УДК 537.525

Галеев Р.С. – доктор физико-математических наук
Казанский (Приволжский) федеральный университет
Адрес организации: 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18
Сафиуллин Р.К. – доктор физико-математических наук, профессор
E-mail: rksaf@mail.ru
Казанский государственный архитектурно-строительный университет
Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Исследования быстропроточных CO_2-лазеров с цилиндрической и конической разрядной трубкой

Аннотация

Работа посвящена компьютерным исследованиям быстропроточных CO_2-лазеров с цилиндрическими и коническими разрядными трубками. Многие газоразрядные CO_2-лазеры содержат цилиндрическую разрядную трубку или систему таких трубок. В результате численного моделирования процессов в лазерах с цилиндрическими трубками в работе получены пространственные распределения заряженных компонентов плазмы, скорости и температуры газа, мощности и коэффициента усиления лазера. Система дифференциальных уравнений тлеющего разряда, неравновесной газодинамики и колебательной кинетики молекул решалась методом расщепления на три подсистемы. Получено хорошее согласие расчетных характеристик лазеров с экспериментальными данными.

Ключевые слова: цилиндрическая трубка тлеющий разряд,CO_2-лазер, гармонический осциллятор.

Математическая модель колебательной кинетики в смеси CO_2-N_2-He-H_2O

В качестве объектов исследования были выбраны CO_2-лазеры, схемы которых изображены на рис. 1 и 2.

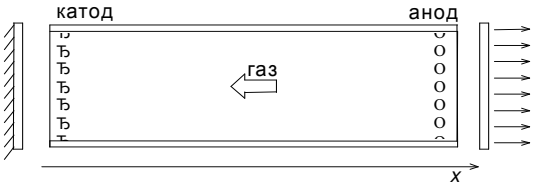

Рис. 1. Схема газоразрядного CO_2-лазера с цилиндрической разрядной трубкой

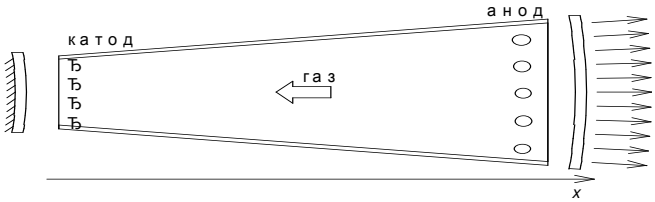

Рис. 2. Схема газоразрядного CO_2-лазера с конической разрядной трубкой

Математическая модель, использованная в работе, включает уравнения тлеющего разряда для электроотрицательной смеси газов, уравнения неравновесной газодинамики, а также уравнения колебательной кинетики молекулярных компонентов газовой смеси.

Рассматривалась смесь газов CO_2-N_2-He-H_2O, широко применяемая в газоразрядных лазерах. Математическая модель колебательной кинетики в таких смесях подробно описана в работах [1-6]. Предполагается, что неравновесно возбуждены три вида колебаний молекулы CO_2 и колебания N_2. Полагается также, что колебательные и

вращательные степени свободы остальных молекул находятся в равновесии с поступательными степенями свободы. Для описания колебательной кинетики используется модель гармонического осциллятора. При этом внутри каждой неравновесной колебательной моды устанавливается больцмановское распределение энергии со своей колебательной температурой.

Поскольку уровни колебательной энергии $CO_2(10^00)$ и $CO_2(02^00)$ близки между собой, то между первой (симметричной) и второй (деформационной) колебательными модами CO_2 существует быстрый энергообмен (резонанс Ферми) [1-4]. Вследствие резонанаса Ферми данные моды обычно рассматривают как одну – объединенную. Ввиду больцмановского распределения энергии молекул по колебательным уровням, для среднего числа квантов ε_j колебательной энергии j-й моды, приходящихся на одну молекулу, можно записать формулу:

$$\varepsilon_j = \frac{1}{\exp\frac{\theta_j}{T_j} - 1}, \tag{1}$$

где θ_j – характеристическая температура j-й моды. Значения j = 1,2,3 соответствуют симметричной, деформационной и асимметричной колебательным модам молекулы CO_2, j = 4 – колебательной моде молекул N_2. Ввиду резонанса Ферми полагается, что $T_1 = T_2$. Следует иметь ввиду, что деформационная колебательная мода дважды вырождена (деформационные колебания могут происходить независимо в двух перпендикулярных плоскостях). Суммарная колебательная энергия единицы массы газа выражается формулой:

$$e = R\left[\xi_1(\theta_1\varepsilon_1 + 2\theta_2\varepsilon_2 + \theta_3\varepsilon_3) + \xi_2\theta_4\varepsilon_4\right], \tag{2}$$

$$R = \frac{R_0}{\sum_i \xi_i \mu_i},$$

где ξ_i – молярная концентрация, μ_j – молярная масса компонента M_j ($M_1 = CO_2$, $M_2 = N_2$, $M_3 = He$), R_0 – универсальная газовая постоянная, R – газовая постоянная для данной смеси.

Используемая кинетическая схема включает следующие каналы колебательно-колебательного (V-V) и колебательно-поступательного (V-T) обмена с соответствующими временами реакций [1-6]:

Таблица 1

$CO_2(\nu_2) + M_i \leftrightarrow CO_2 + M_i$,	τ_{1i}
$CO_2(\nu_3) + M_i \leftrightarrow CO_2(3\nu_2) + M_i$,	τ_{2i}
$CO_2(\nu_3) + N_2 \leftrightarrow CO_2 + N_2(\nu_4)$,	τ_3
$N_2(\nu_4) + H_2O \leftrightarrow N_2 + H_2O$,	τ_4
$N_2(\nu_4) + He \leftrightarrow N_2 + He$,	τ_5

Уравнения колебательной релаксации имеют следующий вид:

$$u\frac{d\varepsilon_2}{dx} = \beta\left(\frac{\varepsilon_{2p} - \varepsilon_2}{\tau_1} + \frac{3\varphi_{32}}{2\tau_2}\right) + \beta\frac{gIT}{(\theta_3 - \theta_1)\xi_1 p} + \beta\frac{\delta_{1,2}WT}{\xi_1\theta_2 p}, \tag{3}$$

$$u\frac{d\varepsilon_3}{dx} = -\frac{\varphi_{32}}{\tau_2} + \xi_2\frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_3}{\tau_3} - \frac{gIT}{(\theta_3 - \theta_1)\xi_1 p} + \frac{\delta_3 WT}{\xi_1\theta_3 p}, \tag{4}$$

$$u\frac{d\varepsilon_4}{dx} = \xi_2\frac{\varepsilon_{4p} - \varepsilon_4}{\tau_{4(5)}} + \xi_1\frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_4}{\tau_3} + \frac{\delta_4 WT}{\xi_2\theta_4 p}, \tag{5}$$

$$\beta = \frac{(1 + 2\varepsilon_2)^2}{1 + 6\varepsilon_2 + 6\varepsilon_2^2},$$

$$\varphi_{32} = \varepsilon_3(\varepsilon_2 + 1)^3 - \varepsilon_2^3(1 + \varepsilon_3)\exp\frac{3\theta_2 - \theta_3}{T},$$

где g – коэффициент усиления, I – интенсивность излучения, $\delta_{1,2}$, δ_3, δ_4 – доли энергии тлеющего разряда, вкладываемые в объединенную симметричную и деформационную моду CO_2, в асимметричную моду CO_2 и в колебания N_2; W – удельная мощность электрического разряда, u – скорость газа. Данные уравнения относятся к “жестким” дифференциальным уравнениям.

Уравнения газодинамики и тлеющего разряда в электроотрицательной смеси газов

Для описания течения газа используются стационарные одномерные уравнения невязкой газовой динамики. Уравнение неразрывности:

$$\rho u S = \rho_0 u_0 S_0 \equiv G, \tag{6}$$

- уравнение количества движения:

$$\rho u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx}, \tag{7}$$

- уравнение энергии:

$$\frac{du(E_g + p)}{dx} = W_e - gI - u(E_g + p)\frac{S'}{S}, \tag{8}$$

- уравнение состояния газа:

$$p = \rho RT, \tag{9}$$

где ρ – плотность, p – давление, T – температура газа. Удельная энергия газа E_g определяется по формуле:

$$E_g = \frac{p}{\kappa - 1} + \frac{\rho u^2}{2} + \rho e. \tag{10}$$

Удельный энерговклад может быть записан в виде:

$$W_e = Eq(\delta v_e n_e + |v_+ n_+| + v_- n_-), \delta = \delta_{RT} + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4, \tag{11}$$

где δ_{RT}, δ_2, δ_3 и δ_4, – доли энергии электронов, идущие на возбуждение поступательно-вращательных степеней свободы молекул, комбинированной симметричной и деформационной колебательных мод молекул CO_2, антисимметричной колебательной моды CO_2 и колебательной моды N_2, соответственно; q – заряд электрона. Необходимо отметить, что в правой части выражения для энерговклада (11) два последних члена описывают джоулев нагрев газа токами положительных и отрицательных ионов.

В рамках обычно используемых предположений стационарные уравнения, описывающие тлеющий разряд в электроотрицательном газе, имеют следующий вид:

$$\frac{d j_e}{dx} = k_i j_e - k_a j_e - q\beta_e n_e n_+ + q k_d N n_- - j_e \frac{S'}{S}, \tag{12}$$

$$\frac{d j_+}{dx} = -k_i j_e + q\beta_e n_e n_+ + q\beta_i n_+ n_- - j_+ \frac{S'}{S}, \tag{13}$$

$$\frac{d j_-}{dx} = k_a j_e - q\beta_i n_+ n_- - q k_d N n_- - j_- \frac{S'}{S}, \tag{14}$$

и уравнение Пуассона для электрического поля:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{q}{\varepsilon_0}(n_e - n_+ + n_-) - E\frac{S'}{S}, \tag{15}$$

где $S = S(x)$ – площадь поперечного сечения разрядной трубки.

На плотности токов накладываются следующие граничные условия:

$$j_e(0,t) = \gamma j_+(0,t), \; j_-(0,t) = j_+(L,t) = 0. \tag{16}$$

Напряженность электрического поля связана с напряжением, приложенным к разрядному промежутку соотношением:

$$\int_0^L E(x)dx = U. \tag{17}$$

Для решения газодинамических уравнений задаются давление, скорость и температура газа во входном сечении разрядной трубки, т. е. на катоде или на аноде (в зависимости от направления газового потока). Колебательные степени свободы молекул во входном сечении считаются равновесно возбужденными. В случае $S(x)$ = const используется модель плоско-параллельного резонатора, основанная на предположении о постоянной интенсивности излучения внутри резонатора. В случае $S(x) \neq$ const используется модель концентрического резонатора с интенсивностью излучения,

изменяющейся по закону $I(x) = I(0)S(0)/S(x)$. Средний коэффициент усиления $\overline{g}$ при этом удовлетворяет условию стационарной генерации:

$$\overline{g} \equiv \frac{1}{L}\int_0^L g dx = \frac{1}{2L}\ln\frac{1}{r_1 r_2}, \tag{18}$$

где $r_1 = 1 - a_1$ и $r_2 = 1 - a_2 - \theta$ – коэффициенты отражения зеркал, a_1 и a_2 – коэффициенты поглощения зеркал, θ – коэффициент пропускания полупрозрачного зеркала, L – расстояние между зеркалами, которое принимается равным расстоянию между электродами. Для расчета выходной мощности в случае плоского резонатора используется формула:

$$P_{\text{u}} = \frac{\theta \overline{g} I V_R}{(1+\sqrt{r_1/r_2})(1-\sqrt{r_1 r_2})}, \tag{19}$$

где V_R – объем резонатора.

В случае применения конических трубок предполагается, что резонатор образован двумя сферическими концентрическими зеркалами. Средний коэффициент усиления $\overline{g}$ удовлетворяет условию стационарной генерации (18). Для расчета выходной мощности вместо формулы (19) в этом случае используется формула:

$$P_u = \frac{\theta \overline{g} I(L) S(L) L}{(1+\sqrt{r_1/r_2})(1-\sqrt{r_1 r_2})}. \tag{20}$$

Из уравнений неразрывности для электронов и ионов (12-14) следует закон сохранения полного тока:

$$(j_e + j_+ + j_-)S(x) = J \equiv \text{const}. \tag{21}$$

Соотношение (21) позволяет исключить плотность тока отрицательных ионов из уравнений (12-14). При этом предполагается, что полный ток J является заданной величиной, в то время как разность потенциалов U определяется после решения задачи интегрированием напряженности электрического поля E вдоль разряда.

Метод решения

Сложная система дифференциальных уравнений решалась методом расщепления на три подсистемы, описывающие различные физические процессы. Прежде всего, значения газодинамических параметров на слое $x+\Delta x$ рассчитывались тем же способом, что и в случае СО-лазеров, описанном в работах [7, 8]. Затем для расчета на слое $x + \Delta x$ величин ε_k использовалась неявная схема:

$$\frac{\varepsilon_k^{i+1} - \varepsilon_k^i}{\Delta x_i} = s f_k^i + (1-s) f_k^{i+1}, 0 \le s \le 0.5, k = 2,3,4. \tag{22}$$

Для решения системы уравнений (22) использовался итерационный метод Ньютона. Эта процедура повторялась шаг за шагом в направлении от катода к аноду. После этого уравнения тлеющего разряда (12-15) решались для всей области разряда с помощью метода матричной прогонки. Для получения самосогласованного решения приходилось применять до 10 глобальных итераций между этими тремя подсистемами.

Результаты расчетов для быстропроточных CO_2-лазеров с цилиндрической разрядной трубкой

В данном разделе приведены результаты расчетов для лазеров с широкими разрядными трубками цилиндрической формы. Рассматриваемый лазер (рис. 1) состоит из разрядной трубы, с противоположных сторон которой находятся зеркала, причем одно из них является полупрозрачным. Разрядная труба имеет внутренний диаметр 13,7 см и расстояние между электродами равно 60 см. Рассматривается смесь CO_2:N_2:He= 4,5:13,5:82. Во входном сечении (на аноде) задаются следующие газодинамические параметры: давление p = 33 Тор, скорость u = 97 м/с, температура T = 300 К. Коэффициент пропускания полупрозрачного зеркала равен 15 %.

В табл. 2 сравниваются результаты эксперимента [9] с расчетами. Можно отметить хорошее совпадение результатов, что свидетельствует об адекватности применяемого подхода.

Таблица 2

Величина	Экспер. [9]	Расчет
Выходная мощность (кВт)	3,85	3,81
Разность потенциалов (кВ)	10,1	10,9
Разрядный ток (А)	1,8	1,8
Температура газа на выходе (К)	503	515
Электрооптический КПД (%)	21	19

На рис. 3 для двух направлений прокачки представлены распределения скорости газа и температуры, а на рис. 4 – коэффициента усиления. Для удобства на рисунке скорость газа изображена положительной. Из графиков видно, что изменение газодинамических параметров происходит практически линейно, за исключением узких приэлектродных областей, где имеет место более резкое изменение параметров. Это связано с интенсивным нагревом газа током положительных ионов в катодном слое разряда.

На рис. 5 и 6 представлены распределения напряженности электрического поля и концентраций заряженных частиц в катодном слое (а), положительном столбе (б) и анодном слое (в). Приэлектродные слои для удобства изображены в увеличенном масштабе. Как видно из рисунков, плотность отрицательных ионов выше плотности электронов, что говорит о важности учета отрицательных ионов при численном моделировании газоразрядных CO_2-лазеров. Газовый поток на рис. 6 направлен в противоположную сторону по сравнению с рис. 5, т.е. от катода к аноду. Уменьшение величины *E/N* вблизи катода связано с известным проявлением неоднородности положительного столба разряда в электроотрицательных газах. Эта область особенно чувствительна к скорости прокачки газа и «сдувается» потоком газа. При прокачке от катода прикатодное падение потенциала составляет 230 В, а при противоположном – 205 В.

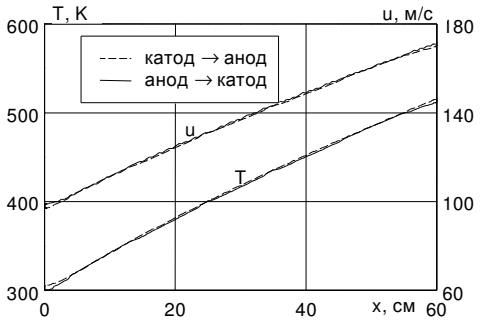

Рис. 3. Распределение скорости газа *u* и температуры *T* для двух направлений прокачки газа

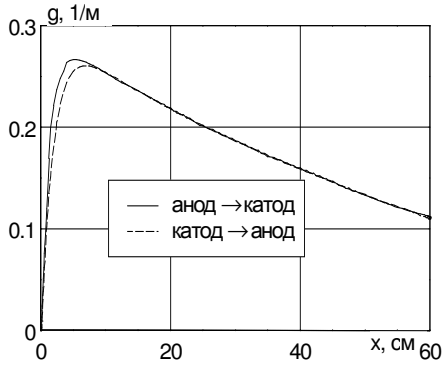

Рис. 4. Распределение коэффициента усиления *g*

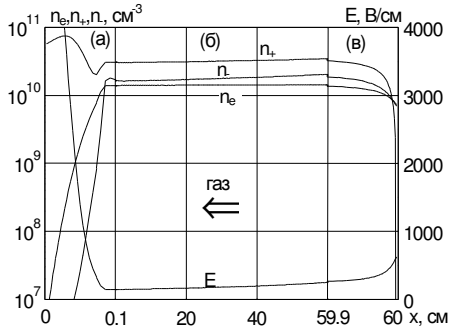

Рис. 5. Распределение концентраций электронов n_e, положительных n_+ и отрицательных n_- ионов и напряженности поля E в катодном слое (а), положительном столбе (б) и анодном слое (в)

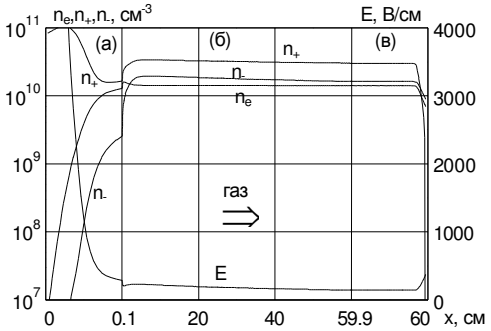

Рис. 6. То же, что на рис. 5, прокачка от катода к аноду

На рис. 7 сравниваются расчетные и экспериментальные [9] зависимости выходной мощности излучения от тока разряда. Давление газа на входе равно 30 Тор. Обращает на себя внимание хорошее соответствие экспериментальных и расчетных результатов. Вольтамперная характеристика (ВАХ) разряда для двух противоположных направлений прокачки газа представлена на рис. 8. Для направления движения газа от катода ВАХ лежит ниже, чем при противоположном направлении. Две причины могут вызвать это: первая связана с тем, что интенсивно нагревающийся в катодном слое газ поступает в область положительного столба разряда и это снижает напряженность электрического поля; вторая причина – уменьшение плотности отрицательных ионов за счет выноса их из положительного столба газовым потоком.

На рис. 9 представлена зависимость выходной мощности от скорости прокачки газа. Выходная мощность больше при прокачке газа от анода. Это главным образом объясняется тем, что большему напряжению на разряде при одном и том же токе соответствует больший энерговклад.

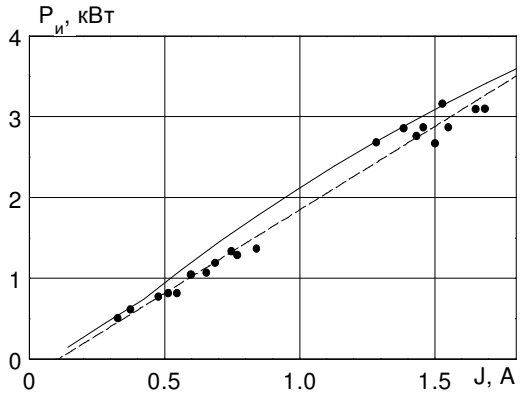

Рис. 7. Расчетная (сплошная линия) и экспериментальная (точки и штриховая линия) зависимости выходной мощности лазера $P_и$ от тока разряда

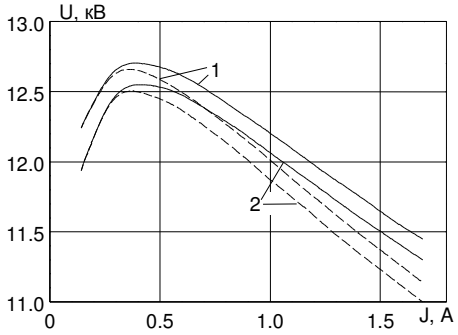

Рис. 8. Вольтамперная характеристика при направлении прокачки от анода к катоду (1) и при противоположном (2) в присутствии генерации и без генерации (штриховая линия)

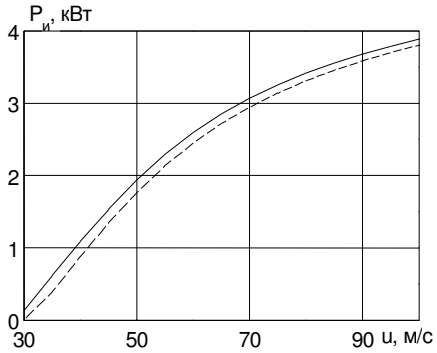

Рис. 9. Зависимости выходной мощности лазера P_u от скорости газа при направлении прокачки от анода к катоду (сплошная линия) и при противоположном (штриховая линия) направлении

Следует отметить большой вклад в работу доктора физико-математических наук, ведущего научного сотрудника НииММ им. Н.Г. Чеботарева (КПФУ) Галеева Равиля Саидовича, безвременно ушедшего из жизни.

Список библиографических ссылок

1. Смит К., Томсон Р. Численное моделирование газовых лазеров. – М.: Мир, 1981. – 516 с.
2. Андерсон Дж. Газодинамические лазеры: введение. – М.: Наука, 1979. – 202 с.
3. Гордиец Б.Ф., Осипов А.И., Шелепин Л.А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. – М.: Наука, 1980. – 512 с.
4. Лосев С.А. Газодинамические лазеры. – М.: Наука, 1977. – 336 с.
5. Сафиуллин Р.К. Математическое моделирование процессов в низкотемпературной плазме тлеющего разряда применительно к CO_2- и CO-лазерам // Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. – Казань: КГТУ им. А.Н. Туполева, 2006.
6. Taylor R.L., Bitterman S. // Rev. Mod. Phys., T. 41, 1969, № 1. – P. 26.
7. Арасланов Ш.Ф., Сафиуллин Р.К. Численное моделирование электроионизационного и проточного электроразрядного CO-лазеров // Квантовая электроника, т. 31, 2001, № 8. – С. 697-703.
8. Araslanov Sh.F., Safiullin R.K. Numerical simulation of flowing gas discharge and electroionized CO lasers // Asian Journal of Spectroscopy, 2001, № 1. – P. 25-33.
9. Harry J.E., Evans D.R. A large bore fast axial flow CO_2 laser // IEEE Journal of Quantum Electronics, 1988, v. 24, № 3. – P. 503-506.
10. Galeev R.S., Safiullin R.K. Numerical simulation of the processes in fast flow electric discharge CO_2 lasers // International Conference on Atomic and Molecular Pulsed Lasers V, Tomsk, September, 2003: Proceedings of SPIE, vol. 5483. – P. 214-223.

Galeev R.S. – doctor of physical-mathematical sciences
Kazan Federal University
The organization address: 420008, Russia, Kazan, Kremlyovskaya st., 18
Safiullin R.K. – doctor of physical-mathematical sciences, professor
E-mail: rksaf@mail.ru
Kazan State University of Architecture and Engineering
The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Studies of fast CO_2 lasers with cylindrical and conical discharge tube

Resume

The processes in fast flow gas discharge CO_2 lasers were numerically investigated. Glow discharge, molecular vibration kinetics as well as non-equilibrium gas dynamic equations were considered. Harmonic oscillator model for molecular vibration kinetics was used. Gas discharge equations for electronegative CO_2-N_2-He-H_2O laser mixtures were employed.

Complicated system of differential equations was solved by splitting on three subsystems: the first one for gas dynamics, the second one for molecular vibration kinetics and the third – for glow discharge equations. At first, gas dynamic quantities for layer x +Δx were calculated by the method previously used for CO lasers. After that vibration kinetic quantities were obtained using implicit difference scheme with Newton iterative method. These procedures were repeated step by step from the cathode up to the anode. And then glow discharge equations were solved for the whole discharge region by matrix sweep method. To obtain self-consistent solution one needs to make up to 10 global iterations between these three subsystems.

As a result, space distributions for charged components of gas discharge plasma, as well as for gas temperature., gas velocity, gain coefficient and laser output were calculated. Good agreement with the available experimental results was achieved.

Keywords: cylindrical tube, glow discharge, CO_2 laser, harmonic oscillator.

Reference list

1. K.Smith K., Thomson R. Computer Modeling of Gas Lasers: Mir. – M., 1981. – 516 p.
2. Anderson J. Gas Dynamic Lasers: Nauka. – M., 1979. – 202 p.
3. Gordietz B.F., Osipov A.I., Shelepin L.A. Kinetic Processes in Gases and Molecular Lasers: Nauka. – M., 1980. – 512 c.
4. Losev S.A. Gas Dynamic Lasers: Nauka. – M., 1977. – 336 p.
5. Safiullin R.K. Mathematical Simulation of the Processes in Low Temperature Plasma in Glow Discharge in Connection with CO_2 and CO lasers.// Doctor Dissertation. – Kazan, KAI, 2006.
6. Taylor R.L., Bitterman S. // Rev. Mod. Phys., V. 41, 1969, № 1. – P. 26, 1969.
7. Araslanov Sh.F., Safiullin R.K. Numerical simulation of electroionisation and electric discharge gas flow CO lasers.// Sov. J. Quant. Electronics. V. 31, 2001, № 8. – P. 697-703.
8. Araslanov Sh.F., Safiullin R.K. Numerical simulation of flowing gas discharge and electroionized CO lasers. // Asian Journal of Spectroscopy 1, 2001, № 1. – P. 25-33.
9. Harry J.E., Evans D.R. A large bore fast axial flow CO_2 laser // IEEE Journal of Quantum Electronics, 1988, V. 24, № 3. – P. 503-506.
10. Galeev R.S., Safioulline R.K. Numerical simulation of the processes in fast flow electric discharge CO_2 lasers. // International Conference on Atomic and Molecular Pulsed Lasers V. – Tomsk, September 2003: Proceedings of SPIE, Vol. 5483. – P. 214-223.