



УДК 532.5:621.694

Багоутдинова А.Г. – кандидат технических наук, доцент

Нижекамский химико-технологический институт

Адрес организации: 423570, г. Нижнекамск, пр. Строителей, 47

E-mail: bagoutdinova@rambler.ru

Золотонос Я.Д. – доктор технических наук, профессор

E-mail: zolotonosov@mail.ru

Мустакимова С.А. – ведущий программист

E-mail: mustakim@kgasu.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, 1

Геометрическое моделирование сложных поверхностей пружинно-витых каналов теплообменных устройств

Аннотация

В работе рассмотрен общий метод построения поверхностей каналов различных геометрических конфигураций. Особое внимание уделено пружинно-витым каналам, отмечена перспективность их использования при разработке и проектировании современной теплообменной аппаратуры.

Предложенный метод позволяет построить каналы при любых формах образующих и направляющих кривых. Изменяя параметры уравнений, можно исследовать и в дальнейшем оптимизировать внутреннюю геометрию каналов, описать трубы змеевиковой конфигурации с различным шагом и углом подъема навивки.

Предложенный метод проиллюстрирован на нескольких примерах. Также продемонстрировано применение пакета Matlab для визуализации полученных моделей поверхностей.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, поверхность, гидромеханика, теплообменные аппараты, пружинно-витой канал.

Введение

Теплообменные аппараты используются практически во всех отраслях промышленности. Их основная задача – обеспечить передачу тепла от одного теплоносителя к другому и тем самым решить проблемы охлаждения, нагрева элементов технологического оборудования или обеспечить температурный режим технологических процессов.

Вопросам проектирования и оптимизации конструкций теплообменников посвящено огромное количество научных исследований. Однако, учитывая простоту изготовления, основное распространение во многих отраслях промышленности получили трубчатые и пластинчатые теплообменники.

По оценкам экспертов, на изготовление трубчатых теплообменников расходуется около трети всего металла, потребляемого машиностроением. Поэтому разработка методов интенсификации теплообмена, способствующих снижению массы теплообменников, экономии материалов, является актуальной проблемой, которой занимаются специалисты многих стран.

Одним из наиболее простых и эффективных путей интенсификации теплообмена является изменение формы и режима движения теплоносителей. В этом плане представляет интерес широкий класс пружинно-витых каналов [1-4], на основе которых появляется возможность создания нового класса энергосберегающего высокоэффективного малогабаритного теплообменного оборудования большой единичной мощности, а также модернизация и реконструкция существующего парка теплообменной аппаратуры без существенных капитальных затрат.

Установлено, что при замене обычных труб круглого (эллиптического) сечения пружинно-витыми трубами удастся сократить массу теплообменника на 25-27 % и повысить его эффективность в несколько раз [4]. Также отмечено, что конфигурации

пружинно-витых каналов могут применяться в теплообменных аппаратах как гравитационного, так и ротационного типов.

В работах [3-4] были предложены варианты геометрических конфигураций эллиптических пружинно-витых каналов. Данная работа является продолжением ранее проведенных теоретических исследований и посвящена общему методу построения геометрических поверхностей при любых формах образующих и направляющих кривых.

Моделирование каналовых поверхностей

Каналовые поверхности [5] относятся к нелинейчатым поверхностям, образованным движением непрерывной замкнутой кривой, вдоль некоторой криволинейной направляющей.

Рассмотрим общий метод построения каналовых поверхностей. Пусть $g: \dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}(s)$ – направляющая кривая, s – естественный параметр кривой. Представим радиус-вектор точки поверхности в виде суммы

$$\dot{\mathbf{r}}(s, j) = \dot{\mathbf{r}}(s) + \dot{\mathbf{r}}(s, j),$$

где j – полярный угол в нормальной плоскости кривой g , отсчитываемый от главной нормали по направлению к бинормали, $\dot{\mathbf{r}}(s, j)$ – соответствующий «полярный радиус» (рис. 1).

Тогда

$$\dot{\mathbf{r}}(s, j) = r(s, j) (\dot{\mathbf{u}}(s) \cos(j) + \dot{\mathbf{b}}(s) \sin(j)), \quad (1)$$

где $\dot{\mathbf{u}}(s)$ и $\dot{\mathbf{b}}(s)$ – единичные векторы главной нормали и бинормали в точке, соответствующей значению s естественного параметра, $r(s, j)$ – переменный, в общем случае по двум параметрам, радиус поверхности.

Единичные векторы касательной, нормали и бинормали образуют подвижный ортогональный базис, перемещающийся вдоль кривой.

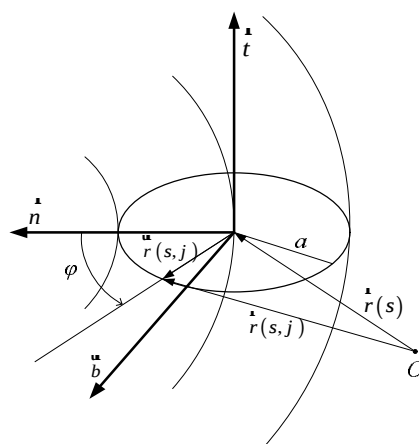


Рис. 1. Схема описания поверхности

При этом

$$\dot{\mathbf{t}}(s) = \dot{\mathbf{r}}'(s), \quad \dot{\mathbf{u}}(s) = \frac{1}{k} \dot{\mathbf{r}}''(s), \quad \dot{\mathbf{b}}(s) = \frac{1}{k} \dot{\mathbf{t}}(s) \times \dot{\mathbf{u}}(s), \quad k = \left| \dot{\mathbf{r}}''(s) \right| \quad (2)$$

Подставляя в выражение (1) для радиус-вектора $\dot{\mathbf{r}}(s, j)$ зависимость (2), получим:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}(s, j) &= \dot{\mathbf{r}}(s) + \dot{\mathbf{r}}(s, j) = \dot{\mathbf{r}}(s) + r(s, j) (\dot{\mathbf{u}}(s) \cos(j) + \dot{\mathbf{b}}(s) \sin(j)) = \\ &= \dot{\mathbf{r}}(s) + \frac{1}{k} r(s, j) \left(\dot{\mathbf{r}}''(s) \cos(j) + \dot{\mathbf{t}}(s) \times \dot{\mathbf{u}}(s) \sin(j) \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Примеры построения канальных поверхностей

В качестве примера применения данной модели рассмотрим построение трубчатой поверхности, образованной окружностями постоянного радиуса R с центрами на винтовой линии, расположенными в нормальных плоскостях этой кривой.

$$g : x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt,$$

Запишем уравнения кривой в натуральной параметризации. Для этого вычислим длину дуги:

$$s = \int_0^t \sqrt{(-a \sin t)^2 + (a \cos t)^2 + b^2} dt = \int_0^t \sqrt{a^2 + b^2} dt = \sqrt{a^2 + b^2} t.$$

Таким образом, длина дуги и произвольный параметр t связаны формулой

$$s = \sqrt{a^2 + b^2} t.$$

Выражая $t = \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ и подставляя в уравнения винтовой линии, получим натуральную параметризацию винтовой линии:

$$g : x = a \cos \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}}, y = a \sin \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}}, z = \frac{bs}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Следовательно,

$$\mathbf{r}(s) = \begin{pmatrix} a \cos \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ a \sin \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \frac{bs}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}'(s) = \begin{pmatrix} -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix}, \quad r(s, j) = R,$$

$$\mathbf{u}(s) = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} -\frac{a}{a^2 + b^2} \cos \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ -\frac{a}{a^2 + b^2} \sin \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{где } k = \frac{a\sqrt{2}}{a^2 + b^2}$$

Запишем формулу (3) в матричном виде:

$$\mathbf{r}(s, j) = \begin{pmatrix} a \cos \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ a \sin \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \frac{bs}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix} + \frac{R}{\sqrt{2}} \left(\begin{pmatrix} -\cos \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ -\sin \frac{s}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ 0 \end{pmatrix} \cos j + \begin{pmatrix} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ -\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix} \sin j \right).$$

Соответствующая функция в пакете Matlab имеет вид, представленный на рис. 2.

```
% Задаем параметры модели:
R=2; a=5; b=0.5; n=20; m=20;
s=[0:2*pi/n:24*pi]; fi=[0:2*pi/m:2*pi];
[s,fi]=meshgrid(s,fi);
t=1/sqrt(a^2+b^2);
% Задаем функцию, описывающую модель
поверхности:
x=a*cos(s*t)-R/sqrt(2)*cos(s*t).*cos(fi)+b*t*sin(fi);
y=a*sin(s*t)-R/sqrt(2)*sin(s*t).*cos(fi)-b*t*sin(fi);
z=b*t*s+a*t.*sin(fi);
% Строим поверхность:
mesh(x,y,z);axis equal;
```

Рис. 2. Модель поверхности в Matlab

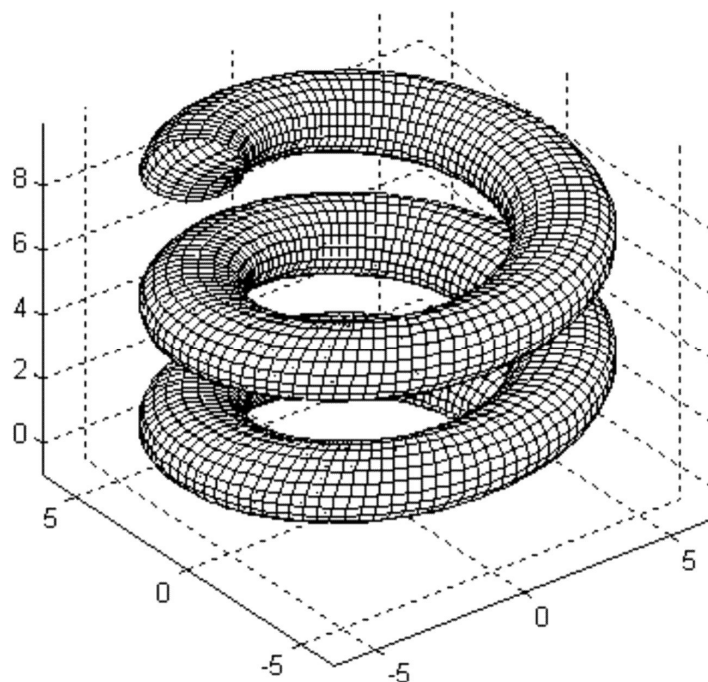


Рис. 3. Поверхность с направляющей в виде винтовой линии

Если направляющая кривая $g: \mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ является функцией некоторого параметра t , то единичные векторы касательной, нормали и бинормали вычисляются по формулам:

$$\mathbf{t} = \frac{d\mathbf{r}/dt}{|d\mathbf{r}/dt|}, \quad \mathbf{n} = \frac{d\mathbf{t}/dt}{|d\mathbf{t}/dt|}, \quad \mathbf{b} = \mathbf{t} \times \mathbf{n}.$$

В этом случае положение точек поверхности можно определить равенством:

$$\mathbf{r}(t, j) = \mathbf{r}(t) + r(t, j)\mathbf{u}(t) + r(t, j)\mathbf{b}(t) \quad (4)$$

Рассмотрим еще один пример. Выберем в качестве направляющей кривой дугу окружности:

$$\mathbf{r}(t) = R \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq p.$$

В качестве радиуса образующей кривой возьмем функцию, задающую эпициклоиду:

$$\mathbf{u}(j) = \left((a+b) \cos j - a \cos \left(\frac{a+b}{a} j \right) \right) \mathbf{u}(t) + \left((a+b) \sin j - a \sin \left(\frac{a+b}{a} j \right) \right) \mathbf{b}(t).$$

Вычислим единичные векторы касательной, нормали и бинормали:

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} -\sin t \\ \cos t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n} = \begin{pmatrix} -\cos t \\ -\sin t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Подставляя эти выражения в формулу (4), получим модель поверхности:

$$\mathbf{r}(t, j) = \left(R + (a+b) \cos j - a \cos \left(\frac{a+b}{a} j \right) \right) \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 0 \end{pmatrix} + \left((a+b) \sin j - a \sin \left(\frac{a+b}{a} j \right) \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{или } \mathbf{r}(t, j) = \begin{pmatrix} \cos t \left(R + (a+b) \cos j - a \cos \left(\frac{a+b}{a} j \right) \right) \\ \sin t \left(R + (a+b) \cos j - a \cos \left(\frac{a+b}{a} j \right) \right) \\ (a+b) \sin j - a \sin \left(\frac{a+b}{a} j \right) \end{pmatrix}.$$

Соответствующая функция в пакете Matlab имеет вид, представленный на рис. 4.

```
% Задаем параметры модели:
R=30;
a=4; b=4;
n=50; m=50;
s=[0:2*pi/n:pi];
fi=[0:2*pi/m:2*pi];
[s,fi]=meshgrid(s,fi);
% Задаем функцию, описывающую модель поверхности:
x=cos(s).*(R+(a+b)*cos(fi)-a*cos((a+b)/a*fi));
y=sin(s).*(R+(a+b)*cos(fi)-a*cos((a+b)/a*fi));
z=(a+b)*sin(fi)-a*sin((a+b)/a*fi);
% Строим поверхность:
mesh(x,y,z);
axis equal;
```

Рис. 4. Модель поверхности в Matlab

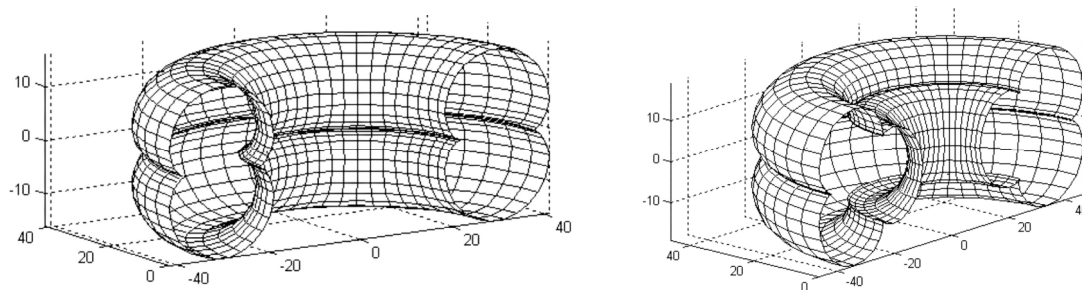


Рис. 5. Поверхность с образующей в виде эписиклоиды: 1) $a = 2b$; 2) $a = 3b$

Выберем в качестве направляющей винтовую линию $g : x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$, а в качестве образующей, равносторонний треугольник (рис. 6). Уравнение треугольника в полярной системе координат записывается в виде [6]:

$$r(j) = \frac{c}{2 \cos \left(j - \frac{(2k+1)p}{3} \right)}, \quad k = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq j \leq \frac{2p}{3} \\ 1, & \text{если } \frac{2p}{3} \leq j \leq \frac{4p}{3} \\ 2, & \text{если } \frac{4p}{3} \leq j \leq 2p \end{cases},$$

c – радиус окружности, описанной около треугольника.

Тогда параметрическими уравнениями треугольника являются:

$$x = r(j) \cos j = \frac{c \cos j}{2 \cos \left(j - \frac{(2k+1)p}{3} \right)}; \quad y = r(j) \sin j = \frac{c \sin j}{2 \cos \left(j - \frac{(2k+1)p}{3} \right)}; \quad z = 0.$$

Вычислим единичные векторы касательной, нормали и бинормали:

$$\mathbf{t} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{pmatrix} -a \sin t \\ a \cos t \\ b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{a^2 + b^2} \begin{pmatrix} b \sin t \\ b \cos t \\ a \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n} = -\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Подставляя эти выражения в формулу (4), получим модель поверхности:

$$\mathbf{r}(t, j) = \begin{pmatrix} a \cos t \\ a \sin t \\ bt \end{pmatrix} - \frac{c \cos j}{2\sqrt{a^2 + b^2} \cos\left(j - \frac{(2k+1)p}{3}\right)} \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{c \sin j}{2(a^2 + b^2) \cos\left(j - \frac{(2k+1)p}{3}\right)} \begin{pmatrix} b \sin t \\ b \cos t \\ a \end{pmatrix}$$

или $\tilde{\mathbf{r}}(t, j) = \begin{pmatrix} a \cos t - \frac{c}{2\sqrt{a^2 + b^2} \cos\left(j - \frac{(2k+1)p}{3}\right)} \left(\cos j \cos t - \frac{b \sin j \sin t}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \\ a \sin t - \frac{c}{2\sqrt{a^2 + b^2} \cos\left(j - \frac{(2k+1)p}{3}\right)} \left(\cos j \sin t - \frac{b \sin j \cos t}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \\ bt + \frac{ac \sin j}{2(a^2 + b^2) \cos\left(j - \frac{(2k+1)p}{3}\right)} \end{pmatrix}.$

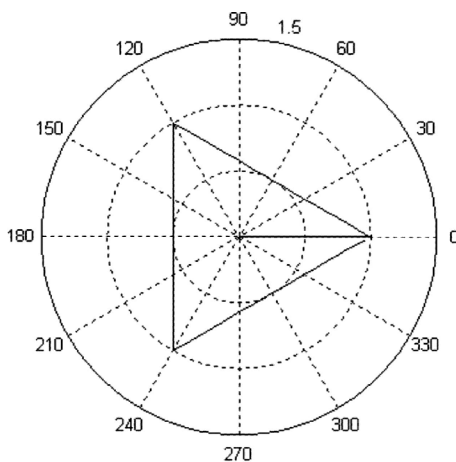


Рис. 6. Треугольник
в полярной системе координат

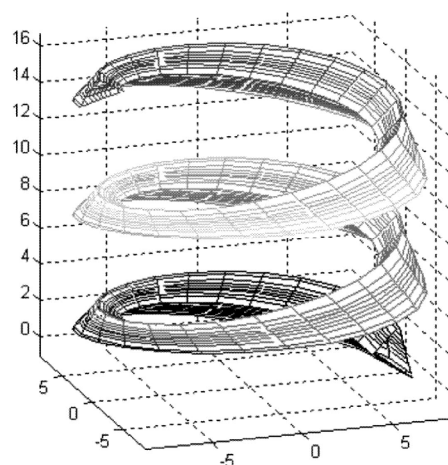


Рис. 7. Поверхность
с направляющей в виде винтовой линии
с треугольным сечением

Если выбрать в качестве направляющей кривой дугу окружности $\mathbf{r}(t) = R(\cos t; \sin t; 0)$, $0 \leq t \leq p$, а в качестве радиуса образующей кривой функцию, задающую треугольник, то модель поверхности запишется в виде:

$$\mathbf{r} = \left(\left(R - \frac{c \cdot \cos j}{2 \cos\left(j - \frac{(2k+1)p}{3}\right)} \right) \cos t; \left(R - \frac{c \cdot \cos j}{2 \cos\left(j - \frac{(2k+1)p}{3}\right)} \right) \sin t; \frac{c \cdot \sin j}{2 \cos\left(j - \frac{(2k+1)p}{3}\right)} \right)$$

Вид этой поверхности представлен на рис. 8.

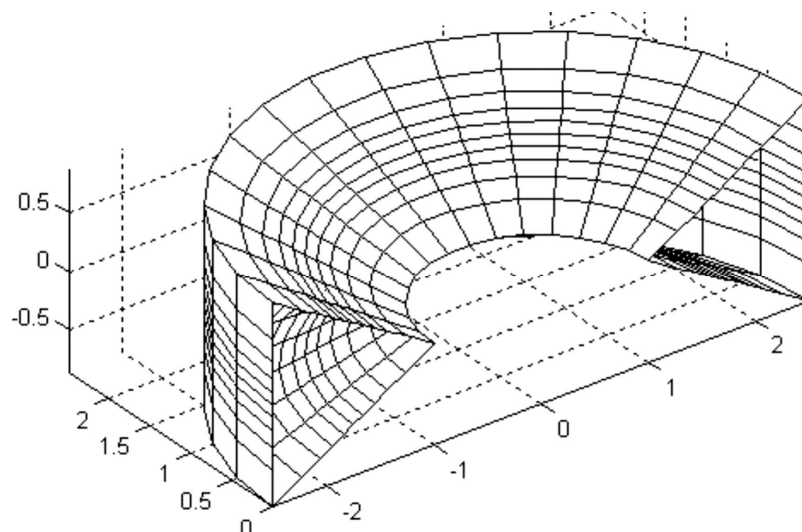


Рис. 8. Поверхность с направляющей в виде дуги окружности с треугольным сечением

Заключение

Разработаны геометрические модели, описывающие прямые и винтовые поверхности пружинно-витых каналов, которые могут быть использованы в качестве теплообменных элементов широкого класса современной теплообменной аппаратуры.

Построенные поверхности могут быть использованы не только в теплообменных аппаратах, но и в строительстве при проектировании различных конструкций, а также при проектировании соединительных поверхностей участков трубопроводов разного диаметра [7].

Список литературы

1. Золотонос А.Я., Золотонос Я.Д. Теплообменный элемент: пат. 64750 на пол. мод. Рос. Федерация. № 2007107173; заявл. 26.02.07; опубл. 10.07.07, Бюл. № 19. – 3 с.
2. Евсеев Е.С., Золотонос А.Я., Золотонос Я.Д. Высокоэффективные теплообменные аппараты на базе теплообменных элементов в виде пружинно-витых труб // Тр. Академэнерго, 2008, № 4. – С. 18-33.
3. Антонов С.Ю., Антонова А.В., Золотонос Я.Д. Определение коэффициента теплопередачи эллиптических пружинно-витых каналов в теплообменных аппаратах // Сб. трудов XVII shk.-семинара молодых ученых и специалистов «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в аэрокосмических технологиях». – Жуковский: ЦАГИ, 2009, Т. 1. – С. 280-283.
4. Антонов С.Ю., Антонова А.В., Золотонос Я.Д. Математическая модель конфигурации эллиптических пружинно-витых каналов теплообменных устройств // Известия КазГАСУ, 2009, № 2 (12). – С. 173-178.
5. Норден А.П. Теория поверхностей. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 261 с.
6. Багоутдинова А.Г., Золотонос Я.Д. Математическая модель течения вязкой жидкости в радиально вращающемся канале сложной конфигурации // Известия вузов. Проблемы энергетики, 2003, № 11-12. – С. 181-186.
7. Кривошапко С.Н. Модельные поверхности соединительных участков двух трубопроводов // Монтажные и специальные работы в строительстве, 2005, № 10. – С. 25-29.

Bagoutdinova A.G. – candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: bagoutdinova@rambler.ru

Nizhnekamsk Chemical-Technological Institute

The organization address: 423570, Nizhnekamsk, Builders st., 47

Zolotonosov Ya.D. – doctor of technical sciences, professor

E-mail: zolotonosov@mail.ru

Mustakimova S.A. – the leading programmer

E-mail: mustakim@kgasu.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Geometrical modelling of difficult surfaces of spring-twisted channels of heat exchange devices

Resume

One of the ways of intensification of heat exchange is to create a compact heat exchanger elements, allowing to provide the required heat transfer coefficients under conditions of high heat flux.

This article describes a method for constructing surfaces of channels of various geometric configurations. Particular attention is paid to the spring-twisted channels, with the prospects of their use in the design and development of modern heat-exchange equipment.

The proposed method allows us to describe and construct surfaces for arbitrary generators and guide curves, using the vector-matrix unit. By varying the parameters in the mathematical model of the surface, we can investigate and optimize the internal geometry of the channels, describe the pipe coil configuration with a different pitch and helix angle of winding.

The proposed method is illustrated with several examples. We construct a surface with a guide in the form of an arc of a circle, spiral lines, round and triangular cross-section.

The use of Matlab package for visualization of the received models of surfaces is demonstrated.

Geometric models for describing the surface of the spring-twisted channels that can be used as a heat exchange element of a broad class of modern heat-exchange equipment are developed.

Keywords: geometric modeling, surface, hydromechanics, heat exchange equipment, spring-twisted channel.

References

1. Zolotonosov A.J., Zolotonosov Ja.D. Heat exchange an element: the patent 64750 Russian Federation. № 2007107173; It is declared 26.02.07; it is published 10.07.07. The bulletin № 19. – 3 p.
2. Evseev E.S., Zolotonosov A.J., Zolotonosov Ja.D. High-performance heat exchangers based on heat transfer elements in the form of a spring-twisted tubes // Tr. Academenergo, 2008, № 4. – P. 18-33.
3. Antonov S.Ju., Antonova A.V., Zolotonosov Ja.D. Determination of the heat transfer coefficient elliptic spring-twisted channels of heat exchangers. CAGI, Proceedings of the XVII sch.-seminar of Young Scientists and Specialists Problems of Gas Dynamics and Heat and Mass Transfer in aerospace technology. – Zhukovsky: 2009, T. 1. – P. 280-283.
4. Antonov S.Ju., Antonova A.V., Zolotonosov Ja.D. A mathematical model of the configuration of elliptic spring-stranded channel heat exchangers. // Izv. KGASU, 2009, № 2 (12). – P. 173-178.
5. Norden A.P. The theory of surfaces. – M.: GITTL, 1956. – 261 p.
6. Bagoutdinova A.G., Zolotonosov Ja.D. A mathematical model of viscous flow in a radially rotating channel of complex configuration // Proceedings of the universities. Energy problems, 2003. № 11-12. – P. 181-186.
7. Krivoshapko S.N. Modeling the surface connecting the two sections of pipe // Installation and special work in construction, 2005, № 10. – P. 25-29.