

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА



УДК: 533.69.048

DOI: 10.52409/20731523_2022_3_110

EDN: HIACOU



Определение коэффициентов сил, действующих на прямоугольную призму в плоскопараллельном потоке методом дискретных вихрей

А.В. Гумеров ¹

¹Казанский государственный архитектурно-строительный университет г. Казань, Российская Федерация

Аннотация. Постановка задачи. Задача расчета ветровых воздействий на навесные фасадные системы остается актуальной и по сей день. При выборе креплений таких фасадов необходимо правильно рассчитывать ветровые нагрузки. Цель исследования — получение расчетных интегральных и распределенных аэродинамических характеристик для различных прямоугольных цилиндров методом дискретных вихрей. Для ее достижения было необходимо выполнить следующие задачи: на основе алгоритма метода дискретных вихрей разработать алгоритм моделирования обтекания прямоугольного цилиндра, реализация разработанного алгоритма в виде расчетной программы и проведение численных исследований по определению аэродинамических характеристик прямоугольных цилиндров.

Рассматривается задача двумерного нестационарного отрывного обтекания прямоугольной призмы несжимаемой средой. Расчеты были проведены для различных прямоугольных сечений при различных шагах интегрирования и числа присоединенных вихрей на контуре обтекаемого прямоугольника. Показано, что варьированием этих параметров можно получить аэродинамические характеристики, близкие к экспериментальным.

Результаты. Получены зависимости коэффициентов аэродинамических сил для различных прямоугольников от времени. Показано распределение коэффициента давления по поверхности прямоугольника соответствующее максимальной подъемной силе. Выполнено сравнение полученных расчетных зависимостей коэффициентов сил и числа Струхаля для различных прямоугольников с имеющимися экспериментальными данными. Даны рекомендации по подбору шага интегрирования и по количеству присоединенных вихрей на контуре прямоугольника.

Выводы. Значимость полученных результатов для строительной отрасли состоит в возможности оценки элементов конструкции прямоугольного сечения на прочность и усталость с применением рассчитанных коэффициентов сил. Вычисленное распределение коэффициента давления по поверхности прямоугольного контура, можно использовать для определения ветровых нагрузок на фасадные панели многоэтажных жилых домов.

Ключевые слова: метод дискретных вихрей, присоединенные и сводные вихри, контрольные точки, прямоугольная призма, число Струхаля, комплексный потенциал течения.

Для цитирования: А.В. Гумеров. Определение коэффициентов сил, действующих на прямоугольную призму в плоскопараллельном потоке методом дискретных вихрей // Известия КГАСУ 2022 №3(61) с.110-118, DOI: 10.52409/20731523_2022_3_110

EDN: HIACOU

Determination of the coefficients of forces acting on a rectangular prism in a two-dimensional flow by the method of discrete vortices

Anvar V. Gumerov¹

¹Kazan State University of Architecture and Engineering Kazan, Russian Federatoin

Abstract: In this paper, the calculation method of discrete vortices determines the aerodynamic coefficients of the section of a rectangular high-rise building in plan. The problem of two-dimensional unsteady separation flow around a rectangular cylinder by an incompressible medium is considered. Calculations were carried out for various rectangular sections at different integration steps and the number of attached vortices on the contour of a streamlined rectangle. It is shown that by varying these parameters, it is possible to obtain aerodynamic characteristics close to experimental data.

Results. Time dependences of coefficients of aerodynamic forces for various rectangles are obtained. The distribution of the pressure coefficient over the surface of the rectangle at the maximum lifting force is given. We compared the obtained calculated dependences of the force coefficients and the Strouhal number for various rectangles with the available experimental data. Recommendations are given on the selection of the integration step and on the number of placement of attached vortices on the contour of the rectangle.

Conclusions. The significance of the results obtained for the construction industry consists in the possibility of evaluating the structural elements of rectangular cross-section for strength and fatigue, using the calculated force coefficients. The calculation model makes it possible to determine the distribution of the pressure coefficient for finding wind loads on the façade panels of multi-storey residential buildings.

Keywords: method of discrete vortices, bound and free vortices, control points, rectangular prism, the Strouhal number, flow complex potential.

For citation: A.V. Gumerov, Determination of the coefficients of forces acting on a rectangular prism in a two-dimensional flow by the method of discrete vortices // News KGASU 2022 №3 (61), p. 110-118, DOI: 10.52409/20731523 2022 3 110, EDN: HIACOU

1. Введение

В последние годы интенсивно идет строительство высотных зданий, которые облицовываются вентилируемыми фасадами из композитных панелей. При выборе креплений таких фасадов необходимо правильно рассчитывать ветровые нагрузки. Известно, что одни участки фасада могут испытывать максимальное ветровое давление, а другие разрежение. По инженерной методике расчета с использованием норм СП «Нагрузки и воздействия» можно получить нагрузки для обтекания типовых конфигурации сечения здания..

Методом дискретных вихрей можно моделировать отрывные обтекания различных тел и тем самым определять их аэродинамические характеристики. Картина течения строится путем слежения за свободными вихрями, движущимися с потоком. Такой подход численного решения дифференциальных уравнений механики жидкости и газа, называемый лагранжевым или бессеточным, достаточно экономичен и вполне может дать неплохие результаты на начальном этапе определения аэродинамических характеристик исследуемого профиля [1-4].

О применении метода дискретных вихрей различными исследователями посвящена обзорная статья Сарпкайя Т. [5]. В многочисленных трудах Белоцерковского С.М. описывается численный метод дискретных вихрей для различных задач обтекания. Развитие и применение метода дискретных вихрей отражено в последних работах [6-9].

В работах [10-12] исследуется течение около прямоугольной призмы методом дискретных вихрей и делается сравнение с экспериментальными данными. Сарпкайя в

работе [12] моделирует несколько прямоугольных профилей при углах атаки $\alpha=1^\circ, 10^\circ.$ Приводятся изменения коэффициента лобового сопротивления и подъемной силы от безразмерного времени. Автор замечает, что вихри оказываются на $\sim 50\%$ более интенсивными, нежели в реальных потоках при аналогичных условиях. Расхождение между величинами замеренных и расчетных безразмерных сил обусловлено главным образом различиями в механизмах потерь завихренности. Также отмечено, что модель дискретных вихрей не свободна от недостатков и нуждается в некоторой корректировке под результаты экспериментов на основе привлечения подходящего механизма диссипации. Сарпкайя зарождающиеся вихри располагает на некоторых расстояниях от четырех углов прямоугольника, их интенсивности определяет как половину квадрата скорости в ближайших контрольных точках помноженную на шаг по времени.

В работах [13, 14] используется метод конформного отображения внешности круга на внешность эллипса и прямоугольника. В статье [13] Nagano приводит зависимости коэффициентов сил от безразмерного времени для различных сечений. Делается сравнение осредненных значений коэффициентов лобового сопротивления, подъемной силы и числа Струхаля с известными экспериментальными работами. В расчетах используются вихри, имеющие экспоненциальное ядро для устранения сингулярности индуцированной скорости. Интенсивности свободных вихрей определяются как в работе [12]. В статье отмечается важность правильного выбора шага интегрирования для получения корректных результатов.

В работе Белоцерковского С.М. [15] рассматривается нестационарное обтекание квадрата, приведены изменение во времени коэффициентов лобового сопротивления и подъемной силы квадрата при различных расстояниях от экрана, также представлено распределение среднего по времени коэффициента давления по поверхности квадрата и ромба. Отмечается удовлетворительное согласование с известными экспериментальными ланными.

Целью настоящего исследования является получение расчетных интегральных и распределенных аэродинамических характеристик для различных прямоугольных цилиндров методом дискретных вихрей.

Для достижения этой цели было необходимо выполнить следующие задачи:

- на основе алгоритма метода дискретных вихрей разработать алгоритм моделирования нестационарного отрывного обтекания прямоугольного цилиндра;
- реализовать разработанный алгоритм в виде расчетной программы;
- провести численные исследования по определению аэродинамических характеристик прямоугольных цилиндров;
- разработать рекомендации по выбору входных параметров влияющих на аэродинамические характеристики: шаг интегрирования и количество присоединенных вихрей на контуре прямоугольника.

2. Материалы и методы

В данной работе предлагается расчетным методом дискретных вихрей определять интегральные и распределенные аэродинамические характеристики, действующие на высотные здания прямоугольного сечения. Рассматривается задача двумерного нестационарного отрывного обтекания прямоугольной призмы несжимаемой средой.

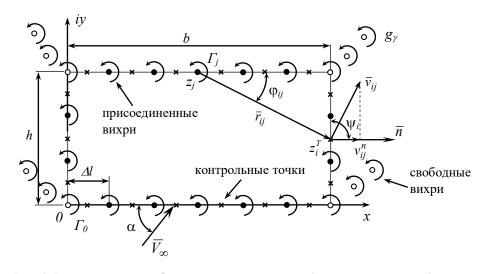
Пусть прямоугольник шириной b (рис. 1) и высотой h обтекается идеальной несжимаемой средой, имеющей на бесконечности скорость V_{∞} под углом атаки α . Требуется определить методом дискретных вихрей коэффициенты аэродинамических сил c_y , c_x и распределение коэффициента давления по поверхности прямоугольника. Будем полагать, что прямоугольник — это контур горизонтального поперечного сечения высотного здания.

На контуре прямоугольника через равные промежутки Δl расположим K дискретных вихрей z_j (рис. 1) с интенсивностями Γ_j . Посередине между дискретными вихрями разместим контрольные точки z_i . Далее аналогично методике описанной в [15], составляем систему уравнений AX = B.

Массив A состоит из нормальных скоростей в контрольных точках от присоединенных вихрей:

$$A = (a_{ij}) = -\cos(\varphi_{ij} - \psi_i) / r_{ij}$$

$$\tag{1}$$



Puc. 1. Расчетная схема обтекания прямоугольника (иллюстрация автора) Fig. 1. Calculation scheme for flow around a rectangular (illustration by the authors)

По умолчанию положительное направление вращения всех вихрей принимаем направленным против хода часовой стрелки.

Матрица ${\it B}$ состоит из нормальных скоростей в контрольных точка от свободных вихрей g_{ν} и набегающего потока V_{∞} :

$$B = (b_i) = 2\pi V_{\infty} \cdot \sin(\alpha - \psi_i) + \sum_{\gamma=4}^{M} \frac{\cos(\varphi_{i\gamma} - \psi_i) \cdot g_{\gamma}}{r_{i\gamma}}$$
 (2)

Из условия равенства суммарной скорости в контрольной точки нулю, находим интенсивности присоединенных вихрей Γ_{j} . Чтобы система имела единственное решение, необходимо добавить к системе AX = B условие равенства нулю суммарной интенсивности:

$$\sum_{j=0}^{K-1} \Gamma_j + \sum_{\gamma=4}^{M} g_{\gamma} = 0.$$
 (3)

Расширенная система решается с введением регуляризующей переменной [15] методом Гаусса. Условие Чапыгина-Жуковского автоматически выполняется, так как в каждый момент времени с кромок срываются вихри с найденными интенсивностями.

Каждый свободных вихрь движется согласно уравнению:

$$z_{\gamma}^{t+\Delta t} = z_{\gamma}^{t} + v_{\gamma} \cdot \Delta t, \qquad (4)$$

где Δt — шаг интегрирования по времени, v_{γ} — скорость свободного вихря, определяется из комплексного потенциала течения F(z):

$$F(z) = -\sum_{i=0}^{K-1} \frac{i\Gamma_{j}}{2\pi} \ln(z - z_{j}) - \sum_{\gamma=4}^{M} \frac{ig_{\gamma}}{2\pi} \ln(z - z_{\gamma}) + V_{\infty} z e^{-i\alpha},$$
 (5)

$$v_{\gamma} = \left(\frac{d\overline{F}}{dz}\right)_{z=z_{\gamma}} = \frac{i}{2\pi} \left[\sum_{j=0}^{K-1} \frac{\Gamma_{j}}{\overline{z}_{\gamma} - \overline{z}_{j}} + \sum_{\gamma=4}^{M} \frac{g_{\gamma}}{\overline{z}_{\gamma} - \overline{z}_{j}} \right] + V_{\infty} e^{i\alpha} . \tag{6}$$

Несимметричность вводилась смещением оторвавшихся вихрей с левой стороны прямоугольника вниз по потоку в малом промежутке времени $3.5 \le t' \le 4$ по зависимости, приведенной в [16].

Действующие силы на присоединенные вихри можно найти двумя способами. Первый способ более простой по теореме об изменении импульса силы [12,16]:

$$X + iY = i\rho \frac{d}{dt} \sum_{j=1}^{K-1} \Gamma_j \cdot z_j = i\rho \left[\sum_{j=1}^{K-1} \dot{\Gamma}_j \cdot z_j + \frac{g_0 \cdot z_0}{\Delta t} + \frac{g_1 \cdot z_1}{\Delta t} + \frac{g_2 \cdot z_2}{\Delta t} + \frac{g_3 \cdot z_3}{\Delta t} \right] - i\rho \sum_{j=1}^{K-1} \Gamma_j \cdot \dot{z}_j.$$

$$(7)$$

Коэффициенты нормальной и поперечной силы определяются из соотношения:

$$c_x + ic_y = \frac{2(X + iY)}{\rho V_\infty^2 b}.$$
 (8)

Второй способ нахождения действующих сил — интегрирование коэффициента давления. Коэффициент давления в контрольной точке находится по известной формуле Коши-Лагранжа:

$$c_{p_i} = 1 - \frac{(v_i^T)^2}{V_{\infty}^2} - \frac{2}{V_{\infty}^2} \cdot \frac{\partial \varphi_i^T}{\partial t} . \tag{9}$$

Для данной формулы скорость в контрольной точке определяется аналогично (2) но с учетом дополнительной скорости:

$$v_i^T = \frac{i}{2\pi} \left[\sum_{j=0}^{K-1} \frac{\Gamma_j}{\bar{z}_i^T - \bar{z}_j} + \sum_{\gamma=4}^M \frac{g_{\gamma}}{\bar{z}_i^T - \bar{z}_j} \right] + V_{\infty} e^{i\alpha} + v_{\partial on.},$$
 (10)

где $v_{\partial on.} = \pm \frac{1}{4\Delta l} \left(\Gamma_j + \Gamma_{j-1} \right)$ — дополнительная скорость от двух соседних присоединенных вихрей в контрольной точке. Знак плюс, если направление скорости совпадает с

вихреи в контрольной точке. Знак плюс, если направление скорости совпадает с положительным направлением оси. Изменение потенциала скорости в контрольной точке (9) за время Δt :

$$\frac{\partial \varphi_i^T}{\partial t} = \text{Re}\left(\frac{\partial F(z_i^T)}{\partial t}\right) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=0}^{K-1} \dot{\Gamma}_j \arg(z_i^T - z_j) + \text{Re} \sum_{\gamma=4}^M \frac{ig_\gamma}{2\pi} \cdot \frac{\dot{z}_\gamma}{z_i^T - z_j}$$
(11)

В расчетах свободные вихри, близко подходящие к присоединенным вихрям, могут проникнуть внутрь контура. Такое поведение вызывает всплески в рассчитываемых коэффициентах сил. В программе вводилось условие равенства нулю нормальной составляющей скорости вихря, если он приближался ближе $\Delta l/2$. Если же произошло проникновение вихрей, то их интенсивности обнулялись. Вышеприведенный алгоритм расчета был реализован в виде программы на языке C++ Builder. Для контроля правильности проводимых расчетов в составленной программе предусматривалась визуализация положения дискретных вихрей и поля скоростей в каждый момент времени.

3. Результаты и обсуждения

Как показали настоящие расчеты основными параметрами, влияющими на коэффициенты нормальной силы c_y , поперечной силы c_x и частоту срыва вихрей Sh (число Струхаля) с прямоугольника являются:

- шаг интегрирования по времени Δt ,
- интервал между присоединенными вихрями на контуре прямоугольника Δl .

Шаг интегрирования Δt сильно влияет на движения вихрей около обтекаемого профиля. Большой шаг интегрирования приводит быстрому уносу вихрей по течению. Вихри не задерживаются, не накапливаются, тем самым уменьшается возможность проникновения в контур прямоугольника, и самое главное, приводит к уменьшению частоты срыва вихрей, что приближает расчетные значения к экспериментальным данным по числу Струхаля. За тот же промежуток времени от начала расчета, при выборе меньшего шага Δt , приводит к формированию большего числа вихрей в следе, и к увеличению числа их отрывов от тела, то есть к возрастанию числа Струхаля. Вихри не уносятся из-за погрешности расчета по потоку, а группируются на подветренной стороне

профиля. Это приводит к увеличению суммарной интенсивности, что сказывается на росте коэффициентов сил.

Увеличение числа разбивки прямоугольника уменьшает пробитие вихрями контура прямоугольника. При этом интенсивности вихрей на кромках уменьшаются, поскольку интенсивности присоединенных вихрей распределяются более равномерно, что приводит к некоторому занижению аэродинамических коэффициентов. Это легко исправляется уменьшением шага интегрирования, что в свою очередь приводит к росту *Sh*.

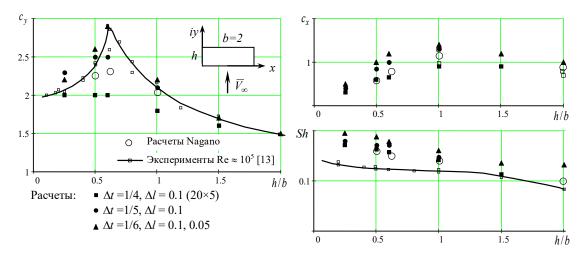


Рис. 2. Зависимости коэффициентов нормальной силы c_y , поперечной силы c_x и числа Струхаля Sh для различных прямоугольников ($\alpha = 90^\circ$)

Fig. 2. Dependences of coefficients of normal force c_y , transverse force c_x and Strouhal number *Sh* for various rectangles ($\alpha = 90^{\circ}$)

Были проведены расчеты для прямоугольников с соотношениями сторон h/b = 0.25, 0.5, 0.6, 1, 1.5 и 2 (рис. 2). Опираясь, например, на экспериментальные данные для сечения h/b = 0.25, подбирался шаг интегрирования при разбиении 20×5 . В случае при Δt =1/4 получается коэффициент нормальной силы $c_v = 2$, коэффициент поперечной силы c_x $=\pm~0.3$ и число Струхаля Sh~=~0.172. Для остальных прямоугольников шаг интегрирования и расстояние между присоединенными вихрями не менялись. Как видно из рис. 2, расчет при $\Delta t = 1/4$ не может спрогнозировать всплеск коэффициента лобового сопротивления $c_v \approx 3$ при h/b = 0.6. Но при этом частота срывов вихрей максимально близка к эксперименту для всех h/b. Если уменьшить шаг интегрирования до $\Delta t = 1/5$ зависимость c_v становится ближе к экспериментальной, но число Струхаля немного увеличивается. При обтекании прямоугольников с соотношением сторон h/b = 1.5 и 2 число присоединенных вихрей на контуре оказывается не достаточным для обеспечения непроникновения свободных вихрей по торцам внутрь контура. Увеличение числа вихрей устраняет эту проблему, но при этом шаг интегрирования необходимо несколько уменьшить до $\Delta t = 1/6$, 1/7 или 1/8. При $\Delta t = 1/6$ для контура h/b = 0.6 при разбивке 20×12, расчет показывает наличие максимального c_v .

Следует заметить, для сечения h/b = 0.25, чтобы получить $c_y \approx 2$ при разбиении 20×5 шаг интегрирования подбирался варьированием, опираясь на экспериментальные результаты по c_y . Не имея экспериментальных данных, можно получить завышенные или заниженные значения, например, коэффициент нормальной силы $c_y \approx 3.5$ при $\Delta t = 1/8$.

На рис. З приведены изменения коэффициентов c_y и c_x в зависимости от безразмерного времени $t'=V_\infty t/b$ для прямоугольника h/b=0.6 при $\Delta t=1/8$ и разбивке сторон 40×24 . Для данного случая средняя нормальная сила равна 3, а поперечная сила колеблется амплитудой 1.4. Число Струхаля можно определить из зависимости $c_x(t')$, учитывая $Sh=nb/V_\infty=N/t'$, где N- число колебаний коэффициента поперечной силы за t'. Тогда (рис. 3) за безразмерный промежуток времени от 24.2 до 46.7 поперечная сила совершает 4 колебания, отсюда Sh=4/(46.7-24.2)=0.178. Полученные коэффициенты

на рис. 3 могут служить исходными данными при расчете элементов конструкций прямоугольного сечения на прочность и усталость [17].

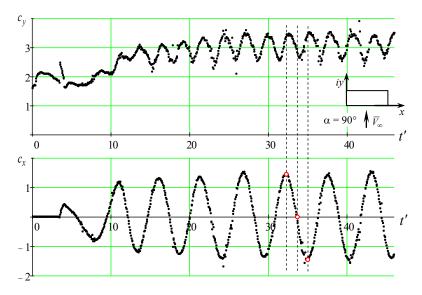


Рис. 3. Изменения коэффициентов c_x и c_y по времени для прямоугольника h/b = 0.6 Fig. 3. Time variation of coefficients c_x and c_y for rectangle h/b = 0.6

На рис. 4 показаны положения свободных вихрей за прямоугольником для трех случаев: t' = 32.3125, 33.6250, 35.0000, когда коэффициент поперечной силы c_x имеет максимальное положительное значение, нулевое и максимальное отрицательное значение (рис. 3). Из рисунка видно, что максимальное значение по модулю у поперечной силы возникает, когда один развивающийся вихрь, под влиянием отрывающегося, прижимается на подветренную сторону прямоугольника. Поперечная сила исчезает, когда вихрь, на подветренной стороне, развиваясь, начинает отходить, запуская вихрь с противоположной стороны.

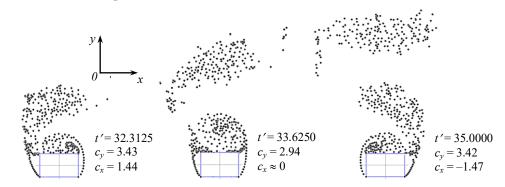


Рис. 4. Расположения вихрей при максимальных и минимальных значениях c_x для h/b = 0.6 Fig. 4. Vortex arrangements at maxim and minimum values of c_y for h/b = 0.6

На рис. 5 представлены распределения коэффициента давления по поверхности прямоугольника h/b=0.6 при максимальной поперечной силе и при ее отсутствии (для случая из рис. 3). Когда поперечная сила приблизительно равна нулю, распределение отрицательного давления на обеих сторонах BC и AD прямоугольника примерно одинаково. Но максимальное разрежение возникает на одном из торцов, когда поперечная сила принимает максимальное значение по модулю. В методе дискретных вихрей это хорошо моделируется. За передними комками A и B (рис. 5) отмечается локальный всплеск разрежения, достигающий $c_p=-8$. Величина разрежения зависит от количества присоединенных вихрей на контуре. Чем больше присоединенных вихрей на контуре, тем детальней получается картина распределения давления.

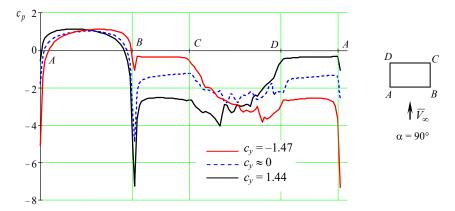


Рис. 5. Распределение коэффициента давления по поверхности прямоугольника h/b = 0.6 Fig. 5. Distribution of the pressure coefficient over the surface rectangle h/b = 0.6

4. Заключение

- 1. На основе метода дискретных вихрей был разработан алгоритм моделирования нестационарного отрывного обтекания прямоугольного цилиндра.
- 2. Разработанный алгоритм был реализован в виде расчетной программы на языке C++ Builder.
- 3. Проведенные расчеты показали, что:
 - -подбором шага интегрирования и числа разбивки (числа присоединенных вихрей на контуре) для определенного прямоугольника можно получить удовлетворительную сходимость с экспериментальными коэффициентами нормальной и поперечной силы. Но при этом получаются несколько завышенные значения по числам Струхаля.
 - –использование подобранных параметров для расчета других прямоугольников не всегда гарантирует получение сходства с экспериментальными данными.
- 4. Приведены рекомендации по выбору входных параметров влияющих на аэродинамические характеристики: шаг интегрирования и количество присоединенных вихрей на контуре прямоугольника.

Периодическое изменение нагрузок на конструкциях прямоугольного сечения может привести к их разрушению. Рассчитанные коэффициенты сил для прямоугольника методом дискретных вихрей позволяют определить действующие нагрузки для конкретного случая обтекания и рассчитать такие конструкций на прочность и усталость.

Получаемое методом дискретных вихрей распределение коэффициента давления по поверхности прямоугольного профиля может быть использовано при расчетах ветровых нагрузок на крепления фасадных панелей многоэтажных жилых домов.

Список литературы/References

- Faure T. M., Dumas L., Drouet V., Montagnier O. A modified discrete-vortex method algorithm with shedding criterion for aerodynamic coefficients prediction at high angle of attack // Applied Mathematical Modelling. 2019. Vol. 69(Complete). P. 32–46. DOI: 10.1016/j.apm.2018.12.013.
- 2. Faure T.M., Dumas L., Montagnier O. Numerical study of two-airfoil arrangements by a discrete vortex method // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2020. Vol. 34. № (1-2). P. 79–103. DOI: 10.1007/s00162-019-00511-0.
- 3. Ricciardi T. R., Wolf W. R., Bimbato A. M. A fast algorithm for simulation of periodic flows using discrete vortex particles // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2017. Vol. 39, № 11, P. 4555–4570. DOI: 10.1007/s40430-017-0902-x.
- 4. Nikolaev E.I., Nikolaeva M.N. Development of the discrete vortex cylinders method for calculating the helicopter rotor induced velocity // Russian Aeronautics (Iz VUZ). 2016. Vol. 59. № 1. P. 8-14. DOI: 10.3103/S1068799816010025.
- 5. Sarpkaya T. Computational Methods With Vortices The 1988 Freeman Scholar Lecture // J. of Fluids Engineering. 1989. Vol. 111. P. 5–52. DOI: 10.1115/1.3243601.

- 6. Guoqing Jin, Li Zou, Yichen Jiang, Zhi Zong, Zhe Sun. A circle theorem technique to handle 2-D flows around arbitrary cylinders in discrete vortex method // J. of Wind Eng. and Ind. Aerodyn. 2021. Vol. 209. P. 104496. DOI: 10.1016/j.jweia.2020.104496.
- 7. Donald J. Bergstrom, Jian Wang. Discrete vortex model of flow over a square cylinder // J. of Wind Eng. and Ind. Aerodyn. 1997. Vol. 67-68 P. 37-49. DOI: 10.1016/S0167-6105(97)00061-5.
- 8. Bogusz Bienkiewicz, Richard F. Kutz. Applying the discrete vortex method to flow about bluff bodies // J. of Wind Eng. and Ind. Aerodyn. 1990. Vol. 36. Part 2. P. 1011–1020. DOI: 10.1016/0167-6105(90)90097-V.
- 9. Taylor I.J., Vezza M. Computation of unsteady wind loading on bluff bodies using a discrete vortex method //J. Wind and Structures. 1999. Vol. 2. № 2. P. 285–303. DOI: 10.12989/was.1999.2.4.285.
- 10.Guedes V., Bodstein G.C.R., Hirata M. Numerical simulation of the flow around a square cylinder using the vortex method // J. Thermal Engineering. 2004. Vol. 3. № 2. P. 161-167. DOI: 10.5380/RET.V3I2.3537.
- 11.Okajima A. Numerical simulation of flow around rectangular cylinders // Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics. Vol. 33, № 1–2. 1990. P. 171–180, doi:10.1016/0167-6105(90)90033-9.
- 12. Sarpkaya T., Ihrig C.J. Impulsively started steady flow about rectangular prisms: experiments and discrete vortex analysis // J. Fluids Eng. 1986. Vol. 108. №1. P. 47–54. DOI: 10.1115/1.3242542.
- 13. Nagano S., Naito M., Takata H. A numerical analysis of two-dimensional flow past a rectangular prism by a discrete vortex model // Computers and Fluids. 1982. Vol. 10. № 4. P. 243–259. DOI: 10.1016/0045-7930(82)90008-1.
- 14. Guoqing Jin, Zhe Sun, Zhi Zong, Li Zou, Yingjie Hu. Conformal Mapping-Based Discrete Vortex Method for Simulating 2-D Flows around Arbitrary Cylinders // Journal of Marine Science and Engineering. 2021. Vol. 9. Iss. 12. P. 1409. DOI: 10.3390/jmse9121409.
- 15.Белоцерковский С.М., Котовский В.Н., Ништ М.И., Федоров Р.М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел. М.: Наука. 1988. 232 с. [Belotserkovsky S.M., Kotovsky V.N., Nisht M.I., Fedorov R.M. Mathematical modeling of plane-parallel separated flow around bodies. М.: Nauka. 1988. 232 р.].
- 16.Fraczak J. Numerical Simulation of Separated Flow Past a Circular Cylinder by a Discrete-Vortex Method // J. of Theoretical and Applied Mechanics. 1991. Vol. 22. № 3. P. 75–88.
- 17.Статья (периодическое издание), Об оценке долговечности пленочно-тканевого композитного материала с учетом влияния климатических факторов, издательство: ФГБУН Институт прикладной механики РАН, Россия, 2019, 98-102 с., 0 п.л.. Авторы: Мухамедова И.З., Каюмов Р.А., Сулейманов А.М.[Article (periodical), On the assessment of the durability of a film-fabric composite material, taking into account the influence of climatic factors, publisher: FGBUN Institute of Applied Mechanics RAS, Russia, 2019, 98-102 pp., 0 p.s. Authors: Mukhamedova I.Z., Kayumov R.A., Suleimanov A.M.]

Информация об авторах.

Анвар Василович Гумеров, кандидат технических наук, доцент, Казанский государственный архитектурно-строительный университет, г. Казань, Российская Федерация.

E-mail: anvar gumerov@list.ru

Information about the autors.

Anvar V. Gumerov, candidate of technical sciences, associate professor, Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russian Federation E-mail: anvar gumerov@list.ru