

УДК 539.3

Каюмов Р.А. – доктор физико-математических наук, профессор

E-mail: kayumov@gambler.ru

Гатиятуллин А.Э. – студент

E-mail: zcfyxj1@mail.ru

Шабанов А.М. – студент

E-mail: alishabanov@yandex.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Расчет долговечности балки при ползучести с учетом упрочнения**Аннотация**

Изучается поведение балки, изготовленной из вязко-упругого материала и находящейся под действием постоянной нагрузки при постоянной температуре. Показывается, что с течением времени диаграмма напряжений перестает иметь линейный характер. Изучается процесс изменения напряжений. Рассматриваются случаи теорий течения и упрочнения и установившейся ползучести. Оценивается долговечность балки при разных нагрузках и различных температурах.

Ключевые слова: долговечность, упрочнение, ползучесть, напряжение.

Рассмотрим для простоты шарнирно опертую по концам балку прямоугольного сечения, нагруженную сосредоточенной силой посередине (рис. 1). Используем следующие основные соотношения и законы.

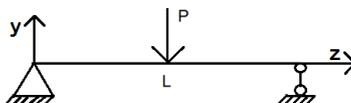


Рис. 1. Балка прямоугольного сечения, нагруженная сосредоточенной силой посередине

Упругая часть деформации $\varepsilon^{el}(y, z)$ связана с напряжениями законом Гука (E – модуль упругости, ε – полная деформация, ε^c – деформация ползучести):

$$y = E\varepsilon^{el} = E(\varepsilon - \varepsilon^c). \quad (1)$$

Связь напряжений $\sigma(y, z)$ и деформаций ползучести $\varepsilon^c(y, z)$ принимается в виде закона течения (t – время, K , m – механические характеристики):

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt} = \dot{\varepsilon}^c = \left(\frac{y}{K}\right)^m. \quad (2)$$

Из (1), (2) скорость деформации ползучести выражается через $\varepsilon^c(y, z)$, полную деформацию и механические характеристики K , E , m в виде:

$$\dot{\varepsilon}^c = (\varepsilon - \varepsilon^c)^m E^m / K^m. \quad (3)$$

Полная деформация волокон по высоте балки при изгибе распределяется согласно гипотезе Бернулли:

$$\varepsilon(y, z) = -\chi(z) \cdot y. \quad (4)$$

Для замыкания системы добавляется уравнение равновесия в виде связи напряжений в сечении с известным изгибающим моментом $M(z)$:

$$M(z) = b \cdot \int_{-h/2}^{h/2} y(y, z) \cdot y \, dy \quad (5)$$

Здесь h – высота, b – ширина сечения. Для двухопорной балки, нагруженной посередине силой F , изгибающий момент определяется из соотношения (L – длина балки):

$$M(z) = P \cdot z/2, \quad (z \leq L/2). \quad (6)$$

Максимальный момент равен $P \cdot L/2$.

Отметим, что задача является статистически неопределенной ввиду наличия ползучести.

Метод решения системы уравнений:

Деформация ползучести в начальный момент времени $t=0$ известна $\chi_0 = \frac{3LP}{bEh^3}$, $\varepsilon^c_0 = 0$.

Тогда $y_0 = -E \cdot \chi_0 \cdot y$.

Далее вычисляем значения σ через каждые Δt часа при разных силовых нагрузках и температурах. В соответствии с конечно-разностной схемой представления производственных по времени в момент $t_1 = \Delta t$: $\varepsilon^c_1 = \varepsilon^c_0 + \left(\frac{y_0}{K}\right)^m \cdot \Delta t$

Тогда $\varepsilon^{el}_1 = e - e^c = -\chi_1 \cdot y - \left(\frac{M^*y/J}{K}\right)^m \cdot \Delta t$.

Составим уравнение равновесия:

$$\sum Mx = 0, \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} - b \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(-\chi_1 \cdot y - \left(\frac{M^*y/J}{K}\right)^m \cdot \Delta t) dy = 0.$$

Отсюда находим кривизну χ_1 , а затем напряжение σ_1 по формуле (1). Таким же образом находим χ_i и σ_i на каждом последующем шаге по времени $t_i = \Delta t \cdot i$.

Аналогично вычисляются кривизна и напряжение на каждом шаге при использовании теории упрочнения. В этом случае имеем следующую систему уравнений.

Рассмотрим закон ползучести с учетом упрочнения в виде (где H – параметр упрочнения):

$$\varepsilon^c = \left(\frac{\sigma}{K}\right)^m \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon^c \cdot H}$$

Тогда в момент времени $t_i = \Delta t$: $\varepsilon^c_i = \varepsilon^c_{i-1} + \left(\frac{\sigma_{i-1}}{K}\right)^m \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon^c_{i-1} \cdot H} \cdot \Delta t$.

$$e^{el} = e - e^c = -\chi_i \cdot y - \left(\frac{\sigma_{i-1}}{K}\right)^m \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon^c_{i-1} \cdot H}$$

Составим уравнение равновесия: $\sum Mx = 0$,

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} - b \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(-\chi_i \cdot y - \left(\frac{\sigma_{i-1}}{K}\right)^m \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon^c_{i-1} \cdot H} \cdot \Delta t) dy = 0.$$

Отсюда находим кривизну χ_i , а затем напряжение σ_i , по формуле (1):

Разница результатов при учете законов ползучести с учетом и без учета упрочнения видна из последующих графиков на рис. 5-7.

Далее приведем график иллюстрирующий изменение напряжения с течением времени.

Из графиков видно, что с течением времени максимальное напряжение падает.

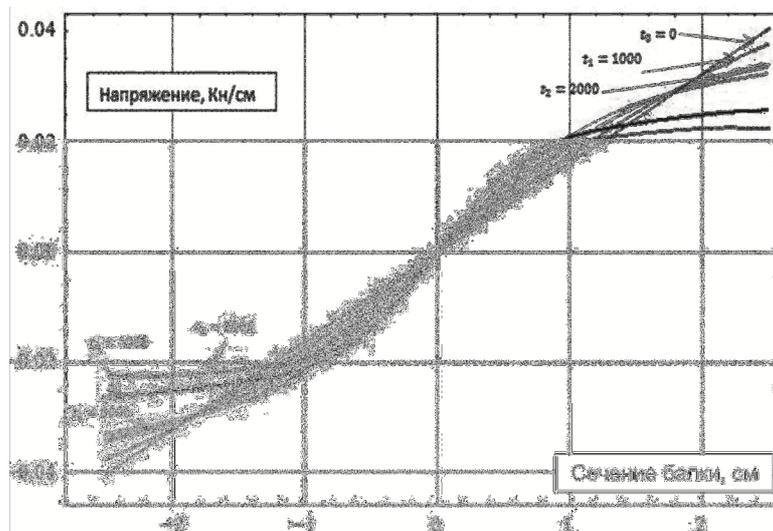


Рис. 2. Графики распределения напряжения по сечению балки в различных моменты времени

Решим задачу определения долговечности t^* :

Построим графики зависимости долговечности балки от силы P .

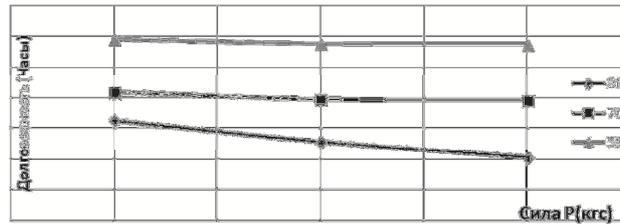


Рис. 3. График зависимости долговечности от прикладываемой силы

Аппроксимируем зависимость t^* от напряжения σ линейным соотношением на интервале от 0 до 3000 Кн/см и от 0 до 4 часов. Для конкретных расчетов используем данные для t^* , приведенные в [1].

Тогда для малоуглеродистой стали при температуре 815 °С:

$$t^* = \frac{300-y}{75}.$$

Аналогично получаем:

Для $t=705^0\text{C}$: $t^* = \frac{770-y}{170}.$

Для $t=595^0\text{C}$: $t^* = \frac{2000-y}{400}.$

Для отыскания времени разрушения нашей балки и используем закон (принцип) линейного суммирования повреждений, который имеет вид [3]:

$$\int_0^{\tau} \frac{dt}{t^*} = 1.$$

Если на интервале времени $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, напряжение σ_i остается постоянным, то из последнего условия следует:

$$\sum_i \frac{\Delta t_i}{t_i^*} = 1.$$

Условие разрушения балки имеет вид:

$$\frac{\Delta t_1}{t_1^*} + \frac{\Delta t_2}{t_2^*} + \frac{\Delta t_3}{t_3^*} + \dots + \frac{\Delta t_n}{t_n^*} \geq 1.$$

Отсюда вытекает, что существует срок эксплуатации элемента, после которого он разрушается.

Допустим, что материал балки имеет следующие характеристики: $E=2000 \text{ кН/см}^2$, длину 100 см, высоту сечения 5 см, ширину сечения 10 см, $K=240 \text{ КН/см}^2$, $m=5$, под действием сил $P=100 \text{ КН}$, 200 КН, 300 КН.

График показывает, что при малых нагрузках имеет место, незначительное увеличение долговечности балки.

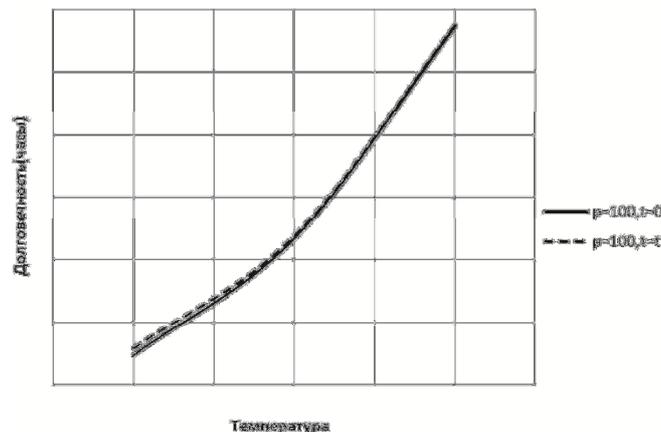


Рис. 4. График зависимости долговечности от температуры, без учета ползучести (сплошная) и с учетом ползучести (штриховая) при $P=100 \text{ Кгс}$, $K=240 \text{ КН/см}^2$, $m=5$, $E=2000 \text{ кН/см}^2$

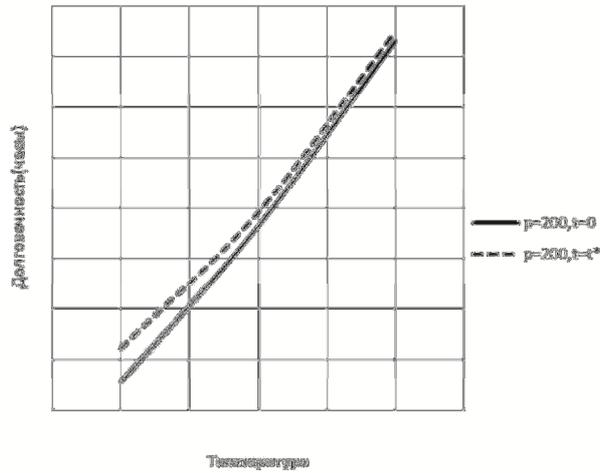


Рис. 5. График зависимости долговечности от температуры, без учета ползучести (сплошная) и с учетом ползучести (штриховая) при P=200 Кгс

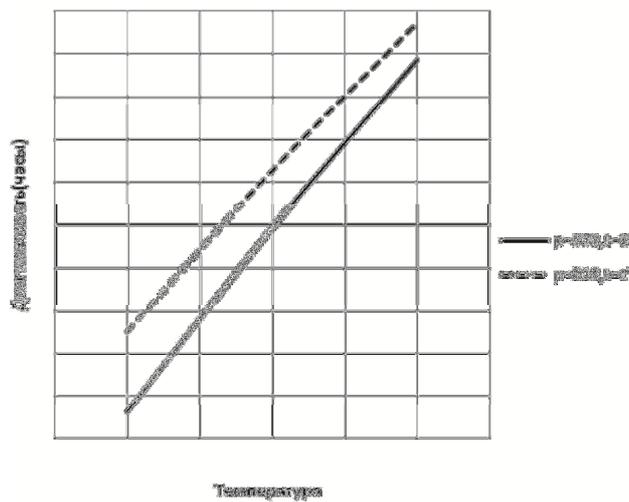


Рис. 6. Зависимость долговечности от температуры, без учета ползучести (сплошная) и с учетом ползучести (штриховая). При p=300 Кгс

Графики 4-6 иллюстрируют увеличение долговечности балки при учете ползучести.

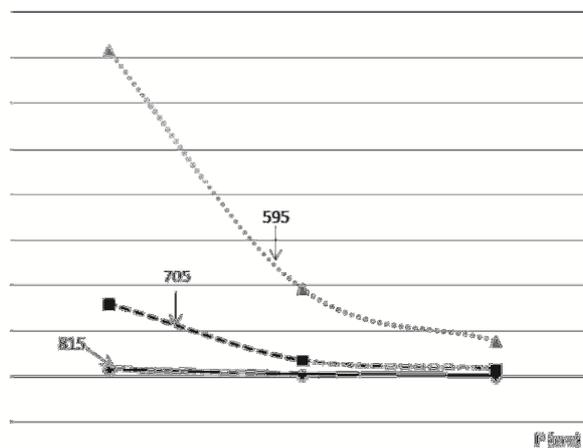


Рис. 7. Зависимость относительной долговечности $t^*(T^\circ)/t(20^\circ)$ балки от приложенного усилия

Таким образом, как показывают графики, в статически неопределимых конструкциях ползучесть может сильно влиять на долговечность, а именно, необходимость в учете ползучести становится актуальной в случае наличия условий, в частности, достаточного времени для проявления эффекта ползучести.

Список библиографических ссылок

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. 1976. – М.: «Наука». – 608 с.
2. Каюмов Р.А. Конспект лекций по сопротивлению материалов, 2010. – Казань: КГАСУ. – 170 с.
3. Терегулов И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности, 1984. – М.: «Высшая школа». – 472 с.
4. Рудицин М.Н., Артемов П.Я., Любошин М.И. Справочное пособие по сопротивлению материалов. – Минск, 1970.
5. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – М., 1970.
6. Татур Г.К. Общий курс сопротивления материалов. – Минск, 1974.
7. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М., 1975.
8. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М., 1961.

Kayumov R.A. – doctor of physical-mathematical sciences, professor

E-mail: kayumov@rambler.ru

Gatiyatullin A.E. – student

E-mail: zcfyxj1@mail.ru

Shabanov A.M. – student

E-mail: alishabanov@yandex.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Durability prediction for the beam in the time of plastic flow due to strengthening

Resume

In this work we researched the dependence of stress distribution throughout the height of beam section made of viscoelastic matter and exposed to constant load. It is shown, that as time passes stress diagram stops to have linear character. The process of tension change has also been researched. Both steady-state creep and presence of strengthening cases are taken in the consideration. Time to fracture defined by the terms of linear law of damage summation. We analyzed hinge-supported at the both ends beam with rectangular section which was loaded up with local force in the middle. Elastic part of the deformation is connected with Hook's law for the force. The connection of force and deformation is accepted like the flow law. Total deformation of the fiber according to the height of the beam under bending is dividing by hypothesis Bernoulli.

For the short circuit of the system equation of equilibrium in the view the connection of forces in the cross-section of the beam moment. The matter of the balk has such characteristics as $E=2000 \text{ kH/cm}^2$, length = 100 cm, cross-sectional height = 5 cm, cross-sectional width = 10 cm, $K=240 \text{ KH/cm}^2$, $m=5$, under the action of forces $P=100 \text{ KH}$, 200 KH, 300 KH.

Keywords: stress, deformation, plastic flow, deflection, beam, strengthening, long-term strength.

Reference list

1. Belyaev N.M. Structural resistance, 1976. – М.: «Science». – 608 p.
2. Kaumov R.A. Summary of the discourse of the structural resistance, 2010. – Kazan: KSUAE. – 170 p.
3. Teregulov I.G. Structural resistance and principles of the theory of elasticity and resilience, 1984. – М.: «High School». – 472 p.
4. Ruditsyn M.N., Artemov P.Y., Lyuboshin N.I. handbook for structural resistance. – Minsk, 1970.
5. Samul V.I., Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity. – М., 1970.
6. Tatur G.K., General course of structural resistance. – Minsk, 1974.
7. Malinin N.N., Applied theory of plasticity and plastic flow. – М., 1975.
8. Bezukhov N.I., Fundamentals of the theory of elasticity, plasticity and plastic flow. – М., 1961.