, № 2. – P. 270-276.
2. Yankin A.S., Slovic S.V., Bulbovich R.V. Determination of dynamic mechanical properties of low molecular weight viscoelastic composites at Biharmonic law loading // Mechanics of composite materials and structures, 2013, T. 19, № 1. – P. 141-151.

3. Lurie S.A., Sol J.O., Andryunin M.A., Liskova E.D. Optimization of the damping characteristics of the layered composite material comprising fibers coated with a viscoelastic // Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Mechanics, 2012, № 3. – P. 98-119.
4. Kayumov R.A. Extended problem of identification of mechanical properties of materials based on the results of these test structures // Proceedings of the Academy of Sciences. Mechanics of rigid body, 2004, № 2. – P. 94-103.
5. Zakirov I.M., Alexeev K.A., Kayumov R.A., Gainutdinov I.R. Ways to improve the strength characteristics of folded fillers made of composite sheet materials // Aviation equipment, № 3, 2009. – 5 p.
6. Vorontsov G.V., Plushev B.I., Reznichenko A.I. Definitions of the elastic characteristics of reinforced composite materials by means of inverse problems of strain measurement // Mech. Composite. Math., 1990, № 4. – P. 733-747.
7. Kayumov R.A. A related problem of calculating the mechanical properties of materials and structures are // Izvestiya RAN. Mechanics of rigid body, 1999, № 6. – P. 118-127.
8. Teregulov I.G., Kayumov R.A., Butenko Yu., Safiullin D.H. Determination of mechanical properties of composites based on the results of tests of multilayer samples // Mechanics of Composite Materials. – Riga, 1995, T. 31, № 5. – P. 607-615.
9. Suvorov Y., Dobrynin V.S., Statnikov I.N., Bart Y.Y. Defining the properties of the composite construction method of parametric identification // Mech. Composite. Math., 1989, № 1. – P. 150-157.
10. Alfutov N.A., Zinoviev P.A., Popov B.G. Calculation of laminated plates and shells made of composite materials. – M.: Engineering, 1984. – 263 p.