УДК 69.003.13
Баркалов С.А. – доктор технических наук, профессор
E-mail: sbarkalov@nm.ru
Сенюшкин А.В. – аспирант
Янин А.Г. – аспирант
Воронежский государственный архитектурно-строительный университет

ПОСТРОЕНИЕ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНА ПРИ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЯХ МЕЖДУ РАБОТАМИ

АННОТАЦИЯ

В статье приводится алгоритм решения задачи построения календарного плана с минимальной продолжительностью проекта. Известны четыре типа зависимостей между работами при совмещенном выполнении: «старт-финиш», «старт-старт», «финиш-финиш» и «финиш-старт». В статье рассматриваются зависимости «финиш-старт» как наиболее распространенные.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: календарный план, работа, жесткая зависимость, рекомендательная зависимость.

Barkalov S.A. – doctor of technical science, professor
Senyushkin A.V. – post-graduate student
Yanin A.G. – post-graduate student
Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering

TIME SCHEDULE CONSTRUCTION UNDER VOLUNTARY DEPENDENCES BETWEEN WORKS

ABSTRACT

The article deals with the algorithms for solution the problem of constructing the time schedule with minimum duration of the project. Four dependences between works under simultaneous implementation are known: start-finish, start-start, finish-finish, finish-start. The article considers dependences finish-start as the most common ones.

KEYWORDS: time schedule, work, rigid dependence, voluntary dependence.

Известны четыре типа зависимостей между работами при совмещенном выполнении: «старт-финиш», «старт-старт», «финиш-финиш» и «финиш-старт» [1, 2], причем следует отметить, что наиболее часто встречаются зависимости «финиш-старт». Эти зависимости имеют обязательный характер, то есть должны выполняться неукоснительно (недаром их еще называют жесткими зависимостями). Однако на практике нередки ситуации, когда эти зависимости носят не обязательный, а рекомендательный характер. Другими словами, они могут нарушаться, но их нарушение ведет к определенным потерям: либо к увеличению продолжительности работ, либо к росту затрат на реализацию проекта. Следует отметить, что обычные жесткие зависимости можно формально вести к зависимостям рекомендательного типа, если ввести большие потери или значительное увеличение продолжительности работы при их нарушении. Зависимости рекомендательного типа будем называть также мягкими (в отличие от жестких зависимостей).

Итак, пусть имеется проект из n работ, мягкие зависимости между которыми описаны сетевым графиком (рис. 1). В дальнейшем будем рассматривать наиболее распространенные зависимости «финиш-старт». Вершины сетевого графика соответствуют работам проекта. В верхней половине вершины указан номер работы, а в нижнем – ее продолжительность. Дуги соответствуют мягким зависимостям между работами. Для каждой дуги заданы два числа a_{ij} и b_{ij}. Первое число $a_{ij} \geq 0$ определяет увеличение продолжительности работы j, если зависимость (i;j) нарушается, то есть если работа j начата до окончания работы i. Второе число $b_{ij} \geq 0$ определяет увеличение затрат на выполнение работы j, если зависимость (i,j) нарушается.

Для описанной модели возможны различные постановки задач.

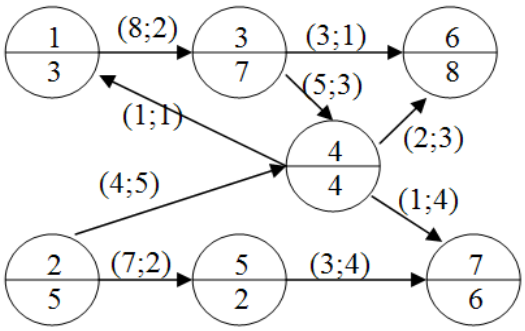

Рис. 1

Задача 1. Пусть заданы только числа a_{ij} (можно считать, что все b_{ij} =0). Требуется определить календарный план с минимальной продолжительностью проекта.

Задача 2. Пусть заданы только числа b_{ij} (можно считать, что все a_{ij} =0). Требуется определить календарный план с минимальными дополнительными затратами.

Задача 3. Пусть заданы оба числа a_{ij} и b_{ij}. Определить календарный план, при котором проект выполняется за время T, а увеличение затрат минимально.

Заметим, что сетевой график при мягких зависимостях может иметь контуры, в отличие от сетевого графика при жестких зависимостях.

Пример 1. Рассмотрим задачу 1 на примере сетевого графика рис. 1 (учитываем, только первые числа у дуг, определяющие только увеличение продолжительностей работ). Оптимальный сетевой график приведен на рис. 2.

Продолжительность проекта составляет T=13 (пунктиром показаны зависимости, которые нарушаются).

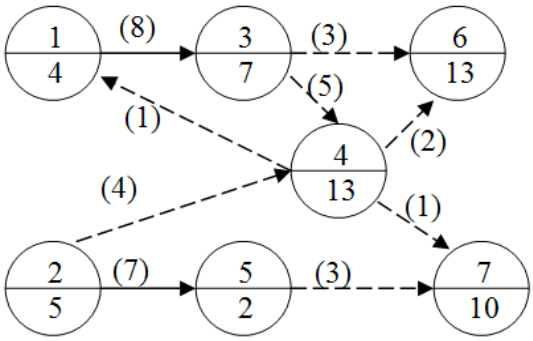

Рис. 2

Пример 2. Рассмотрим теперь задачу 2, полагая, что все a_{ij} =0. Пусть T=14. Оптимальный сетевой график приведен на рис. 3 (критические пути выделены толстыми дугами).

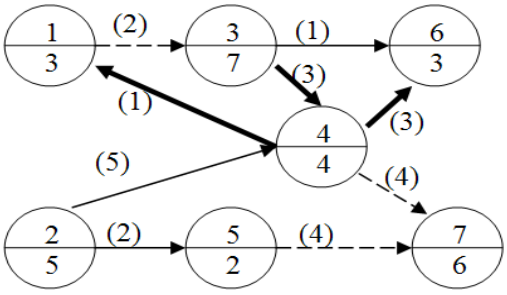

Рис. 3

Дополнительный рост стоимости проекта составляет S=6.

Рассмотрим алгоритм решения задачи построения календарного плана с минимальной продолжительностью проекта.

Присваиваем всем работам сетевого графика начальные индексы $\lambda_i=\tau_i$, $i=\overline{1,n}$ [3]. Рассматриваем каждую работу i. Обозначим через Q_i – множество работ, предшествующих работе i, то есть в сетевом графике существует дуга (j, i) для $j\in Q_i$. Обозначим через m_i – число дуг, заходящих в вершину i (число элементов множества Q_i). Рассмотрим все подмножества из m_i элементов (их число равно 2^{m_i}). Для каждого подмножества, содержащего вершины $R_i \subset Q_i$, вычисляем:

$$t_i\left(R_i\right)=\tau_i+\max_{j\in R_i}\lambda_j+\sum_{j\in R_i}a_{ji}\,. \qquad (1)$$

Определяем новый индекс вершины i:

$$\lambda_i=\min_{R_i}t_i\left(R_i\right). \qquad (2)$$

Алгоритм заканчивается, когда все индексы установятся. Конечность алгоритма следует из того, что последовательность индексов для каждого i является возрастающей. С другой стороны, индексы λ_i ограничены величиной:

$$T=_i\ \tau_i+\sum_{j\in Q_i}a_{ji}.$$

Пример 3. Рассмотрим сетевой график (рис. 4).

1 шаг. $t_1=2$, $t_2=3$, $t_3=1$, $t_4=4$, $t_5=2$, $t_6=3$.

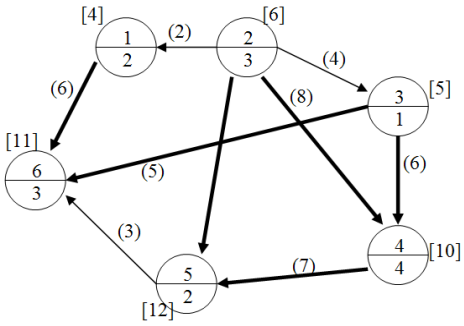

Рис. 4

2 шаг. Рассматриваем вершину 1. В нее заходит одна дуга (2, 1). Если соответствующую зависимость не учитывать, то продолжительность работы увеличится на 2 единицы и будет равна $t_1=4$. Если же зависимость (2, 1) учитывать (считать жесткой), то момент окончания работы будет равен $t_1=2+3=5$. Поэтому выгоднее зависимость (2, 1) не учитывать. Имеем $\lambda_i=min\left(4;5\right)=4$.

Рассматриваем вершину 2. В нее заходит также только одна дуга (6;2). Если соответствующую зависимость не учитывать, то момент окончания работы 2 будет равен $t_2=3+3=6$. Если не учитывать, то $t_1=\tau_6+\tau_2=6$. Обе величины равны, поэтому $\lambda_2=6$.

Рассматриваем работу 3. В нее также заходит только одна дуга (2, 3). Если соответствующую зависимость не учитывать, то $\lambda_3=\tau_3+a_{23}=5$, а если учитывать, то $\lambda_3=\lambda_2+\tau_3=6+1=7$.

Выбираем минимальное время $\lambda_3=min\left(5;7\right)=5$.

Рассматриваем работы 4. В данном случае в величину 4 заходят две дуги (2;4) и (3;4). Поэтому имеются 4 варианта.

Обе зависимости (2, 4) и (3, 4) не учитываем. Продолжительность работы увеличивается на $a_{24}+a_{34}=8+6=14$ и момент ее окончания $\lambda=4+14=18$.

Учитываем только одну зависимость (2,4). Продолжительность работы 4 увеличивается на $a_{34}=16$, а момент ее окончания равен $\lambda=t_2+\tau_4+a_{34}=4+6+6=16$.

Учитываем только зависимость (3,4). Продолжительность работы увеличивается на $a_{24} = 8$, а момент ее завершения равен $\lambda = t_3 + \tau_4 + a_{24} = 5 + 8 + 4 = 17$.

Учитываем обе зависимости (2, 4), (3, 4). Продолжительность работы не увеличивается, а момент ее завершения равен

$\lambda = max(\lambda_2; \lambda_3) + \tau_4 = 6 + 4 = 10$.

Выбираем вариант с минимальной величиной λ, то есть

$\lambda_4 = min(18, 16, 17, 10) = 10$.

Рассматриваем работу 5. В нее также заходят две дуги (2, 5) и (4, 5), поэтому рассматриваем четыре варианта. Обе зависимости не учитываем. Имеем

$\lambda = \tau_5 + a_{25} + a_{45} = 2 + 4 + 7 = 13$. Учитываем зависимость (2, 5). Имеем

$\lambda = \tau_5 + a_{45} + \lambda_2 = 2 + 7 + 6 = 15$.

Учитываем зависимость (4, 5). Имеем $\lambda = \tau_5 + a_{25} + \lambda_4 = 2 + 4 + 10 = 16$. Учитываем обе зависимости (2, 5) (4, 5). Имеем $\lambda = max(\lambda_2; \lambda_4) + \tau_5 = 2 + 10 = 12$.

Выбираем четвертый вариант $\lambda_5 = 12$.

Рассматриваем работу 6. В вершину 6 заходят три дуги (1,6) (3,6) и (5,6), в данном случае имеем 2^3=8 вариантов. Все три зависимости не учитываем. Имеем $\lambda = \tau_6 + a_{16} + a_{36} + a_{56} = 3 + 6 + 5 + 3 = 17$

Учитываем зависимость (1,6). Имеем

$\lambda = \tau_6 + a_{36} + a_{56} + \lambda_1 = 3 + 5 + 3 + 4 = 15$.

Учитываем зависимость (3,6). Имеем

$\lambda = \tau_6 + a_{16} + a_{56} + \lambda_3 = 3 + 6 + 3 + 5 = 17$.

Учитываем зависимость (5,6). Имеем

$\lambda = \tau_6 + a_{16} + a_{36} + \lambda_5 = 26$.

Учитываем зависимости (1,6) и (3,6). Имеем

$\lambda = \tau_6 + a_{56} + max(\lambda_1; \lambda_3) = 3 + 3 + 5 = 11$.

Учитываем зависимости (1,6) и (5,6). Имеем

$\lambda = \tau_6 + a_{36} + max(\lambda_1; \lambda_5) = 3 + 5 + 12 = 20$.

Учитываем зависимости (3,6) и (5,6).

Имеем $\lambda = \tau_6 + a_{16} + max(\lambda_3; \lambda_5) = 21$.

Учитываем все три зависимости (1,6), (3,6) и (5,6). Имеем

$\lambda = max(\lambda_1; \lambda_3; \lambda_5) + \tau_6 = 15$.

Выбираем пятый вариант $\lambda_6 = 11$.

Проверим корректировку индексов вершин в том же порядке.

Рассматриваем вершину 1. Имеем одну заходящую дугу и значит два варианта $\lambda_2 = min(\tau_1 + a_{21}; \tau_1 + \lambda_2) = 4$.

Величина индекса не изменилась.

Рассматриваем вершину 2. Имеем такие два варианта

$\lambda_2 = min(\tau_2 + a_{62}; \tau_2 + \lambda_6) = 6$.

Величина индекса не изменилась.

Рассматриваем вершину 3. Имеем два варианта

$\lambda_3 = \tau_3 + min(a_{23}; \lambda_2) = 5$.

Величина индекса не изменилась.

Рассматриваем вершину 4. Имеем три варианта, так как в вершину 4 заходят 2 дуги. Имеем

$\lambda_4 = \tau_4 + min(6; 13; 18) = 10$.

Величина индекса не изменилась.

Рассматриваем вершину 5. Имеем три варианта

$\lambda_5 = \tau_5 + min(10;13;11) = 12$.

Величина индекса не изменилась.

Рассматриваем вершину 6. Имеем четыре варианта, так как в вершину 6 заходят 3 дуги. Имеем $\lambda_6 = \tau_6 + min(12;8;12) = 11$.

Величина индекса не изменилась.

Поскольку индексы установлены, то алгоритм закончен.

Теорема. Установившиеся значения индексов λ_i определяют минимальные ранние сроки завершения работ.

Доказательство. Заметим, что величины индексов, получаемые на каждом шаге, являются нижними оценками моментов окончания соответствующих работ. После того как индексы установились, можно выделить зависимости, которые становятся жесткими зависимостями. Можно построить сетевой график выполнения работ с учетом только жестких зависимостей. Очевидно, что этот сетевой график не имеет контуров. Рассчитывая его известными алгоритмами (с учетом того, что зависимости, которые не выполняются, приводят к увеличению продолжительностей работ), мы получим те же самые установившиеся индексы. Это доказывает теорему.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баркалов С.А. Теория и практика календарного планирования в строительстве. – Воронеж: ВГАСА, 1999. – 216 с.
2. Курочка П.Н. Моделирование задач организационно-технологического проектирования. – Воронеж: ВГАСУ, 2004. – 204 с.
3. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. – М.: Синтег, 1997. – 188 с.
4. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Гилязов Н.М. Методы агрегирования в управлении проектами. – М.: ИПУ РАН, 1999. – 55 с.
5. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. – М.: СИНТЕГ, 2001. – 265 с.
6. Баркалов С.А., Маилян А.Л. О выборе управленческого решения в условиях неопределенности // Научный вестник Воронеж. гос. арх.-строит. ун-та. Строительство и архитектура, 2009, 4 (16). – С. 124-129.
7. Набиуллин И.Ф., Суровцев И.С. Формирование оптимального плана закупок // Научный вестник Воронеж. гос. арх.-строит. ун-та. Строительство и архитектура, 2010, 4 (20). – С. 156-162.
8. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Голенко-Гинсбург Д.И., Сидоренко Е.А. Алгоритм оптимального распределения ресурсов внутри проекта // ВЕСТНИК Воронеж. гос. техн. ун-та, 2010, т. 6, № 10. – С. 65-68.
9. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Сычев А.П., Хицков Д.Э. Задача выбора стратегий организационной системы в условиях неопределенности // ВЕСТНИК Воронеж. гос. техн. ун-та, 2010, т. 6, № 8. – С. 175-179.

REFERENCES

1. Barkalov S.A. Theory and practice of time scheduling in building construction. – Voronezh: VGASA, 1999. – 216 p.
2. Kurochka P.N. Modelling of the problems of organizational and technological design. – Voronezh: VGASU, 2004. – 204 p.
3. Burkov V.N., Novikov D.A. How to manage the projects. – Moscow: Sinteg, 1997. – 188 p.
4. Barkalov S.A., Burkov V.N., Gilyazov N.M. Methods of aggregation in project management. – M.: IPU RAN, 1999. – 55 p.
5. Burkov V.N., Zalozhnev A.Yu., Novikov D.A. Theory of graphs in orzanization system management. – M.: Sinteg, 2001. – 265 p.
6. Barkalov S.A., Mailyan A.L. On selection of management decision under uncertainty // Nauchny Vestnik VGASU. Stroitelstvo i arkhitektura, 2009, 4 (16). – P. 124-129.
7. Nabiullin I.F., Surovtsev I.S. Formation of optimal purchase plan // Nauchny Vestnik VGASU. Stroitelstvo i arkhitektura, 2009, 4 (16). – P. 124-129.
8. Barkalov S.A., Burkov V.N., Golenko-Ginsburg D.I., Sidorenko Ye.A. An algorithm of the optimal resource distribution in projects // Vestnik VGTU, 2010, vol. 6, № 10. – P. 65-68.
9. Barkalov S.A., Burkov V.N., Sychev A.P., Khitskov D.E. The problem of selection of strategies of organization system under uncertainty // Vestnik VGTU, 2010, vol. 6, № 10. – P. 175-179.