

УДК 539.3

**Каюмов Р.А.** – доктор физико-математических наук, профессор

E-mail: kayumov@mail.ru

**Страхов Д.Е.** – кандидат технических наук, доцент

E-mail: strahov@kgasu.ru

**Казанский государственный архитектурно-строительный университет**

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зелёная, д. 1

### Модели поведения полимера с эффектом памяти формы

#### Аннотация

Существует обширный класс стальных материалов, у которых элементарный акт условно необратимой деформации осуществляется за счет обратимого мартенситного превращения, упругого двойникования и ряда других процессов, коренным образом изменяющих закономерности неупругого деформирования. На сегодня обнаружены не только сплавы, но и полимеры, обладающие эффектом памяти формы, однако, в них деформации памяти формы сопровождаются и деформациями ползучести. В отличие от случая сплавов с эффектом памяти формы определить все механические характеристики полимера непосредственно из каких-либо частных экспериментов достаточно трудная задача. Поэтому для отыскания функций, входящих в определяющие соотношения нужно применять методы идентификации.

В работе рассмотрена задача поведения полимера, обладающего эффектом памяти формы и наследственной упругостью. Методика, алгоритм для наследственной упругости и теории материалов с памятью формы были протестированы на задаче о растяжении бруса. При определении напряженно-деформированного состояния использовался метод конечных элементов с восьмиузловым изопараметрическим пространственным конечным элементом. Для решения задачи Коши применялся метод Эйлера. Выполнено сравнение различных вариантов определяющих соотношений для материала с эффектом памяти формы.

**Ключевые слова:** композитные материалы, полимеры, эффект памяти формы, наследственная упругость.

Исследованиями последних десятилетий установлено, что существует обширный класс материалов (например, никелид титана), у которых элементарный акт условно необратимой деформации осуществляется за счет обратимого мартенситного превращения, упругого двойникования и ряда других процессов, коренным образом изменяющих закономерности неупругого деформирования [1]. На сегодня обнаружены не только сплавы, но и полимеры, обладающие эффектом памяти формы [2, 3], однако, в них деформации памяти формы сопровождаются и деформациями ползучести [4]. На сегодня они используются для соединения труб с помощью муфт, изготовленных из этих материалов [5]. При этом технологам важно знать силу обжатия трубы после осадки муфты. Отметим, что в отличие от случая сплавов с эффектом памяти формы определить все механические характеристики полимера непосредственно из каких-либо частных экспериментов достаточно трудная задача. Поэтому для отыскания функций, входящих в определяющие соотношения нужно применять методы идентификации (см. обзор, например, в [6]). При этом необходимо иметь модели деформирования материала и численные методики расчета НДС конструкций или образцов из этого материала.

В данной работе модель поведения материала с памятью формы использована применительно к полимерам, обладающим наследственной упругостью. Здесь и далее используется векторно-матричные обозначения. В частности,  $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}\}'$ ,  $\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}\}'$  – векторы, образованные из компонент тензоров деформаций и напряжений, индекс «'» означает операцию транспонирования. Согласно [1] полная деформация складывается из упругой деформации  $\{\varepsilon^e\}$ , деформации наследственной упругости  $\{\varepsilon^{ec}\}$  и деформации памяти формы  $\{\varepsilon^{ph}\}$ .

Ввиду того, что упругая часть деформации в рассматриваемых процессах мала, то будем закон упругости считать линейным:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}. \quad (1)$$

Будем считать, что зависимость матрицы упругих характеристик  $[D]$  является монотонно убывающей при повышении температуры и аппроксимировать эту зависимость соотношением:

$$[D] = [D]_M + ([D]_A - [D]_M) (2^{-e_0^{(T-T_N)/T_M}}) \quad (2)$$

где  $[D]_M$  – матрица упругих характеристик в холодном состоянии,  $[D]_A$  – в высокоэластическом состоянии,  $T$  – текущая температура,  $T_N$  – начальная температура,  $e_0$  и  $T_M$  – константы материала.

Для большинства полимерных материалов характерна наследственная упругость. Принцип наследственности состоит в том, что реакция рассматриваемого тела или системы определяется не только значением воздействия в данный момент времени  $t$ , но и всей историей изменения параметров процесса. В данной работе деформация наследственной упругости  $\{\varepsilon^{ec}\}$  в зависимости от времени описывалась соотношением:

$$\{\varepsilon^{ec}\} = \int_0^t H(t-\tau) \{\sigma(\tau)\} d\tau \quad (3)$$

Здесь  $[H]$  – ядро ползучести, для которого примем следующее соотношение:

$$H = H_0 C(T) / (t-\tau)^\alpha, [H_0] = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

В расчетах применялась гипотеза о том, что  $C$  зависит только от температуры  $T$ , причем, в численных расчетах использовалась следующая аппроксимация:

$$C = C_0 / (2^{1-e_0^{(T-T_N)/T_M}}). \quad (4)$$

Эта зависимость предполагает увеличение  $C$  при повышении температуры  $T$ .

Следуя общепринятому подходу [7], введем параметр  $q$  – параметр процесса конформаций [4]. Дифференциальное уравнение, описывающее изменение  $q$  примем в виде, аналогичном для обычных сплавов с памятью формы [7], а именно:

$$dq/dT = \begin{bmatrix} -(1-q)/(T-M_2) \text{ при } T < 0, M_2 < T < M_1 \\ -q/(A_2-T) \text{ при } T > 0, A_1 < T < A_2 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $T$  – температура;  $M_1, M_2$  – температура начала и окончания прямого процесса конформаций при охлаждении полимера под напряжением,  $A_1, A_2$  – температура начала и окончания обратного превращения. В остальных случаях  $q = \text{const}$ .

Деформации памяти формы, вообще говоря, должны зависеть от всех параметров процесса. Однако, следуя работам [4, 7], во-первых, принимаем гипотезу о том, что ее скорость зависит только от напряжений, самой деформации памяти формы и параметра  $q$ , зависящего в свою очередь от температуры  $T$ :

$$d\{\varepsilon^{ph}\}/dq = F(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\}, q). \quad (6)$$

Во-вторых, предполагаем, что функция  $F$  представима в виде:

$$d\{\varepsilon^{ph}\}/dq = F_1(q) F_2(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\}). \quad (7)$$

Функцию  $F_2$  разложим в ряд Маклорена, а  $F_1$  аппроксимируем степенной функцией:

$$d\{\varepsilon^{ph}\}/dq = (1+a_1q+a_2q^2+\dots)^n (b+c\{\sigma\}+d\{\varepsilon^{ph}\}+h\{\sigma\}^T\{\sigma\}+g\{\varepsilon^{ph}\}^T\{\varepsilon^{ph}\}+\dots). \quad (8)$$

Путем выбора в (8) констант можно получить различные модели материала с памятью формы. В частности, если в выражениях в круглых скобках ограничиться линейными слагаемыми, то получим модель, изложенную в [7], [8]. Ниже для выражений в круглых скобках в соотношениях (8) также ограничимся линейными функциями.

Для процесса охлаждения рассматривались 2 варианта разложения функции  $F_2$ . Если принять  $b=0$ , то в этом случае получается вариант определяющих соотношений, приведенный в [7]:

$$F_2(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\}) = c\{\sigma\} + a\{\varepsilon^{ph}\}. \quad (9)$$

Принимая  $b=a=0$ , получим соотношения, использованные в [8]:

$$F_2(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\}) = c\{\sigma\}. \quad (10)$$

При нагреве в сплавах скорость изменения деформаций памяти формы мало зависит от приложенных напряжений [5]. Принимая эту же гипотезу, рассмотрим следующие варианты разложения функции  $F_2(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\})$ .

$$F_2(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\}) = b + a\{\varepsilon^{ph}\}, \quad (11)$$

$$F_2(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\}) = b, \quad (12)$$

$$F_2(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\}) = a\{\varepsilon^{ph}\}. \quad (13)$$

Для выбора коэффициентов  $a$ ,  $b$  можно использовать различные соображения. В [7] для определения коэффициентов выражения (11) используется условие параллельности графиков зависимости деформаций памяти формы от температуры для прямого и обратного превращения. Для обратного превращения ниже рассматривался также вариант, использованный в [8], в котором скорость изменения деформаций памяти формы не зависела от параметра  $q$ :

$$F_1(q) = 1; F_2(\{\sigma\}, \{\varepsilon^{ph}\}) = b. \quad (14)$$

Методика, алгоритм для наследственной упругости и теории материалов с памятью формы в виде [7] были протестированы на задаче о растяжении бруса. При определении НДС использовался МКЭ с восьмиузловым изопараметрическим пространственным конечным элементом. Для решения задачи Коши применялся метод Эйлера. В начальный момент времени считаем, что напряжения и деформации равняются нулю. Далее задаем приращение нагрузки  $\Delta P$  по некоторому заданному закону. С помощью МКЭ находим приращение перемещений  $\Delta u$ , далее находим приращение полных деформаций  $\Delta\{\varepsilon\} = \Delta\{\varepsilon^e\} + \Delta\{\varepsilon^{ec}\} + \Delta\{\varepsilon^{ph}\}$  (на первом шаге  $\Delta\{\varepsilon^{ec}\} = \Delta\{\varepsilon^{ph}\} = 0$ ). Далее умножая упругие деформации  $\Delta\{\varepsilon^e\} = \Delta\{\varepsilon\} - \Delta\{\varepsilon^{ec}\} - \Delta\{\varepsilon^{ph}\}$  на матрицу упругих характеристик  $[D]$  находим приращение напряжений  $\Delta\{\sigma\}$ . По  $\Delta\{\sigma\}$  на основе уравнений (3), (6) находим  $\Delta\{\varepsilon^{ec}\}$  и  $\Delta\{\varepsilon^{ph}\}$ . Затем делаем следующий шаг.

При решении задачи по модели наследственно-упругого тела хранение всей истории изменения напряжений достаточно сложная задача. Поэтому в (3) выполнялась аппроксимация закона изменения напряжений во времени с помощью ломаных линий, поскольку это позволяет аналитически вычислить интеграл в (3). Количество ломаных варьировалось. Анализ результатов тестовых задач показал, что при количестве шагов по времен  $n \geq 150$  при использовании 4 ломаных отклонение от точных решений составляет не более 5 %.

При тестировании алгоритма решения задачи о деформировании материалов с памятью формы считалось, что ползучесть отсутствует, приложены постоянные напряжения. В этом случае при применении [7] задача имеет аналитическое решение. Значения деформаций памяти формы сравнивались в конце прямого мартенситного превращения, а так же в конце обратного превращения. Анализ результатов показал, что при количестве шагов по времени  $n \geq 200$  отклонение составляет не более 3 %.

Различные варианты определяющих соотношений (8) сравнивались на задаче о растяжении бруса. При этом считалось, что деформации наследственной упругости отсутствуют.

На рис. представлены зависимости деформаций памяти формы от времени для разных случаев определяющих соотношений. На рис. а для процесса охлаждения использовано соотношение (9), а на рис. б соотношение (10). Для обратного превращения использованы соотношения (11)-(14).

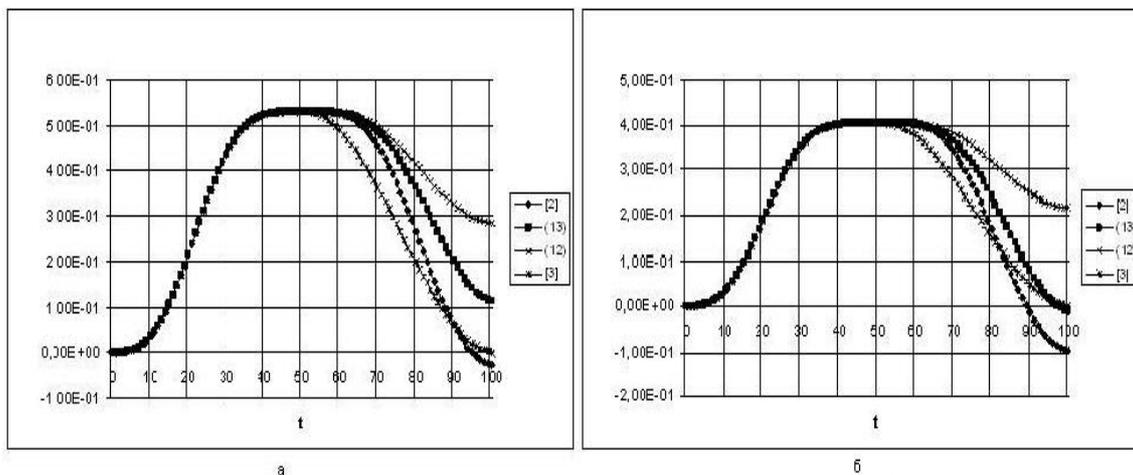


Рис. Деформации памяти формы

Как видно из рис., соотношение (12) дает нелогичное и сильно отличающееся от других значение  $\{\epsilon^{ph}\}$ , а соотношение (3) лучше других отвечает механическим представлениям о деформации таких материалов.

В заключение отметим, что для отыскания функций  $D(T)$ ,  $C(T)$ ,  $\alpha(T)$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  нужно применять методы идентификации с использованием различных моделей (8) деформирования полимерного материала, обладающего эффектом памяти формы из условия наилучшего согласования с экспериментом.

### Список библиографических ссылок

1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. – 218 с.
2. Белошенко В.А., Варюхин В.Н., Возняк Ю.В. Эффект памяти формы в полимерах // Успехи химии, т. 74, 2005, № 3. – С. 285-306.
3. Строганов В.Ф., Страхов Д.Е., Строганов И.В., Алексеев К.П., Белошенко В.А. Термоусаживающиеся реактопласты на основе эпоксикаучуковых олигомеров // Тез. докл. Восьмой межд. конф. по хим. и физикохим. олигомеров. «Олигомеры-2002». – М. – Черногловка, 2002. – С. 276.
4. Белошенко В.А., Варюхин В.Н. Эффект памяти формы в полимерах и его применение. – Киев: Наукова думка, 2005. – 189 с.
5. Алексеев К.П., Строганов В.Ф., Страхов Д.Е., Строганов И.В. Экспериментальное исследование механических характеристик муфто-клеевых соединений трубопроводов с термоусаживающимися муфтами из термореактивных материалов // Тез. докл. Двадцатой межд. конф. по теории оболочек и пластин. – Нижний Новгород, 2002. – С. 138-141.
6. Каюмов Р.А., Нежданов Р.О., Тазюков Б.Ф. Определение характеристик волокнистых композитных материалов методами идентификации. – Казань: Изд-во КГУ, 2005. – 258 с.
7. Мовчан А.А. Микромеханический подход к описанию деформации мартенситных превращений в сплавах с памятью формы // Изв. РАН. Механика твердого тела, 1995, № 1. – С. 197-205.
8. Irie M. Shape memory polymers / Eds. K. Otsuka, C.M. Wayman // Shape Memory Materials. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998. – P. 203-219.

**Kayumov R.A.** – doctor of physical and mathematical sciences, professor

E-mail: kayumov@mail.ru

**Strakhov D.E.** – doctor of technical sciences, associate professor

E-mail: strahov@kgasu.ru

**Kazan State University of Architecture and Engineering**

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

### Model behavior of polymer shape memory

#### Resume

There is a large class of steel materials in which the elementary act of conditional permanent deformation is carried out by a reversible martensitic transformation, elastic twinning and a number of other processes, radically changing patterns of inelastic deformation. At present, alloys are found not only, but also polymers having a shape memory effect, however, they are accompanied by deformation of the shape memory and creep deformation. Unlike the case of alloys with shape memory effect to determine all of the mechanical properties of the polymer directly from any private experiments quite a difficult task. Therefore, in order to find the functions in the constitutive relations need to apply the methods of identification.

In this paper we consider the problem of behavior of polymer having a shape memory effect and hereditary elasticity. The technique of genetic algorithm for elastic and shape memory materials has been tested for the problem of the tension rod. In determining the stress-strain state of the finite element method was used with an eight isoparametric finite element space. For solutions of the Cauchy problem using the method of Euler. The comparison of the various options of defining relations for a material with shape memory effect.

**Keywords:** composite materials, polymers, shape memory effect, hereditary elasticity.

#### Reference list

1. Likhachev V.A., Kuzmin S.L., Kamentseva Z.P. The shape memory effect. – L.: Leningrad State University, 1987. – 218 p.
2. Beloshenko V.A., Varyukhin V.N., Wozniak Y. The shape memory effect in polymers // *Successes Chemistry*, vol. 74, 2005, № 3. – P. 285-306.
3. Stroganov V.F., Strakhov D.E., Stroganov I.V., Alekseev K.P., Beloshenko V.A. Thermoshrinkable thermosets based on epoksic rubber oligomers // *Proc. Conf. Eighth Intl. conf. by chem. and fizikohim. oligomers. «Oligomers-2002»*. – M. – Chernogolovka, 2002. – P. 276.
4. Beloshenko V.A., Varyukhin V.N. The shape memory effect in polymers and its application. – Kiev: Naukova Dumka, 2005. – 189 p.
5. Alekseev K.P., Stroganov V.F., Strahov D.E., Stroganov I.V. Experimental study of mechanical properties of adhesive joints couplings pipelines with heat-shrinkable sleeve of thermosets // *Proc. Conf. Twentieth Intl. conf. on the theory of shells and plates*. – Nizhny Novgorod, 2002. – P. 138-141.
6. Kaumov R.A., Nezhdanoff R.O., Tazyukov B.F. Characterization of fibrous composite material identification methods. – Kazan: KSU, 2005. – 258 p.
7. Movchan A.A. Micromechanical approach to the description of the deformation of martensitic transformations in shape memory alloys // *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 1995, № 1. – P. 197-205.
8. Irie M. Shape memory polymers / Eds. K. Otsuka, C.M. Wayman // *Shape Memory Materials*. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998. – P. 203-219.