УДК 691.33
Гришин И.В. – аспирант
E-mail: il6357@yandex.ru
Каюмов Р.А. – доктор физико-математических наук, профессор
E-mail: kayumov@rambler.ru
Иванов Г.П. – кандидат технических наук, доцент
E-mail: ivanovGPI@mail.ru
Казанский государственный архитектурно-строительный университет

К РАСЧЁТУ ПОКРЫТИЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МОСТОВ С ОРТОТРОПНОЙ ПЛИТОЙ НА ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

АННОТАЦИЯ

Рассмотрены 3 расчётные модели, позволяющие приближённо оценить напряжённо-деформированное состояние (НДС) асфальтобетонных покрытий металлических мостов с ортотропной плитой и их сопротивляемость образованию трещин. Первая модель описывает плиту, защемлённую по краям. Вторая модель описывает свободную плиту с деформациями, постоянными по толщине. Третья модель описывает свободную плиту с деформациями, линейно изменяющимися по толщине.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: металлические мосты, ортотропная плита, асфальтобетонные покрытия, расчёт покрытий, температурные напряжения.

Grishyn I.V. – post-graduate student
Kayumov R.A. – doctor of physicomathematical sciences, professor
Ivanov G.P – candidate of technical sciences, associate professor
Kazan State University of Architecture and Engineering

ABOUT STRESSED STATE COMPUTATION OF STEEL BRIDGE ASPHALTIC PAVEMENT LAID ON ORTHOTROPIC SLAB

ABSTRACT

Three computational models are represented which allow approximately estimate stressed–strain condition of steel bridge asphaltic pavement laid on orthotropic slab. First model describes slab restrained on both edges. Second model describes free slab with deformations constant on depth. Third model describes free slab with deformations linearly changing on depth.

KEYWORDS: steel bridge, orthotropic slab, asphaltic pavement, pavement computation, temperature stresses.

Цель работы и выбор рассматриваемой конструкции и её параметров

Целью статьи является оценка НДС асфальтобетонных покрытий металлических мостов. Это продиктовано отсутствием методов расчёта таких покрытий, вследствие чего они часто назначаются по требованиям, разработанным для автомобильных дорог. Одной из возможных причин образования трещин в покрытиях мостов может являться перепад температур. Для проверки этого предположения ниже рассмотрены 3 плоские модели многослойной плиты. Влияние скорости температурного нагружения и температуры учитывается приближённо при назначении физико-механических характеристик асфальтобетона. Напряжения определяются в продольном направлении (обозначенном индексом I, совпадающем с направлением оси моста) и в перпендикулярном ему направлении (обозначенном индексом II). В каждом направлении НДС при цилиндрическом изгибе плиты рассматривается независимо от другого направления.

Работа моделей рассматривается на примере ортотропной плиты металлического моста, со следующими размерами. Ширина ортотропной плиты (в поперечном направлении) была принята равной $L` = 4$ м. Шаг продольных рёбер $L_3 = 0{,}4$ м, шаг поперечных рёбер $L_2 = 1$ м. При этом принято 9 продольных рёбер. Значение размера плиты в продольном направлении было принято равным $L = 50м$. При этом принято 51 поперечное ребро. Геометрические параметры поперечных и продольных рёбер показаны на рис. 1.

Были использованы следующие физико-механические характеристики:

- *Металл ортотропной плиты*. Модуль упругости стали $E_{ст} = 2.06 * 10^6 \frac{кг}{см^2}$. Коэффициент линейного температурного расширения стали предполагался не зависящим от температуры и равным $a_{ст} = 1 \times 10^{-5} °C^{-1}$. Коэффициент Пуассона стали $m_{ст} = 0.3$ [5].

- *Асфальтобетон*. Модуль упругости асфальтобетона принимался согласно [3] в зависимости от температуры (рис. 2). Значение модуля упругости в [3] определялось прикладыванием изгибающей нагрузки на образец-балку ступенями по 0.6 кг/см² через каждые 15 сек. и указано в таблице 1. Верхнее значение соответствует кривой на рис. 2 а, нижнее – кривой на рис. 2 б. В качестве основного примем значение, соответствующее среднему арифметическому из двух имеющихся.

Таблица 1

Температура, °C	-10	-20	-30
Модуль упругости асфальтобетона, кг/см²	$4.2*10^3$ $5*10^3$	$10.2*10^3$ $10*10^3$	$16*10^3$ $14.5*10^3$

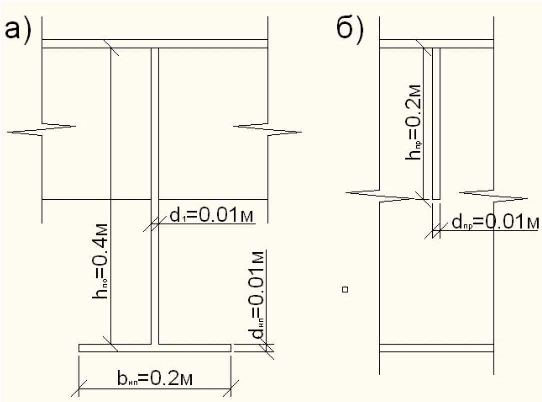
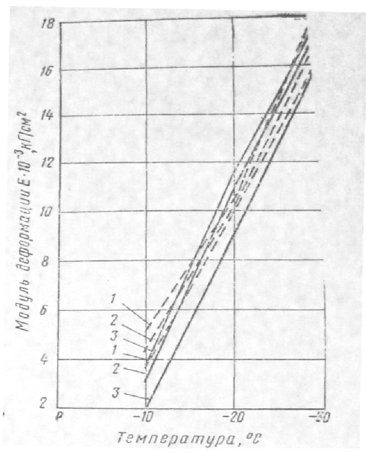
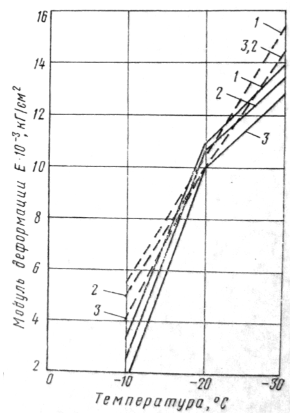


Рис. 1. а) поперечное ребро; б) продольное ребро



а)



б)

Рис. 2.

Влияние температуры на относительное удлинение ε и модуль деформации Е песчаного асфальтобетона:
а) 16 % минерального порошка; б) 10 % минерального порошка;
1 – 4 % битума; 2 – 6 % битума; 3 – 8 % битума;
---------- – битум БНД-200/300; --------- – битум БНД-90/130

Мы располагаем в данном случае значениями для модулей упругости в диапазоне от -10 °С до -30 °С. Можно произвести регрессию имеющихся данных с помощью линейной функции (прямой линии). Тогда зависимость модуля упругости от температуры выразилась бы следующей функцией (в кг/см^2):

$$E_{аб} = -5.05 \times 10^2 T \qquad (1)$$

где T – текущая температура, °С.

Данная формула применима в диапазоне температур от -10°С до -30°С.

Значения коэффициента Пуассона для асфальтобетона были приняты согласно [2] и представлены в таблице 2:

Таблица 2

Температура, °С	+15	+5	-11	-20
Коэффициент Пуассона	0.29	0.18	0.09	0.07

По этим данным была проведена регрессия с помощью полинома третьей степени, в результате чего получена следующая зависимость:

$$m_{аб} = 0.142 + 6.573 \times 10^{-3} \times T + 1.886 \times 10^{-4} \times T^2 + 2.018 \times 10^{-6} \times T^3 \qquad (2)$$

где Т – текущая температура, °С.

Необходимо отметить, что формулу (2) можно использовать в основном для отрицательных температур, т.к. при температуре более +20 °С значение $m_{аб}$ приближается к 0.5, а оно должно быть в любом случае меньше. Поэтому в дальнейшем будем считать, что $m_{аб} \le 0.3$.

Коэффициент линейного температурного расширения для асфальтобетона принимался не зависящим от температуры и равным $a_{аб} = 3.5 \times 10^{-5} °C^{-1}$.

- *Защитно-сцепляющий слой.* Физико-механические характеристики защитно-сцепляющего слоя (мостопласт или изопласт) в первом приближении были приняты равным характеристикам битума, как основного компонента этих материалов. Значения модуля упругости битума $E_{з.с.}$ были приняты по [4] и представлены в таблице 3:

Таблица 3

Температура, °С	+10	+5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35
Модуль упругости, кг/см^2	10	17.8	31.6	56.2	100	177.8	316.2	398.1	501.2	562.3

После проведения регрессии данных из таблицы 3 с помощью полинома третьей степени в MathCAD модуль упругости защитно-сцепляющего слоя может быть представлен следующей функцией (в кг/см^2):

$$E_{з.с.} = 14 - 5.7 \times T + 0.6 \times T^2 + 8.4 \times 10^{-3} \times T^3 \qquad (3)$$

где Т – текущая температура, °С.

Значение коэффициент Пуассона для защитно-сцепляющего слоя примем равным значению для асфальтобетона $m_{аб} = m_{з.с.}$.

Значение коэффициента объёмного температурного расширения для битума согласно [1] примем равным 0.0006. В случае изотропного материала значение линейного температурного расширения очевидно можно найти по формуле $a = \sqrt[3]{a_V + 1} - 1$, где a_V – коэффициент объёмного температурного расширения. Тогда для битума $a_{з.с.} = 0.0002$ в предположении независимости его от температуры.

Модель 1.

Рассматривается многослойная плита, с жёстким защемлением по обоим концам (рис. 3).

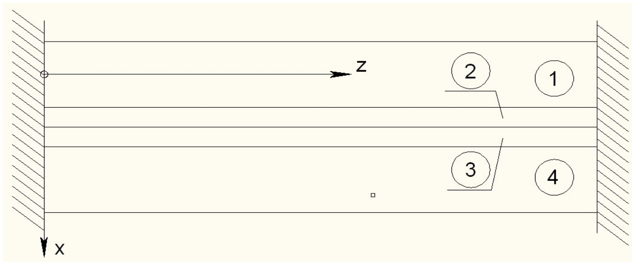


Рис. 3.
1 – слой асфальтобетона; 2 – защитно-сцепляющий слой;
3 – слой металлического настила ортотропной плиты;
4 – слой продольных или поперечных рёбер ортотропной плиты

При этом предполагается, что поворот сечений плиты невозможен и рассматриваются только продольные смещения. Ввиду жёсткого защемления продольные деформации в любом слое равны нулю, т.е. $e\left(x\right)=0$. Выражая деформации в виде суммы упругих и температурных составляющих, получим следующие уравнения, описывающие данную модель:

$$s_i^j(x)\frac{1-m_i^2}{E_i}+a_i\times\Delta T_i\left(x\right)=0 \qquad (4)$$

где i – номер слоя; j – направление;

$\Delta T_i\left(x\right)=T_i^{(1)}\left(x\right)-T_i^{(0)}(x)$ – перепад температуры в i-ом слое;

$T_i^{(0)}(x)$ – температура в начальный момент времени в i-ом слое;

$T_i^{(1)}\left(x\right)$ – температура в текущий момент времени в i-ом слое;

a_i – коэффициент линейного температурного расширения i-го слоя;

E_i – модуль упругости i-го слоя для текущего значения температуры;

m_i – коэффициент Пуассона i-го слоя для текущего значения температуры;

Поскольку деформации в такой модели всюду равны нулю, то взаимодействия между слоями не будет. Это означает, что каждый слой можно рассматривать независимо от других и напряжения в направлениях I и II равны. Будем исследовать только НДС асфальтобетона, поэтому будем рассматривать первый слой. Напряжения из (4) выразятся следующим образом:

$$s_1^I=s_1^{II}=-\frac{E_1}{1-m_1^2}\times a_1\times\Delta T_1$$

В качестве примера рассматривался случай, когда температура принималась постоянной по толщине и равной в начальный момент времени $T_0=+30°C$, в текущий момент времени равной $T_1=-32.6°C$. Для значения температуры T_1 находим по формуле (1), что модуль упругости равен $E_1=16.5\times10^3\frac{кг}{см^2}$. Для $\Delta T_1=-62.6°C$ и $a_1=a_{аб}=3.5\times10^{-5}°C^{-1}$ получаем значения напряжений:

$$s_1^I=s_1^{II}=36.2\frac{кг}{см^2}$$

Предел прочности при растяжении был взят из [3], где указываются результаты испытания асфальтобетонных образцов на растяжение при изгибе. Для асфальтобетонной смеси значения предела прочности при растяжении следующие:

$r_{-10}=40\frac{кг}{см^2}$ – при -10 °C; $r_{-20}=60\frac{кг}{см^2}$ – при -20 °C; $r_{-30}=55\frac{кг}{см^2}$ – при -30 °C;

Для $T_1 = -32.6°C$ прочность была принята равной $r_{-30} = r_{-32.6} = 55\frac{кг}{см^2}$. Можно видеть, что $s_1^I = s_1^{II} < r_{-32.6}$. Т.е. согласно данной модели при выбранном перепаде температур напряжения достигают 66 % от сопротивления разрушению.

Модель 2.

Рассматривается четырёхслойная плита, не имеющая закреплений на обоих краях, сечения которой не имеют возможности поворота. Т.е. имеются только продольные смещения, а из-за невозможности поворота сечения, продольные деформации постоянны по всей толщине. Схема модели приведена на рис. 4, где координаты границ слоёв обозначены как h_i.

Условие равенства деформаций по толщине коротко выражается в следующем виде:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = c$$

Выражая деформации в полном виде, получим следующую систему уравнений:

$$\sigma_i^j(x)\frac{1-\mu_i^2}{E_i} + \alpha_i \cdot \Delta T_i(x) = c^j \qquad (5)$$

где $i = \overline{1,4}$ – номер слоя; j – направление;

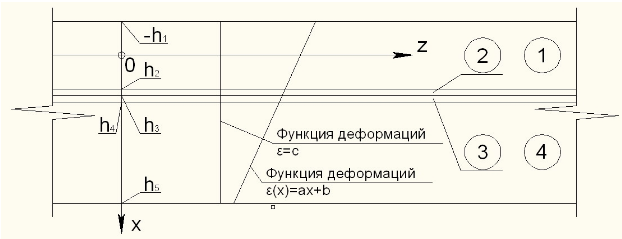


Рис. 4. 1 – слой асфальтобетона; 2 – защитно-сцепляющий слой;
3 – слой металлического настила ортотропной плиты;
4 – слой продольных/поперечных рёбер ортотропной плиты

Кроме того, т.к. концы плиты свободны, должны выполняться уравнения равновесия в виде равенства нулю равнодействующих сил в направлении I:

$$L`\int_{-h_1}^{h_2}\sigma_1^I(x)dx + L`\int_{h_2}^{h_3}\sigma_2^I(x)dx + L`\int_{h_3}^{h_4}\sigma_3^I(x)dx + \int\sigma_4^I(x)dA = 0 \qquad (6)$$

где h_i – указаны на рис. 4.

В качестве примера принимались следующие значения h_i:

$h_1 = 0.05м, h_2 = 0.05м, h_3 = 0.055м, h_4 = 0.065м$

И условия равновесия в направлении II вытекает:

$$L\int_{-h_1}^{h_2}\sigma_1^{II}(x)dx + L\int_{h_2}^{h_3}\sigma_2^{II}(x)dx + L\int_{h_3}^{h_4}\sigma_3^{II}(x)dx + \int\sigma_4^{II}(x)dA = 0 \qquad (7)$$

Температурные условия принимались такими же, как при рассмотрении модели 1 (они дают наибольшее значение напряжений). Температура продольных и поперечных рёбер жёсткости принята равной температуре свободного края плиты и одинаковой по всей их площади.

Далее из уравнений (5) выражаем напряжения $\sigma_i^j(x)$ через c^j, подставляем в уравнение (6), интегрируем и находим c^j. В четвёртом слагаемом формулы (6) подынтегральная функция не зависит от дифференциала площади и потому представляется в виде:

$$\sigma_i^j(x)\cdot\int dA = A_4^j \cdot \sigma_4^j(x)$$

Здесь $A_4^I = 9 \cdot h_{пр} \cdot d_{пр} = 0.018м^2$ – площадь поперечного сечения всех продольных рёбер. $A_4^{II} = 51 \cdot (A_{4ст}^{II} + A_{4по}^{II})$ – площадь поперечного сечения всех поперечных рёбер, где $A_{4ст}^{II} = d_1 \cdot h_{по} = 0.004\ м^2$ – площадь поперечного сечения стенки поперечного ребра, $A_{4по}^{II} = b_{нп} \cdot d_{нп} = 0.002\ м^2$ – площадь поперечного сечения полки поперечного ребра. Тогда $A_4^{II} = 0.306\ м^2$.

Остальные подынтегральные функции необходимо интегрировать. Подставляя найденные значения в уравнения (5), находим напряжения в интересующих слоях плиты.

Расчёт по вышеописанной схеме был выполнен в программе Maple 10.0. Результаты расчёта приведены ниже:

$$\sigma_1^{II} = 24.6\frac{кг}{см^2};\ \sigma_2^{II} = 6.5\frac{кг}{см^2};\ \sigma_3^{I} = -171.9\frac{кг}{см^2};\ \sigma_4^{II} = -171.9\frac{кг}{см^2};$$

$$\sigma_1^{I} = 24.7\frac{кг}{см^2};\ \sigma_2^{I} = 6.5\frac{кг}{см^2};\ \sigma_3^{I} = -155.4\frac{кг}{см^2};\ \sigma_4^{I} = -155.4\frac{кг}{см^2}.$$

Сравнивая значения напряжений в слое асфальтобетона σ_1 со значением предела прочности на растяжение при температуре -32.6 °С, равным $r_{-32.6} = 55\frac{кг}{см^2}$, можно видеть, что согласно данной модели напряжения в асфальтобетоне составляют 45 % от сопротивления разрушению.

Модель 3.

Рассматривается четырехслойная плита, не имеющая закреплений на обоих краях, для которой принимали гипотезу плоских сечений. Схема плиты и функция продольных деформаций представлена на рис. 4.

Исходя из вышесказанного, продольные деформации выражаются одной и той же линейной функцией для всех слоёв. Это условие можно представить в виде:

$$\varepsilon_1^j(x) = \varepsilon_2^j(x) = \varepsilon_3^j(x) = \varepsilon_4^j(x) = a^j \cdot x + b^j.$$

Выражая деформации в виде суммы упругих и температурных составляющих, получим следующую систему уравнений:

$$\sigma_i^j(x)\frac{1-\mu_i^2}{E_i} + \alpha_i \cdot \Delta T_i(x) = a^j \cdot x + b^j, \qquad (8)$$

где $i = \overline{1,4}$ – номер слоя; j – направление.

Кроме того, т.к. концы плиты свободны, должны выполняться следующие уравнения равновесия в виде равенства нулю суммы внутренних сил в направлении I:

$$\mathrm{L`}\int_{-h_1}^{h_2}\sigma_1^{\mathrm{I}}(x)dx + \mathrm{L`}\int_{h_2}^{h_3}\sigma_2^{\mathrm{I}}(x)dx + \mathrm{L`}\int_{h_3}^{h_4}\sigma_3^{\mathrm{I}}(x)dx + \int\sigma_4^{\mathrm{I}}(x)dA = 0 \qquad (9)$$

$$L`\int_{-h_1}^{h_2}{}_1^I(x)xdx + L`\int_{h_2}^{h_3}\sigma_2^I(x)xdx + L`\int_{h_3}^{h_4}\sigma_3^I(x)xdx + \int\sigma_4^I(x)xdA = 0 \qquad (10)$$

Аналогично записываются уравнения равновесия в направлении II:

$$L\int_{-h_1}^{h_2}\sigma_1^{II}(x)dx + L\int_{h_2}^{h_3}\sigma_2^{II}(x)dx + L\int_{h_3}^{h_4}\sigma_3^{II}(x)dx + \int\sigma_4^{II}(x)dA = 0 \qquad (11)$$

$$L\int_{-h_1}^{h_2}\sigma_1^{II}(x)xdx + L\int_{h_2}^{h_3}\sigma_2^{II}(x)xdx + L\int_{h_3}^{h_4}\sigma_3^{II}(x)xdx + \int\sigma_4^{II}(x)xdA = 0 \qquad (12)$$

Температурные условия, приводящие к максимальным напряжениям, принимались аналогично моделям 1 и 2. Все обозначения соответствуют указанным ранее.

Четвёртое слагаемое в уравнении (9) может быть выражено в следующем виде:

$$l \cdot \int_{h_4}^{h_5}\sigma_4^I(x)dx,$$

где $l = 9d_{пр} = 0.9м$ – суммарная ширина всех продольных рёбер;

$h_5 = 0.265м$ – координата, соответствующая низу продольного ребра.

По такому же принципу выражается четвёртое слагаемое в выражении (10):

$$l \cdot \int_{h_4}^{h_5}\sigma_4^I(x)xdx$$

Четвёртое слагаемое в уравнениях (11) и (12) соответствует поперечному ребру, состоящему из двух элементов: стенки и полки. В связи с этим оно может быть представлено в виде суммы двух интегралов, в первом из которых подынтегральная функция выражает напряжения в стенке, а во втором – напряжения в полке:

$$\int \sigma_4^{II}(x)dA = l` \int_{h_4}^{h_6} \sigma_5^{II}(\chi)dx + l`` \int_{h_6}^{h_7} \sigma_6^{II}(x)dx \qquad (13)$$

$$\int \sigma_4^{II}(x)xdA = l` \int_{h_4}^{h_6} \sigma_5^{II}(x)xdx + l`` \int_{h_6}^{h_7} \sigma_6^{II}(x)xdx \qquad (14)$$

где

$l` = d_1 \cdot 51 = 0.51м$ – суммарная ширина всех стенок поперечных рёбер;

$l`` = {}_{нп} \cdot 51 = 10.2м$ – суммарная ширина всех полок поперечных рёбер;

$\sigma_5^{II}(x)$ и $\sigma_6^{II}(x)$ – функции напряжений в стенке и полке соответственно;

$h_6 = 0.465м$ – координата низа стенки поперечного ребра;

$h_7 = 0.475м$ – координата низа полки поперечного ребра.

С учетом вышеописанного для $j = I$ соотношения для деформаций будут иметь вид (8) при $i = \overline{1,4}$. Для $j = II$ первые 3 уравнения будут иметь вид (8) при $i = \overline{1,3}$, а вместо уравнения (8) при $i = 4$ будут иметь место два уравнения вида:

$$\sigma_5^j(x)\frac{1-\mu_5^2}{E_5} + \alpha_5 \cdot \Delta T_5(x) = a^{II} \cdot x + b^{II} \qquad (15)$$

$$\sigma_6^j(x)\frac{1-\mu_6^2}{\langle_6} + \alpha_6 \cdot \Delta T_6(x) = a^{II} \cdot x + b^{II} \qquad (16)$$

Для определения неизвестных величин a^j и b^j выражаем из уравнения (8), (15), (16) напряжения $\sigma_i^j(x)$ через остальные величины, подставляем в уравнения (9)-(12) и интегрируем с учётом (13), (14). В результате получим систему из четырёх уравнений с четырьмя неизвестными. Решая их, находим a^j и b^j. Используя эти значения, находим напряжения в направлении I и II из (8). Данные вычисления были проведены в программе Maple 10.0. Результаты расчёта приведены на рис. 5

.

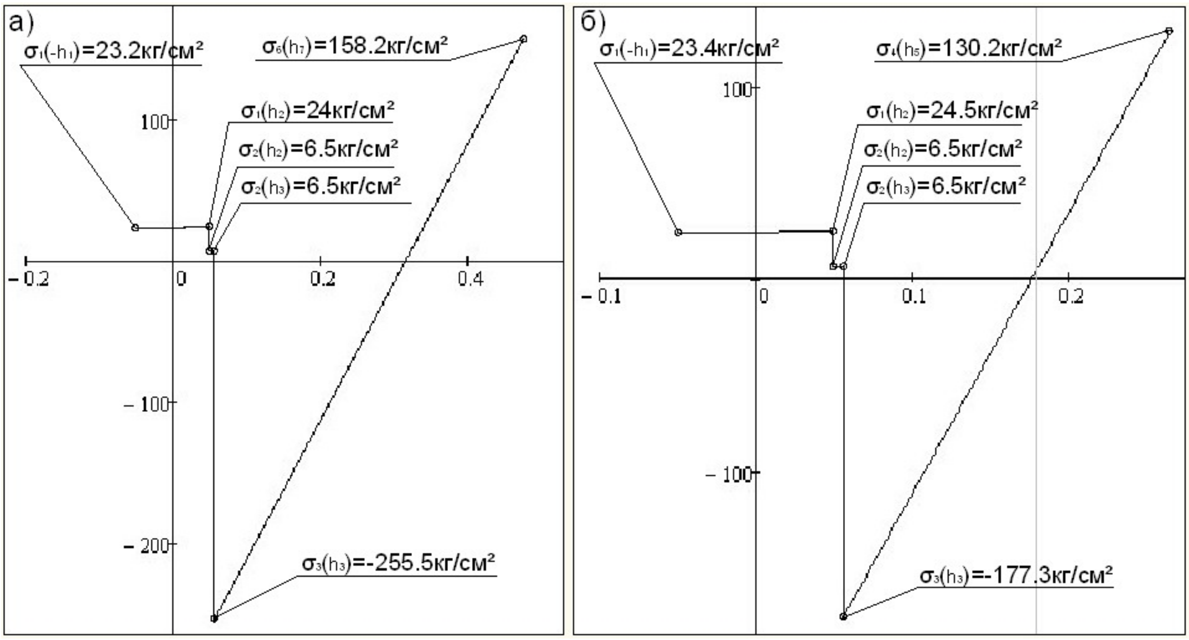


Рис. 5. а) результаты вычисления напряжений в направлении I;
б) результаты вычисления напряжения в направлении II

Выводы.

Исходя из вышеописанных результатов температурный фактор можно считать достаточно сильно влияющим на НДС для необходимости его учёта. Во всех трёх моделях в асфальтобетоне возникают напряжения порядка 50 % от сопротивления материала растяжению. В данных моделях не учитывалось возможное накопление деформаций и напряжений, не учитывалось старение асфальтобетона, приводящее к увеличению модуля упругости и не учитывалось влияние колёсной нагрузки. Кроме того, рассматривался песчаный асфальтобетон, имеющий меньший модуль упругости, чем среднезернистый или мелкозернистый асфальтобетон. В случае учёта этих факторов, напряжения от каждого из них будут накладываться друг на друга, что в результате может привести к возникновению трещин. Как и ожидалось, защемление плиты по краям, рассмотренное в модели 1, приводит к наибольшим напряжениям. Возможность же поворота сечения свободной плиты в модели 3, по сравнению со свободной плитой модели 2, сечения которой не имеют возможности поворота, приводит к незначительному уменьшению напряжений. Численные эксперименты показали, что в случае более высоких значений модуля упругости асфальтобетона разница в напряжениях между всеми моделями будет возрастать, как и разница напряжений в направлении I и II.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гезенцвей Л.Б. Асфальтовый бетон. – М.: Стройиздат, 1964. – 448 с.
2. Горелышев Н.В., Пантелеев Ф.Н. О пластичности дорожного асфальтового бетона // Труды МАДИ, 1933, вып. 15. – С. 138-152.
3. Козлова Е.Н., Санамова С.Р. К вопросу определения деформативной способности асфальтобетона при отрицательных температурах // Труды СОЮЗДОРНИИ, 1969, вып. 34. – С. 67-77.
4. Колбановская А.С., Михайлов В.В. Дорожные битумы. – М.: Транспорт, 1973. – 264 с.
5. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции. – М., 1990. – 125 с.

REFERENCES

1. Gezencvey L.B. Asphaltic concrete. – M.: Stroyizdat, 1964. – 448 p.
2. Gorelyshev N.V., Panteleev F.N. About road asphaltic concrete plasticity // Proceedings of MARI, 1933, vol. 15. – P. 138-152.
3. Kozlova E.N., Sanamova C.P. About strain capacity definition under negative temperature conditions // Proceedings of SOYUZDORNII, 1969, vol. 34. – P. 67-77.
4. Kolbanovskaya A.S., Michaylov V.V. Road bitumens. – M.: Transport, 1973. – 264 p.
5. SNIP II-23-81*. Steel constructions. – M., 1990. – 125 p.