

УДК 624.03

Зобачева А.Ю. – ассистент

E-mail: azobacheva@gmail.com

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Адрес организации: 614990, Россия, г. Пермь, Комсомольский проспект, д. 29

Страхов Д.Е. – кандидат технических наук, доцент

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организаций: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Яковлева Т.В. – ассистент

E-mail: yan-tan1987@mail.ru

Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

Адрес организации: 410054, Россия, г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77

Исследование устойчивости большепролетного kleеного деревянного арочного сооружения с нагельным соединением*

Аннотация

В статье приводятся результаты экспериментального и численного исследования пространственной устойчивости большепролетных деревянных арок, уточняется фактическая работа конструкций под нагрузкой, исследуется влияние различных факторов (типа конечных элементов, свойств материала, подкрепления, жесткости связей) на расчет устойчивости равновесия арки. В результате проведенных натурных экспериментов получены зависимости между нагрузками и перемещениями в плоскости и из плоскости арок, формы потери устойчивости и значения критических нагрузок, выявлен характер и причины разрушения конструкций. Приведены результаты натурных экспериментов и произведено сравнение с результатами, полученными в численных экспериментах.

Ключевые слова: большепролетная kleеная деревянная арка, устойчивость, критическая нагрузка, форма деформирования, эксперимент, численные исследования.

В современном строительстве kleеные деревянные конструкции применяются достаточно широко, однако проблема устойчивости большепролетных арок до сих пор изучена недостаточно полно, что сдерживает совершенствование нормативной базы, разработку практических рекомендаций и по проектированию, и по расчету арочных конструкций. В действующей нормативной литературе [1] до сих пор отсутствуют рекомендации по обеспечению пространственной жесткости криволинейных стержней, имеющих отношение высоты h к ширине b сечения арки $k = h/b > 5$. Для более точного определения несущей способности арок из условий устойчивости необходимо учитывать пространственную работу всего сооружения в целом, включая связевые блоки и дискретные подкрепления кромок распорками. Кроме этого, существующая методика расчета арок на устойчивость не учитывает особенности физико-механических характеристик kleenой древесины в конструкции как анизотропного материала.

С целью разработки научнообоснованных расчетных моделей и методики оценки устойчивости большепролетных деревянных арочных конструкций, адекватно отражающих работу реальных пространственных сооружений, были проведены натурные и численные эксперименты.

В Пермском национальном исследовательском политехническом университете были проведены натурные эксперименты моделей kleеных деревянных стрельчатых арок стрельчатого очертания, имеющих сплошное прямоугольное сечение с увеличенным соотношением размеров сечения $k = h/b = 5, 7, 9, 12$ [2, 4].

Общий вид модели арки на испытательном стенде показан на рис. 1, а основные геометрические параметры конструкции – на рис. 2.

* Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (проект 2012-1.4-12-000-1004-006).

Все модели арок испытывались при шарнирном решении конькового и опорных узлов, что позволило получить наилучшее соответствие фактической и теоретической расчетных схем трехшарнирной стрельчатой арки на действие симметричной (от подвесной конвейерной галереи) и односторонней (снеговой, ветровой) нагрузок.

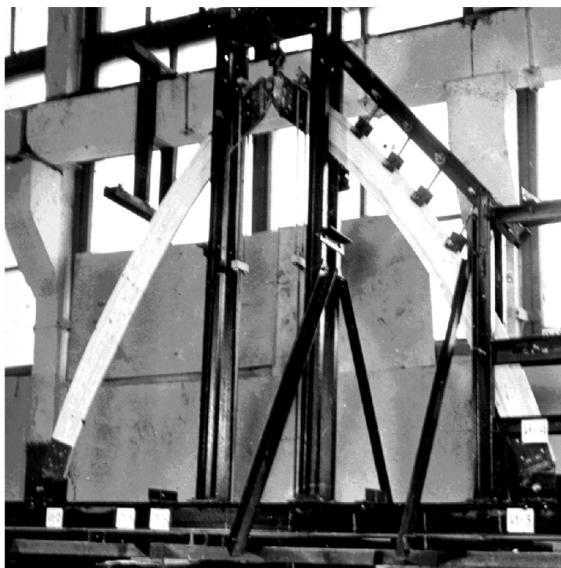


Рис. 1. Общий вид модели арки на испытательном стенде

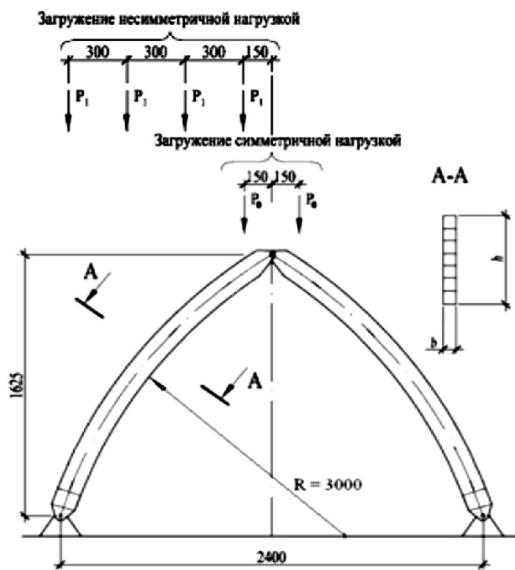


Рис. 2. Схема модели стрельчатой арки

На практике устойчивость арочного сооружения в продольном направлении обеспечивается системой связей, выполненных из деревянных или стальных стержней. Поэтому все модели испытывались при разных вариантах закрепления арки из плоскости. Такая методика проведения испытаний позволила выявить возможные формы потери устойчивости и установить степень влияния соединительных элементов на устойчивость всей конструкции.

В процессе испытаний производились замеры перемещений в плоскости и из плоскости действия нагрузки. Оценка напряженного состояния производилась по результатам замеров деформаций волокон древесины в различных сечениях. Конструкции арок загружались до потери несущей способности. В результате проведенных натурных экспериментов получены зависимости между нагрузками и перемещениями в плоскости и из плоскости арок, формы потери устойчивости и значения критических нагрузок, выявлен характер и причины разрушения конструкций. Результаты натурных экспериментов приведены ниже при сравнении с результатами, полученными в численных экспериментах.

Полученные экспериментальные данные послужили основой для верификации результатов дальнейших расчетов методом численного моделирования с применением программного комплекса *ANSYS*.

Численные исследования проводились для арок с геометрией, как в натурных экспериментах, с увеличенным соотношением размеров сечения $k=7$ и $k=9$ на действие симметричной и односторонней нагрузок. Были рассмотрены разные варианты закрепления граней арки из плоскости. В работе представлены два варианта: 1 – модели с закреплением от смещения из плоскости на опорах, в коньке и в 5-и точках верхних граней обеих полуарок (имитация раскрепления прогонами); 2 – в дополнение к варианту 1, в серединах длин дуг полуарок нижние грани закреплялись от смещения из плоскости (для симметричной нагрузки).

В расчетах физико-механические свойства древесины (сосна, ель) принимались по результатам испытаний образцов, которые вырезались из моделей, прошедших испытания: модули упругости в направлении волокон – $(1,276 \pm 0,204) \times 10^{10}$ Па; поперек волокон – $(0,38 \pm 0,405) \times 10^8$ Па; модуль сдвига – $(5,5 \pm 0,5) \times 10^8$ Па.

В расчетах крупногабаритных строительных конструкций из клееной древесины площадью 100 см² и выше рекомендуется применять модель трансверсально-изотропного материала с определяющими соотношениями:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_y - \frac{\nu'}{E'} \sigma_z, \quad \varepsilon_y = -\frac{\nu}{E} \sigma_x + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu'}{E'} \sigma_z, \quad \varepsilon_z = -\frac{\nu'}{E'} \sigma_x - \frac{\nu'}{E'} \sigma_y + \frac{\sigma_z}{E'}, \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G'}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G'}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}\end{aligned}\quad (1)$$

В процессе натурных экспериментов, которые длились несколько часов, реологические свойства древесины не проявились в полной мере. Поэтому для численных экспериментов материал древесины принят линейно упругим, но при этом учитывались нелинейные эффекты в конструкции, обусловленные изменением исходной геометрии за счет больших смещений и прогибов (*геометрическая нелинейность*).

Напряженно-деформированное состояние системы определяется тензором напряжений $\hat{\sigma}$ с компонентами σ_{ij} и тензором деформаций $\hat{\varepsilon}$ с компонентами ε_{ij} , которые требуется найти по известным внешним воздействиям и геометрии. Для их определения имеем краевую задачу (систему уравнений), включающую: уравнения равновесия, геометрические уравнения связи компонент деформаций с функциями, перемещений, определяющие соотношения, устанавливающие связь между тензорами $\hat{\sigma}$ и $\hat{\varepsilon}$ и смешанные граничные условия, зависящие от условий закрепления и нагружения: $u_i(\bar{x}) = 0$, $\sigma_{ij}(\bar{x})n_j(\bar{x}) = P_i(\bar{x})$. Для численной реализации краевой задачи использован метод конечных элементов (МКЭ) в традиционной вариационной постановке.

Определение критической нагрузки и форм потери устойчивости выполнялось с применением двух подходов: линейного, связанного с вычислением собственных значений и применением блочного метода Ланцоша и нелинейного статического расчета.

В классической *линейной постановке* задачи устойчивости, реализованной практически всеми конечно-элементными программными системами, определение критической нагрузки сводится к определению наименьшего положительного собственного числа λ_1 для следующей системы уравнений:

$$([K] - \lambda [K_g])\{u\} = 0, \quad (2)$$

где: $[K]$ – матрица жесткости конструкции; $[K_g]$ – матрица эффективной (или геометрической) жесткости; λ – собственное значение (масштабный фактор); $\{u\}$ – собственный вектор, определяющий форму потери устойчивости (выпучивания арки).

Линейный подход не может учсть нелинейности любого рода и несовершенства системы, имеющиеся в реальных конструкциях, приводящих к снижению критических нагрузок, полученных в линейном случае. Но данный подход полезно использовать для изучения общего поведения конструкции перед выполнением нелинейного анализа устойчивости.

Нелинейный анализ устойчивости – это, в сущности, исследование влияния больших перемещений на изменение жесткости системы.

Полагая, что в конструкции имеет место взаимное смещение отдельных ее частей без изменения характерных размеров, для учета геометрической нелинейности использовалась теория больших смещений и малых деформаций, которая строится на описании общего движения материальной точки, но в отличие от теории больших деформаций в ней логарифмическая мера деформаций Генки заменяется мерой малых деформаций (уравнением Бюо).

Нелинейности представлены соотношениями «деформации-перемещения», которые для решения задач при больших поворотах и малых деформациях выражаются следующим особым образом:

$$[B_n] = [B_v] [T_n], \quad (3)$$

где: $[B_v]$ – матрица обычных соотношений для случая малых деформаций-перемещений в начальной (исходной) системе координат элемента; $[T_n]$ – матрица ортогонального

преобразования, связывающего исходные координаты элемента с его координатами в повернутой системе. Структура повернутых координат элемента отличается от структуры исходных координат величиной поворота элемента как твердого тела. Элементы матрицы $[T_n]$ вычисляются выделением из полной деформации $\{u_e\}$ жесткого поворота элемента.

В нелинейном анализе устойчивости использовалась полная матрица геометрической жесткости $[K_g]_\Sigma$, которая выводится на основе дискретных уравнений равновесия конечного элемента:

$$\begin{aligned} [K_g]_\Sigma &= [T_n]^T (\partial \{F^{\text{int}}_e\} / \partial \{u_e\}) + (\partial [T_n]^T / \partial \{u_e\}) \{F^{\text{int}}_e\} = \\ &= [T_n]^T [B_v]^T (\partial \{\sigma_e\} / \partial \{u_e\}) d(\text{vol}) + [T_n]^T [\partial [B_v]^T / \partial \{u_e\}] \{\sigma_e\} d(\text{vol}) + \\ &\quad + (\partial [T_v]^T / \partial \{u_e\}) \{F^{\text{int}}_e\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь первое слагаемое в правой части представляет собой основную матрицу касательной жесткости элемента, второе слагаемое – это матрица эффективной жесткости при изгибе; третье слагаемое является еще одной составной частью матрицы эффективной жесткости, учитывающей конечные повороты, и которой в прошлом традиционно пренебрегалось. Однако многие численные исследования показали, что третье слагаемое играет существенную роль в ускорении сходимости итерационного процесса.

В нелинейном анализе матрица жесткости системы и вектор нагрузок зависят от результатов решения и, следовательно, неизвестны. Для получения решения используется итеративная процедура на основе метода Ньютона-Рафсона, которая состоит в том, что вся нагрузка заменяется серией ее небольших приращений и выполнением на каждом шаге по нагрузке последовательности линейных приближений до получения состояния равновесия. Каждое линейное приближение требует выполнения равновесных итераций.

В методе Ньютона-Рафсона матрица жесткости системы и/или вектор нагрузок модифицируются на каждой итерации. Используются соотношения:

$$[K]_{i-1} \cdot \{\Delta u\}_i = \{F^A\} - \{F^{NR}\}_{i-1} \quad (5)$$

где: $[K]_{i-1}$ – матрица коэффициентов тангенциальной жесткости для деформированной геометрии на ($i-1$) итерации; $\{\Delta u\}_i$ – вектор, компонентами которого являются приращения перемещений двух последовательных итераций: $\{\Delta u\}_i = \{u\}_i - \{u\}_{i-1}$; $\{u\}_i$ – вектор перемещений, относящийся к текущей итерации; $\{F^A\}$ – вектор приложенных к системе сил; $\{F^{NR}\}_i$ – вектор нагрузок в методе Ньютона-Рафсона, соответствующих перемещениям для итерации с номером ($i-1$).

С точки зрения вычислительного процесса расчет продолжается до тех пор, пока не достигнута сходимость решения. Для управления процессом сходимости на каждом шаге решения используется *метод ограничивающих дуг*. Проверка сходимости при переходе к следующему шагу производится по невязке усилий $(\{F^A\} - \{F^{NR}\}_{i-1})$.

Для проведения вычислительных экспериментов созданы программы - макросы на языке APDL. В процессе проведения вычислительных экспериментов по устойчивости пространственных арочных конструкций исследовались:

- влияние конечно-элементной дискретизации на результаты расчета;
- влияние на устойчивость пространственной конструкции разных соотношений высоты к ширине сечения ($k=7$ и $k=9$);
- результаты линейного и нелинейного анализа устойчивости арок;
- влияние анизотропии материала древесины;
- влияние на устойчивость пространственной арочной конструкции жесткости связей в продольном направлении.

Кроме того, исследовалось влияние изменения жесткостных характеристик материала (разброса свойств) на величину критической нагрузки.

На рис. 3 приведена конечно-элементная расчетная модель арки, созданная с помощью специального оболочечного элемента SHELL63, который способен учитывать необходимый при нелинейном расчете на устойчивость тип нелинейности, а именно – большие прогибы, предполагающие большие углы поворота и малые механические деформации. Закрепления в коньковом узле смоделированы линейными связями, перпендикулярными плоскости действия нагрузки и угловой связью, препятствующей

повороту арки вокруг оси x , параллельной пролету. Раскрепления верхних и закрепления нижних граней полуарок имитировались наложением линейных связей перпендикулярно плоскости действия нагрузки (места на рис. 3 отмечены).

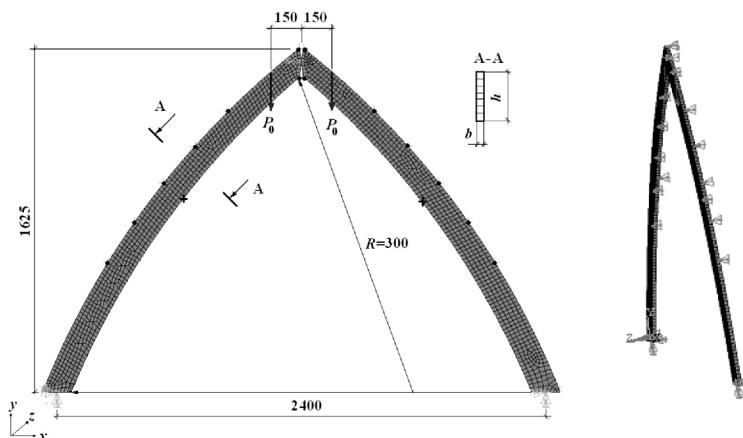


Рис. 3. Конечно-элементная расчетная модель арки

На рис. 4 показан характер перемещений арки в плоскости и из плоскости действия симметричной нагрузки, которые качественно соответствуют результатам натурных экспериментов.

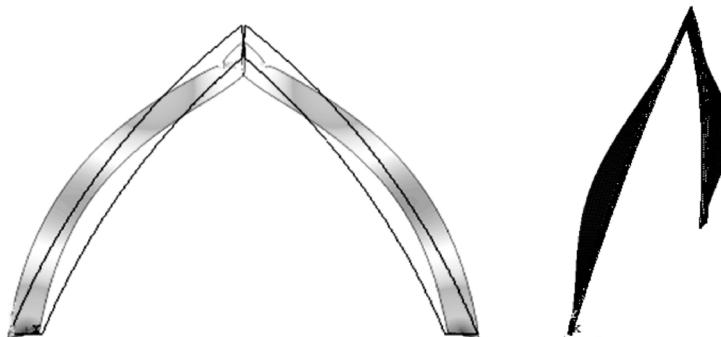


Рис. 4. Характер перемещений арок в плоскости и из плоскости действия симметричной нагрузки в ANSYS

На рис. 5 приведены сравнительные результаты линейного и нелинейного расчета перемещений нижних граней арок из плоскости для $k=7$ с незакрепленными и закрепленными нижними гранями с учетом ортотропии свойств древесины.

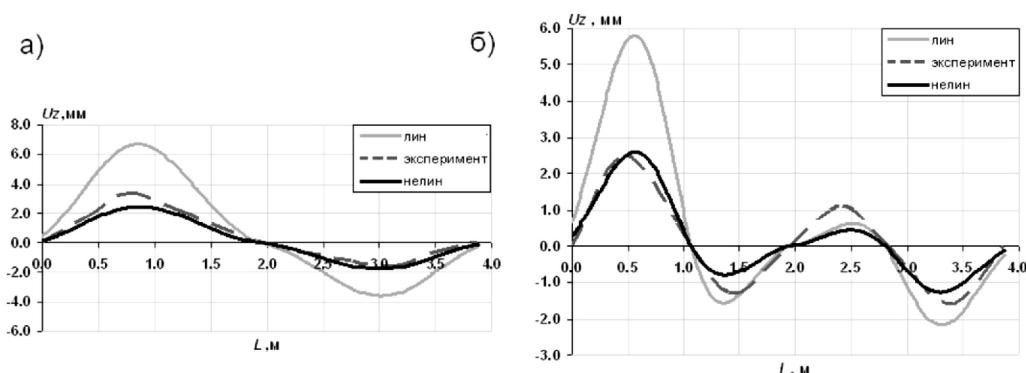


Рис. 5. Расчетные и экспериментальные значения и перемещений нижних граней арок из плоскости действия симметричной нагрузки: а) с незакрепленными нижними гранями; б) с закрепленными нижними гранями

Результаты испытаний арок на несимметричную нагрузку с полностью раскрепленными из плоскости верхними гранями существенно отличались от предыдущих. Здесь сжатая раскрепленная грань левой полуарки при расчетных нагрузках практически не имела смещений из плоскости, а появление боковых перемещений при больших нагрузках было связано с податливостью элементов раскрепления. Свободная от нагрузки правая полуарка не могла свободно деформироваться в плоскости наименьшей жесткости, т.к. ее перемещения из плоскости были стеснены связями, наложенными на верхнюю растянутую грань, а имела возможность лишь закручиваться относительно линии раскрепления. Деформирование сжатой грани из плоскости происходило постепенно с медленным приростом перемещений до определенного предела, а затем резко происходил их значительный прирост без дальнейшего увеличения нагрузки.

На рис. 6а показаны суммарные перемещения арки с соотношением $k=7$ в плоскости действия нагрузки: 1 – при расчетной нагрузке $P=5,3$ кН; 2 – при критической нагрузке $P=6,8$ кН; 3 – из плоскости действия нагрузки, полученные экспериментально, а на рис. 6 б – форма деформирования, полученная в результате расчета в ПК ANSYS (критическая нагрузка $P_{kp} = 5,7$ кН). Аналогичная картина деформирования получена и для арки с соотношением $k=9$, $P_{kp} = 8,1$ кН.

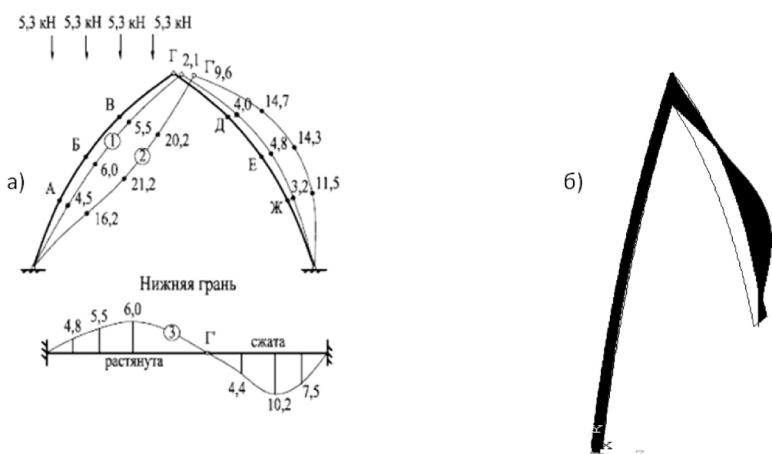


Рис. 6. Деформированное состояние арки: а) экспериментальное; б) расчетное

На рис. 7 показана зависимость перемещений нижней грани арки из плоскости действия нагрузки от приложенной нагрузки при разных соотношениях k . При нагрузках, близких к критическим, перемещения нижних незакрепленных граней из плоскости резко возрастают. Величина их существенно зависит от параметра k . При достижении критической нагрузки перемещения при $k=12$ отличаются от перемещений при $k=5$ в 3 раза.

С увеличением количества связей на верхней грани (прогонов) значение критической нагрузки растет. Однако количество связей на верхней грани больше 3 не оказывает существенного влияния на критическую нагрузку (рис. 8).

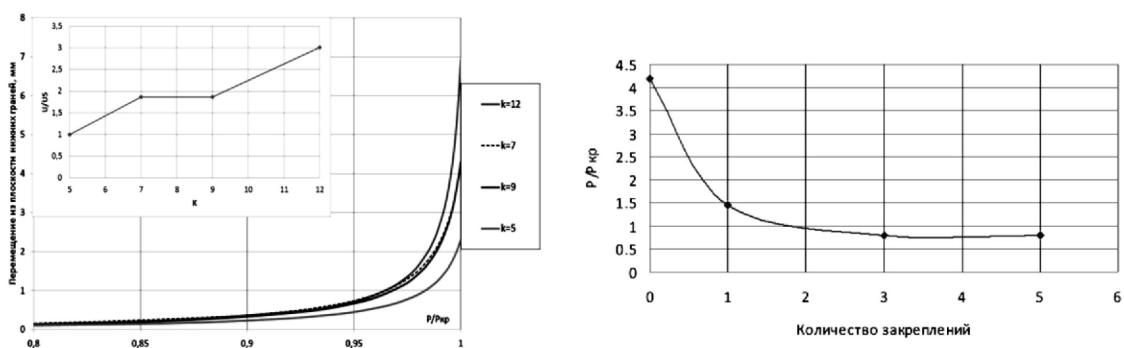


Рис. 7. Зависимость перемещений нижних граней от приложенной нагрузки

Рис. 8. Зависимость критической нагрузки от количества закреплений на верхней грани

В таблице приведены основные результаты линейного и нелинейного расчетов критической нагрузки для моделей арок с соотношениями высоты к ширине сечения $k=7$ и $k=9$, осредненные результаты экспериментов при симметричной нагрузке и погрешность расчетных значений ε , %. В расчетах учитывался разброс свойств материала.

Таблица
Расчетные и экспериментальные значения критической нагрузки

$k=h/b$	$E_{\eta\phi}\times 10^4$, МПа	$E_{\eta\phi\eta}\times 10^4$, МПа	Эксперимент	Ортотропный материал									
				Без закреп. нижн. грани	С закреп. нижн. грани	Без закрепл. нижн. грани				С закрепл. нижн. грани			
						лин	ε , %	н/лин	ε , %	лин	ε , %	н/лин	ε , %
7	1,072	0,38	13,21	14,5	11,5	12,9	9,88	25,2	16,99	17,2	13,63	6,0	
	1,276	0,4	13,4	16,08	12,2	8,9	10,88	18,8	18,22	13,3	15,87	1,3	
	1,48	0,405	13,3	16,21	12,86	3,3	11,19	15,8	19,42	19,8	15,83	2,3	
9	1,072	0,39	14,9	17,9	11,82	20,6	11,30	24,1	18,43	2,97	15,52	13,2	
	1,276	0,402	15,58	19,3	13,58	12,8	12,95	16,8	20,42	5,8	19,03	1,4	
	1,48	0,401	16,1	20,2	14,64	9,06	14,1	12,4	21,61	18,7	20,26	0,02	

По результатам экспериментальных исследований, арки без дополнительных связей разрушаются при меньших нагрузках от потери устойчивости. Арки с дополнительными связями разрушаются при больших нагрузках в результате исчерпания несущей способности материала – разрыва волокон. Это подтверждают и вычислительные эксперименты, в которых для арок без дополнительных связей более близкие к экспериментальным критические нагрузки дает линейный расчет, а для арок с дополнительными связями – нелинейный расчет.

На практике устойчивость арочного сооружения в продольном направлении обеспечивается системой связей, выполненных из деревянных или стальных стержней достаточно малой жесткости, по сравнению с жесткостью арки. Связевые элементы крепятся к полуаркам гибкими стальными соединительными деталями. Вся связевая система является достаточно податливой, что приводит к появлению перемещений вдоль оси сооружения при нагрузках, меньших критических. Для оценки влияния жесткости соединительных деталей выполнялись расчеты для двух арок, связанных между собой связями разной жесткости (деревянными и стальными стержнями), на действие симметричной нагрузки (рис. 9).



Рис. 9. Конечно-элементная модель 2 арок, соединенных связями

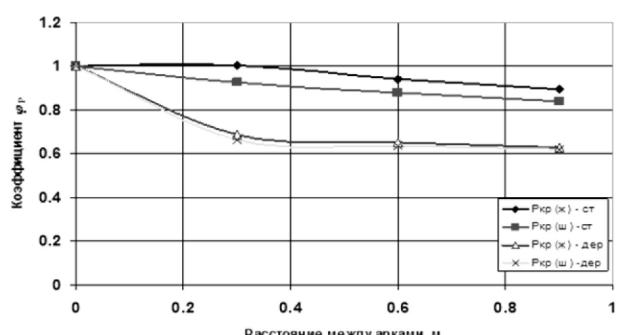


Рис. 10. Зависимость коэффициента снижения критической нагрузки от материала связей (дерево, металл), расстояния между арками, а также для вариантов жесткого и шарнирного присоединения элементов дополнительных связей к аркам

Установлена зависимость коэффициента снижения критической нагрузки от материала связей (дерево, металл), расстояния между арками, а также для вариантов жесткого и шарнирного присоединения элементов дополнительных связей к аркам (рис. 10).

Разработанная методика расчета на устойчивость была применена для расчета реального сооружения. За основу для расчета взят склад Соликамского калийного комбината. Геометрическая схема арки и снеговой нагрузки показана на рис. 11, соотношение размеров сечения $k = 5$. Конечно-элементная расчетная модель склада приведена на рис. 12.

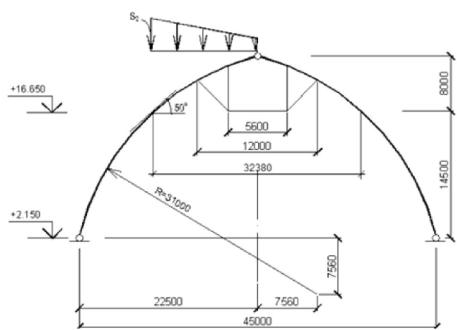


Рис. 11. Геометрическая схема арки



Рис. 12. Конечно-элементная модель склада

Проведен линейный расчет устойчивости сооружения на воздействие собственного веса и снеговой нагрузки.

На рис. 13 показана первая форма устойчивости для арок и связевых конструкций.

Устойчивость конструкции в пространстве обеспечена как по расчетам СНиП, так и по нашей методике.

Кроме того, выполнены расчеты для случаев отсутствия связей, подкрепляющих нижние грани, разного количества связевых блоков. Теоретически доказано, что без подкрепления пространственная устойчивость склада не обеспечивается.

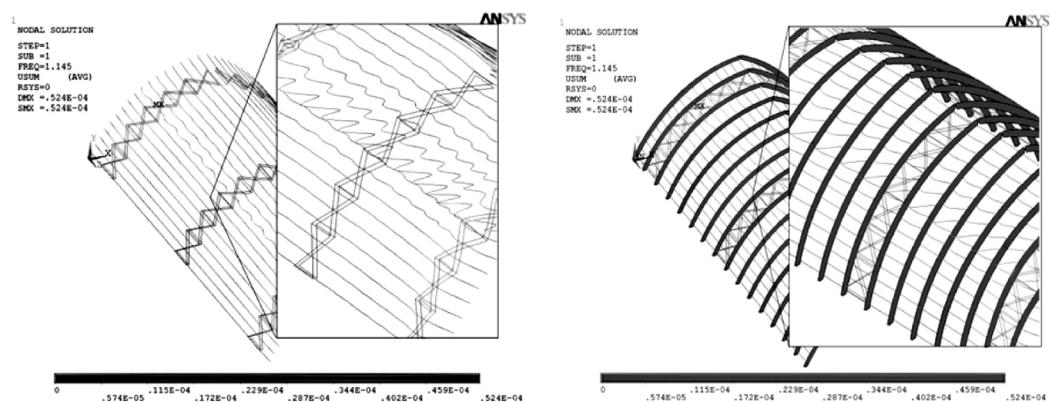


Рис. 13. Первая форма потери устойчивости для прогонов и связевых блоков и для арок

Анализ результатов. Анализируя результаты экспериментальных и численных исследований устойчивости стрельчатых арок, следует отметить следующие основные моменты:

- Стрельчатые арки при $k = 5$ деформируются в плоскости действия нагрузки и потеря устойчивости плоской формы деформирования не происходит, а для конструкций с отношением $h/b > 5$ характерна пространственная форма деформаций с последующей потерей устойчивости плоской формы деформирования сжатой не закрепленной грани полуарки.

- Существенное влияние на характер деформаций нижних сжатых граней полуарок из плоскости оказывает наличие закреплений этих граней, чем больше отношение h/b , тем выше эффект подкрепления от дополнительных связей. Но введение дополнительных связей не оказывает существенного влияния на деформации арок в плоскости наибольшей жесткости вплоть до нагрузки, близкой к критической.

- Арки без дополнительных связей разрушаются при меньших нагрузках от потери устойчивости. Арки с дополнительными связями разрушаются при больших нагрузках в

результате исчерпания несущей способности материала – разрыва волокон. Это подтверждают и вычислительные эксперименты, в которых для арок без дополнительных связей более близкие к экспериментальным критические нагрузки дает линейный расчет, а для арок с дополнительными связями – нелинейный расчет.

- Эффективность проведенных исследований определяется тем, что они позволяют дать рекомендации по рациональному использованию древесины в арочных сооружениях, а также прогнозировать поведение конструкций в процессе эксплуатации.

Список литературы

1. СНиП II-25-80. Деревянные конструкции. Нормы проектирования.
2. Фаизов И.Н. Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния деревянных стрельчатых арок // Строительные конструкции, здания и сооружения. Труды ЦНИИЭПсельстроя, 1977, № 17. – С. 64-72.
3. Басов К.А. ANSYS: Справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.
4. Зобачева А.Ю., Кащеварова Г.Г., Фаизов И.Н. Экспериментально-теоретические исследования устойчивости и верификация расчетных моделей большепролетных деревянных арок. // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки, 2011, № 2.

Zobacheva A.U. – assistant

E-mail: azobacheva@gmail.com

State National Research Polytechnical University of Perm

The organization address: 614990, Russia, Perm, Komsomolskii pr., 29

Strahov D.E. – candidate of technical sciences, associate professor

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Iakovleva T.V. – assistant

E-mail: yan-tan1987@mail.ru

Saratov State Technical University

The organization address: 410054, Russia, Saratov, Polytechnicheskaya st., 77

Analysis of span wooden arches stability

Resume

The paper presents experimental results and the numerical study of spatial stability of long-span wooden arches, specifies the actual work of structures under load, we investigate the influence of various factors (such as finite elements, material properties, reinforcement stiffness of bonds) on the calculation of the stability of the arch.

During the tests were measured displacement in the plane and the plane of the load. Evaluation was performed on the state of stress as measured deformations of the wood fibers in the various sections. Construction of arches was loaded to the loss of bearing capacity. As a result of field experiments, the dependences between loads and displacements in the plane and out of plane arches, buckling and critical load values, revealed the nature and causes of structural failure. The results of field experiments and compared with the results obtained by numerical experiments.

The experimental data were the basis for further verification of the results of calculations by numerical simulation using the software package ANSYS.

Keywords: long-span glued wooden arch; stability, critical load; the shape of the deformation; experiment; the numerical investigations.

References

1. SNiP II-25-80. Wooden construction. Design norms.
2. Faisov I.N. Experimental investigation of the stress-strain state of wooden lancet arches // Building structures and building. Trudy ZNII Pselstroja, 1977, № 17. – P. 64-72.
3. Basov K.A. ANSYS: Manual. – M.: DMK Press, 2005. – 640 p.
4. Zobacheva A.Y., Koshevarova G.G., Faisov I.N. Experimental and theoretical studies of the stability and verification of computational models of wooden arches span. // Izvestiya vischih ucheb. zavedeniy. Severo-kavkaz. reg. Engineering science, 2011, № 2.