

УДК 69.059.4; 624.078

**Лукашенко Виктор Иванович**

кандидат технических наук, доцент

E-mail: [vil\\_06\\_4444@mail.ru](mailto:vil_06_4444@mail.ru)

**Шмелев Геннадий Николаевич**

кандидат технических наук, доцент

E-mail: [gn.shmelev@mail.ru](mailto:gn.shmelev@mail.ru)

**Хайдаров Ленар Ильнурович**

аспирант

E-mail: [haidarov\\_lenar@mail.ru](mailto:haidarov_lenar@mail.ru)

**Абдуллин Фаннур Фаридович**

инженер

E-mail: [fannur.ru@mail.ru](mailto:fannur.ru@mail.ru)

**Зиятдинов Эмиль Камилович**

инженер

E-mail: [ziyatdinov-imil@mail.ru](mailto:ziyatdinov-imil@mail.ru)

**Казанский государственный архитектурно-строительный университет**

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зелёная, д. 1

### **Вероятностный расчет ресурса стоек мобильных стержневых сооружений из строительных лесов Layher**

#### **Аннотация**

*Постановка задачи.* Цель исследования – определение ресурса, как отдельных стоек мобильных стержневых сооружений из строительных лесов Layher, так и всей конструкции с учетом детального моделирования упругих узлов, учитывающего внецентренное приложение сжимающих нагрузок и допускаемые искривления оси стоек.

*Результаты.* Основные результаты исследования состоят в том, что при определении резерва устойчивости при повторных статических нагрузках для обеспечения заданного уровня надежности необходима двусторонняя интервальная оценка как результатов моделирования случайных величин нагруженности сжатых элементов стоек, так и их предельной несущей способности. Резерв устойчивости, таким образом, является случайной величиной зависящей не только от случайных нагрузок, но и от случайных величин эксцентриситета приложения нагрузок и случайных искривлений оси элементов стоек. В качестве отказа для расчета минимального ресурса элемента и сооружения в целом принимается условие исчерпывания до нуля резерва устойчивости хотя бы в одном элементе стоек при равномерном распределении прочности элементов стоек.

*Выводы.* Значимость полученных результатов для строительной отрасли состоит в том, что, по разработанному алгоритму, решение задачи исследования изменения резерва устойчивости элементов стоек и конструкции, в целом, обеспечивает возможность определения и регулирования минимального ресурса конструкции с заданной надежностью не появления отказа хотя бы в одном элементе конструкции при повторных статических нагрузках.

**Ключевые слова:** мобильные стержневые сооружения, расчетные схемы узлов, случайные величины, ресурс, резерв устойчивости, надежность.

#### **Введение**

В работе [1] при исследовании влияния различных способов моделирования узловых соединений в мобильных стержневых сооружениях из строительных лесов Layher (рис. 1) получены результаты о существенном влиянии на распределение усилий детального учета упругих свойств узлов и передачи усилий со стороны ригелей и диагоналей на стойки.



Рис. 1. Фрагмент мобильного стержневого сооружения

На (рис. 2-3) показаны представления расчетных схем упругих узлов и передачи нагрузок на стойки, учитывающих эксцентрисетный характер их приложения.



Рис. 2. Типовой узел в расчетной схеме

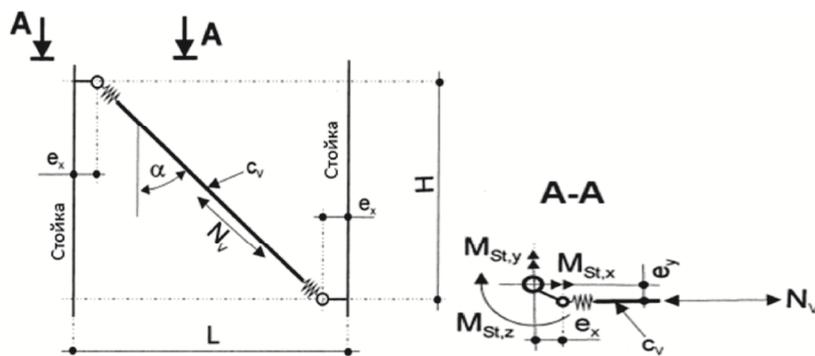


Рис. 3. Схема передачи нагрузок на узлы стойки

Соединение стоек смоделировано с помощью жестких узлов. Ригель со стойкой шарнирно. Диагонали с применением упругих узлов, обозначены условно с помощью жестких вставок.

Нелинейная податливость упругого шарнира в вертикальной плоскости (рис. 4) моделируется упругим шарниром (рис. 5). Вертикальный стержень в схеме узла (КЭ-410)

используется для моделирования нелинейной угловой податливости узла в ПК «ЛИРА-САПР 2013».

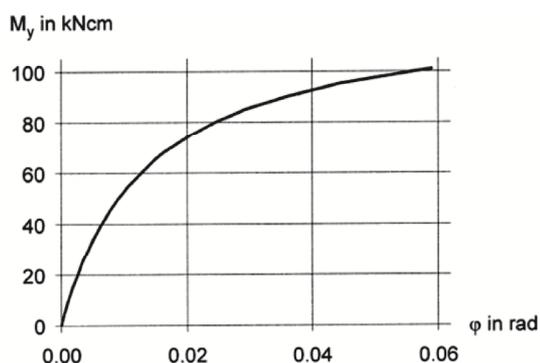


Рис. 4. Податливость упругого шарнира в вертикальной плоскости

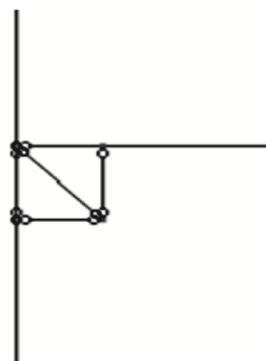


Рис. 5. Упругий шарнир

### Вероятностный расчет резерва устойчивости

Постановка задачи определения ресурса отдельных элементов и всей конструкции при действии случайных нагрузок на основе вероятностного анализа резерва прочности, при повторных нагружениях, изложена в работе [2] и алгоритм её используется в данной работе.

При расчетах стержней нагруженных случайной сжимающей силой потеря устойчивости может происходить раньше отказов, связанных с другими видами деформаций. Оценка надежности при двусторонней толерантной оценке резерва устойчивости как случайной величины в этом случае должна учитывать изменчивость несущей способности  $\sigma_{np}$ , как упругого стержня со случайными искривлениями оси и случайными отклонениями приложения нагрузки относительно оси. Исходя из упрощенного моделирования искривления оси в виде синусоиды, его можно описать одним случайным параметром, что в инженерных расчетах не внесет большой погрешности с учетом обычно принимаемых допущений.

Максимальный изгибающий момент принимается в этом случае:

$$M = \frac{M^0}{(1 - P/P_{кр})},$$

где  $M^0$  – момент при нулевых прогибах;

$P$  – продольная сжимающая сила;

$P_{кр} = \pi^2 EI/l^2$  – критическая сжимающая сила по Эйлеру.

Принимаемое в инженерной теории изгиба максимальное напряжение в крайних волокнах тогда будет:

$$s_{\max} = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{F} + \frac{M^0}{W(1 - P/P_{кр})},$$

где  $W$  – момент сопротивления;

$F$  – площадь поперечного сечения.

Вводим безразмерные величины:

$$\Psi = \sigma^0/\sigma_{np} = (P/F)/\sigma_{np}, \quad m = M^0 F/(PW), \quad l = l\sqrt{F/EI},$$

где  $m$  – относительный эксцентриситет приложения силы к ядровому расстоянию  $W/F$ ;

$\lambda$  – гибкость стержня.

Тогда условие  $\sigma_{\max}/\sigma_{np} \leq 1$  можно представить в виде:

$$y \left( 1 + \frac{m}{1 - y s_{np} l^2 / (P^2 E)} \right) \leq 1. \quad (1)$$

Здесь случайными величинами можно принять  $\Psi$ ,  $m$  и  $\sigma_{np}$ , а  $\lambda$  и  $E$ , ввиду малой изменчивости, считать детерминированными.

Случайный эксцентриситет определяется характером нагружения, точностью центрирования и случайными искривлениями оси стержня. В общем случае с учетом принятых допущений его можно представить:

$$m = e/\rho = \alpha + \beta\lambda^2,$$

где  $e = e_0 + f$ , а  $f = \chi_0 l^2 / \pi^2$  прогиб в середине стержня, учитывая изменение кривизны  $\chi = \chi_0 \sin(\pi x / l)$  при  $\chi_0 = \Delta / h$  будет  $f = \Delta l^2 / (\pi^2 h)$ .

Случайный относительный эксцентриситет, отнесенный к квадрату гибкости стержня,  $\beta$  характеризует искривленность оси стержня и может быть выражен через  $z$  – расстояние от центра тяжести сечения до наиболее удаленного волокна и начальный относительный прогиб:

$$f/l = \Delta l / (\pi^2 h) = \beta \times l / z, \text{ где } \beta = (f/l) \times (z/l).$$

Это представление удобно при статистической обработке  $f$  и  $z$ , как случайных величин.

Из условия  $\sigma_{max} / \sigma_{np} \leq 1$  с учетом, что  $\Psi = \sigma^0 / \sigma_{np}$  можно получить выражение для резерва прочности по устойчивости  $\bar{S} = \bar{S}_{np} - \bar{S}_0$ . Считая математическое ожидание  $s^0 \gg \bar{S}_0$ , из условия (1) получим:

$$S = \sigma_{np} - \sigma_0 - m \pi^2 E \sigma_0 / (\pi^2 E - \sigma_0 \lambda^2), \text{ где } m = \alpha + \beta \lambda^2.$$

Принимая для случайных величин  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma_0$  и  $\sigma_{np}$  нормальное распределение и используя метод статистической линеаризации, вычисляем все характеристики случайной величины резерва для анализа резерва устойчивости и ресурса отдельного элемента и всей конструкции.

В качестве примера рассмотрены элементы (стойки) временных стержневых сооружений из строительных лесов Layher. С помощью специально разработанной программы в Excel – таблицах производим вероятностный расчет этих элементов. Исходные данные и результаты для расчета приведены в табл. 1-2.

Таблица 1

## Исходные данные

Математическое ожидание сжимающей силы $P$ :	102,718	кН
Стандарт сжимающей силы $P$ :	5,613	кН
Длина стержня $l$ :	1,5	м
Площадь сечения $F$ :	0,00097	м <sup>2</sup>
Момент инерции $J$ :	2,831E-07	м <sup>4</sup>
Высота сечения $h$ :	0,05	м
Модуль упругости $E$ :	200000000	кН/м <sup>2</sup>
Коэффициент $\mu$ :	1	
Математическое ожидание предельного напряжения $\sigma_{np}$ :	239485,9462	кН/м <sup>2</sup>
Стандарт предельного напряжения $\sigma_{np}$ :	2164,644325	кН/м <sup>2</sup>
Стандарт $\alpha$ :	0,175906881	
Стандарт начального относительного прогиба $f/l$ :	0,000862689	

Таблица 2

## Результаты вероятностного расчета

Момент сопротивления $W$ :	0,000011324	м <sup>3</sup>
Радиус инерции $i$ :	0,017083784	м
Гибкость стержня $\lambda$ :	87,80256263	
Ядровое расстояние $\rho$ :	0,011674227	м
Математическое ожидание $\sigma_0$ :	105894,7224	кН/м <sup>2</sup>
Стандарт $\sigma_0$ :	5786,207003	кН/м <sup>2</sup>
Математическое ожидание $ \alpha $ :	0,138790529	
Стандарт $\beta$ :	1,43782E-05	
Математическое ожидание резерва прочности $S$ :	133591,2238	кН/м <sup>2</sup>
Коэффициенты линейной аппроксимации функции резерва прочности $S$ :		
$A$	1	
$B$	-1	
$C$	180578,1254	кН/м <sup>2</sup>
$D$	1392129137	кН/м <sup>2</sup>
Дисперсия резерва прочности $S$ :	1380866861	кН <sup>2</sup> /м <sup>4</sup>
Стандарт резерва прочности $S$ :	37160,01697	кН/м <sup>2</sup>
Изменчивость резерва прочности $A_s$ :	0,27816211	
Характеристика безопасности $\gamma$ :	3,595025909	>3

Для случайных величин  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma_0$  и  $\sigma_{np}$  принимаем нормальный закон распределения и, с помощью Excel-таблиц, генерацию этих величин. Фрагмент генерации случайных величин приведен в табл. 3.

Таблица 3

Генерация случайных величин

$P$ , кН/м <sup>2</sup>	$\sigma_{np}$ , кН/м <sup>2</sup>	$\alpha$	$f/l$
92,6728316	237492,425	1,574252	-0,00028
105,1382954	237128,418	1,797853	0,000133
97,20796807	238080,782	1,466674	0,000421
96,55226292	235719,787	1,55414	-0,00094
114,6032256	240969,845	1,581951	0,000993
101,5321501	239588,478	1,485156	0,000795
102,2644196	237761,619	1,445284	0,00041
102,7061966	237363,745	1,348965	0,000244
104,7606771	239615,843	1,40226	-0,00037
103,7512889	242272,741	1,289371	-0,00115
96,5611161	242868,757	1,562624	-0,00048
89,58866037	239587,576	1,70044	-0,00059
97,13444388	236773,728	1,56385	0,001099
96,26227786	241205,858	1,56833	-0,00132
102,8177243	241037,09	1,380363	-0,00146

Приближенно нелинейную случайную  $S$  можно представить, отбросив нелинейные члены разложения в ряд Тейлора. В окрестности центра распределения такое допущение достаточно обоснованно даже при больших отклонениях случайных аргументов:  $\sigma_{np}$ ,  $\sigma_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ .

$$S = S(s_{np}, s_0, a, b) \approx S_0 + A(s_{np} - \bar{s}_{np}) + B(s_0 - \bar{s}_0) + C(a - \bar{a}) + D(b - \bar{b}),$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  частные производные выражения  $S$  по  $\sigma_{np}$ ,  $\sigma_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ , соответственно, в центрах распределения случайных аргументов:

$$A = \partial S / \partial s_{np} = 1; B = \partial S / \partial s_0 = -1 - (a + b l^2) p^4 E^2 / (p^2 E - s_0 l^2)^2;$$

$$C = \partial S / \partial a = - (p^2 E s_0) / (p^2 E - s_0 l^2); D = \partial S / \partial b = - l^2 p^2 E s_0 / (p^2 E - s_0 l^2)^2.$$

Считая все случайные параметры распределёнными по нормальному закону, с заданной доверительной вероятностью в интервалах возможных значений получаем математическое ожидание, дисперсию, стандарт и изменчивость всех случайных величин, включая  $S$ .

Полагая центры распределения (м.о.)  $\bar{a} = 0$  и  $\bar{b} = 0$ , приближенно с точностью их моделирования получим:  $\bar{S} \approx \bar{s}_{np} - \bar{s}_0$  – математическое ожидание резерва устойчивости.

Дисперсия резерва устойчивости:

$$\hat{S} = A^2 \hat{s}_{np} + B^2 \hat{s}_0 + C^2 \hat{a} + D^2 \hat{b} = \hat{s}_{np} + \hat{s}_0 + p^4 E^2 \hat{s}_0^2 (a + b l^4) / (p^2 E - \bar{s}_0 l^2)^2.$$

Изменчивость резерва устойчивости:

$$A_s = \frac{\sqrt{\hat{S}}}{\bar{S}} = \sqrt{\frac{\hat{s}_{np} + \hat{s}_0 + p^4 E^2 \hat{s}_0^2 (a + b l^4) / (p^2 E - \bar{s}_0 l^2)^2}{(\bar{s}_{np} - \bar{s}_0)^2}}.$$

Характеристика безопасности:

$$\gamma = 1/A_s.$$

Принимается обычно равной  $\gamma=3$ , по функции Лапласа соответствует вероятности разрушения  $P = 0,00135$ .

Коэффициент запаса устойчивости:

$$\bar{x} = \bar{s}_{np} / \bar{s}_0 = 1/\gamma.$$

### Исследование ресурса

Дальнейшие расчеты ресурса проводятся как определение числа повторных нагружений до исчерпания полученного резерва устойчивости с заданной надёжностью неразрушения статически определимой системы. В работе Лукашенко В.И., Ахметзянова

Р.И., Минсагирова М.Ф. «Определение ресурса статически определимой системы при заданных параметрах случайных величин» и на основе положений [3] приводятся алгоритмы решения этой задачи.

Обозначения в программе:  $M_k$  – соответствует  $\sigma_0$  для внутренних силовых факторов,  $M_{k-}$  – соответствует  $\sigma_{np}$  для несущей способности. Исходные данные приведены в табл. 4-5. Число испытаний принимаем 30.

Таблица 4

**Для внутренних силовых факторов**

$M_k$	$\sigma M_k$	$V M_k$
102551,079	5305,89	0,05174

Таблица 5

**Для несущей способности**

$M_{k-}$	$\sigma M_{k-}$	$V M_{k-}$	$k_0 M_{k-}$
240696,701	1917,4	0,00797	0,9815

Для невыгоднейшего сочетания постоянной и временных нагрузок в условиях повторных нагружений определяем и строим графики резерва устойчивости по табл. 6 (рис. 6) при повторении нагрузки от  $lg N = 1, 2, 3, 4, 5$ .

Таблица 6

**Резерв устойчивости**

$lg(N)$	0	1	2	3	4	5
$SM_k(N)$	135892	135152	134543	134014	133541	133109

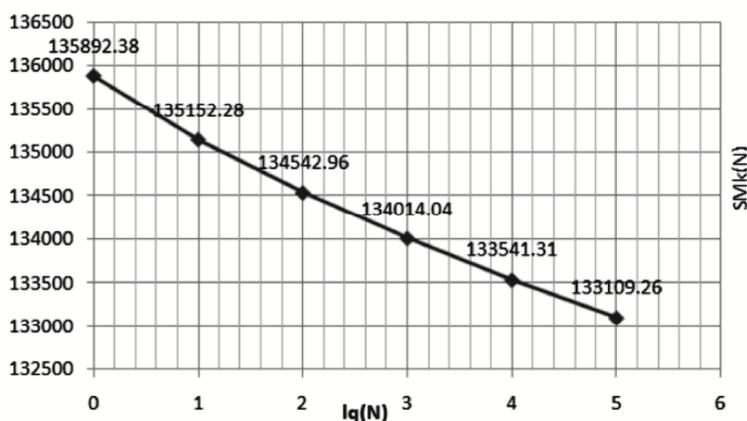


Рис. 6. График резерва устойчивости самого нагруженного элемента

Зная ресурс наиболее нагруженных элементов с равной вероятностью отказа, число которых  $n_s = 1, 5, 10, 15, 20, 25$ , строим номограммы изменения резерва устойчивости по табл. 7 (рис. 7).

Таблица 7

**Область номограмм резерва устойчивости**

$lg(N)$	0	1	2	3	4	5
$SM_k(N), n_s=1$	135892	135152	134543	134014	133541	133109
$SM_k(N), n_s=25$	132644	131904	131295	130766	130293	129861

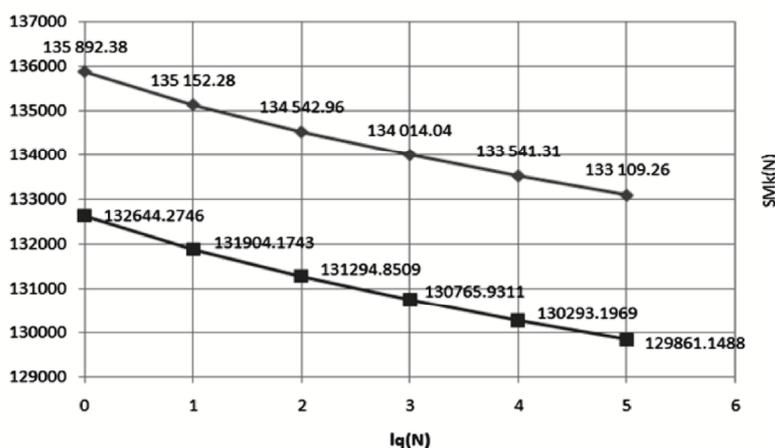


Рис. 7. Области номограмм резерва устойчивости при  $ns=1$  и  $ns=25$

### Заключение

Проанализировав результаты вычислений, мы видим, что при различных числах нагружений и при различных количествах опасных элементов, резерв устойчивости не исчерпывается, а коэффициент запаса устойчивости для сохранения надежности выполняется.

При заданном уровне надежности, для кратковременно эксплуатируемых сооружений это 0,99, резерв устойчивости стоек не исчерпывается в  $10^5$  повторений. Следовательно, эксплуатация этого сооружения может длиться по заданному уровню применения.

### Список библиографических ссылок

1. Хайдаров Л. И., Шмелев Г. Н., Зиятдинов Э. К. Построение расчетных схем мобильных пространственных стержневых конструкций, моделирующих их действительную работу // Известия КГАСУ. 2017. № 2 (40). С. 139–145.
2. Лукашенко В. И., Абдуллин Ф. Ф., Ахметзянов Р. И. Постановка задачи определения ресурса отдельных элементов и всей конструкции при действии случайных ветровых нагрузок // Известия КГАСУ. 2018. № 1 (43). С. 136–144.
3. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М. : Стройиздат, 1978. 240 с.
4. Болотин В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М. : АН СССР, 1977. 352 с.
5. Уткин В. С., Плотникова О. С. Оценка надежности конструкций при неполной статистической информации // Вестник НовГУ. 2005. № 34. С. 118–121.
6. Ружанский И. Л. Развитие конструктивных форм пространственных и легких конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2010. № 5. С. 12–15.
7. Антониуа Н., Николаидисб З., Баниотопулоза С. С. Проектирование большепролетных стальных балок путем применения концепций управления перемещением // Engineering Structures. 2014. Vol. 59. February. P. 21–27.
8. Коваль З. Формирование пространственных стержневых конструкций по теории надежности // Archives of civil and mechanical engineering. 2011. Vol. 11. P. 115–133.
9. Маденси И., Гувен И. Метод конечных элементов и применение в технике ANSYS. Springer Science-Business Media, LLC, 2006. 686 с.
10. Шмелев Г. Д., Головина Н. В. Прогнозирование надежности и остаточного ресурса строительных конструкций с использованием метода линеаризации в условиях ограниченной статистической информации : сб. трудов международной научно-практической конференции – Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании – 2012 / КУПРИЕНКО. Одесса, 2012. С. 100–107.

**Lukashenko Victor Ivanovich**

candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: [vil\\_06\\_4444@mail.ru](mailto:vil_06_4444@mail.ru)**Shmelev Genadij Nikolaevich**

candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: [gn.shmelev@mail.ru](mailto:gn.shmelev@mail.ru)**Haidarov Lenar Ilnurovich**

post-graduate student

E-mail: [haidarov\\_lenar@mail.ru](mailto:haidarov_lenar@mail.ru)**Abdullin Fannur Faridovich**

engineer

E-mail: [fannur.ru@mail.ru](mailto:fannur.ru@mail.ru)**Ziyatdinov Imil Kamilevich**

engineer

E-mail: [ziyatdinov-imil@mail.ru](mailto:ziyatdinov-imil@mail.ru)**Kazan State University of Architecture and Engineering**

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

**Probabilistic life calculation stands mobile core structures made of scaffolding Layher****Abstract**

*Problem statement.* The purpose of the study is to determine the resource of individual racks of mobile rod structures from the construction forests of Layher, and the entire structure taking into account the detailed modeling of elastic nodes, taking into account the off-center application of compressive loads and allowed curvature of the axis of the racks.

*Results.* The main results of the study are that in determining the stability reserve at repeated static loads to ensure a given level of reliability, a two-way interval evaluation of both the results of modeling random loading values of compressed elements of the racks and their maximum load-bearing capacity is necessary. The stability reserve, therefore, is a random value that depends not only on random loads, but also on random values of the eccentricity of the application of loads and random curvatures of the axis of the elements of the racks. As a failure for the calculation of the minimum resource of the element and structure as a whole, the condition of exhaustion of the stability reserve to zero in at least one element of the racks with a uniform distribution of the strength of the elements of the racks is accepted.

*Conclusions.* The significance of the results for the construction industry is that the developed algorithm for solving the problem of studying the changes in the stability reserve of the elements of the racks and the structure as a whole provides the ability to determine and regulate the minimum design life with a given reliability of failure in at least one element of the structure at repeated static loads.

**Keywords:** mobile core architecture, the design scheme of the nodes, random variables, the resource, the reserve of stability, reliability.

**References**

1. Khaidarov L. I., Shmelev G. N., Ziyatdinov E. K. Construction of computational schemes of mobile spatial bar structures modeling their actual work // *Izvestiya KGASU*. 2017. № 2 (40). P. 139–145.
2. Lukashenko V. I., Abdullin F. F., Akhmetzyanov R. I. Statement of the problem definition of the resource the individual elements and the whole structure under random wind loads // *Izvestiya KGASU*. 2018. № 1 (43). P. 136–144.
3. Rzhantsyn A. R. Theory of design of structures for reliability. M. : Stroizdat, 1978. 240 p.
4. Bolotin V. V. Methods of probability theory and reliability theory in calculations of structures. M. : AN SSSR, 1977. 352 p.

5. Utkin V. S., Plotnikova O. S. Estimation of the reliability of structures with incomplete statistical information // Vestnik NovGU. 2005. № 34. P. 118–121.
6. Ruzhansky I. L. Development of constructive forms of spatial and light structures // Promishlennoe i grajdanskoe stroitelstvo. 2010. № 5. P. 12–15.
7. Antonioua N., Nikolaidisb Th., Baniotopouloa C. C. Designing long-span steel girders by applying displacement control concepts // Engineering Structures. 2014. Vol. 59. February. P. 21–27.
8. Kowal Z. The formation of space bar structures supported by the system reliability theory // Archives of civil and mechanical engineering. 2011. Vol. 11. P. 115–133.
9. Madenci E., Guven I. The finite element method and applications in engineering using ANSYS, by Springer Science–Business Media, LLC, 2006. 686 p.
10. Shmelev G. D., Golovina N. V. Prediction maintainability and remaining life of building constructions using a method of linearization in conditions of limited of statistical information : dig. of art. of the international scientific and technical conference – Modern problems and their solutions in the science, transportation, manufacturing and education – 2012 / Kupriyenko. Odessa, 2012. P. 100–107.