УДК 69.059.4; 624.078

Лукашенко Виктор Иванович
кандидат технических наук, доцент
E-mail: vil_06_4444@mail.ru
Казанский государственный архитектурно-строительный университет
Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зелёная, д. 1
Дунаев Даниил Валерьевич
инженер
E-mail: dunaev_daniil1996@mail.ru
ООО «Проектно-коммерческая фирма «Зубр-Сервис»
Адрес организации: 420066, Россия, г. Казань, ул. Восстания, д. 102А
Бикмурзина (Шербан) Александра Васильевна
инженер
E-mail: av.sherban@mail.ru
ООО «Форум»
Адрес организации: 423570, Россия, г. Нижнекамск, пр. Химиков, д. 50а

Исследование сходимости определения ресурса элементов сооружения в условиях моделирования величин случайных параметров резерва прочности

Аннотация

Постановка задачи. Цель исследования – определение влияния условий моделирования величин случайных параметров резерва прочности на результаты расчета ресурса, как отдельных элементов стержневых сооружений, так и всей конструкции, при повторных малоцикловых статических нагружениях. Предполагается определение ресурса на стадии проектирования сооружения как числа повторных нагружений до исчерпания резерва прочности при двусторонней толерантной оценке его величины. Учитывая случайные характеристики воздействий с одной стороны и несущей способности элементов с другой стороны, а также наличие только интервальных значений параметров, характеризующих, в конечном счете, определение случайной величины резерва прочности, достоверность результатов может в значительной степени зависеть от моделирования не только распределения усилий в элементах сооружения, но и от моделирования параметров, определяющих предельную несущую способность элементов.

Результаты. Основные результаты состоят в том, что исследование резерва прочности как случайной величины путем построения его номограмм с различными входными данными при моделировании стационарного случайного процесса позволяет анализировать и делать достоверные выводы о сходимости результатов определения ресурса в зависимости от свойств как самой модели, так и от моделирования условий её работы. В качестве отказа для предварительного расчета минимального ресурса элемента и сооружения в целом принимается условие исчерпывания до нуля резерва прочности хотя бы в одном элементе сооружения.

Выводы. Значимость полученных результатов для строительной отрасли состоит в том, что на начальной стадии проектирования исследование изменения резерва прочности элементов позволяет определять и регулировать минимальный ресурс конструкции с заданной надежностью непоявления отказа хотя бы в одном элементе конструкции при повторных статических нагрузках.

Ключевые слова: стержневые сооружения, моделирование, расчетные схемы, случайные величины, минимальный ресурс, резерв прочности, надежность.

Введение

В работах Лукашенко В.И., Абдуллина Ф.Ф., Ахметзянова Р.И. «Постановка задачи определения ресурса отдельных элементов и всей конструкции при действии случайных ветровых нагрузок», Лукашенко В.И., Шмелева Г.Н., Хайдарова Л.И., Абдуллина Ф.Ф., Зиятдинова Э.К. «Вероятностный расчет ресурса стоек мобильных стержневых сооружений из строительных лесов Layher» изложены постановка и применение метода

определения минимального ресурса сооружения как числа повторных нагружений до отказа хотя бы одного элемента. Исследование случайной величины резерва прочности при множестве случайных факторов проводится в условиях стационарного случайного процесса, то есть считается, что в интервале жизненного цикла сооружения характеристики случайных величин, определяющих воздействия и несущую способность, не изменяются и нормально распределены в заданном интервале значений. Моделируя с заданным уровнем надежности все величины, по соотношениям [1, 2] значения начального резерва прочности получаются с тем же уровнем надежности. Чтобы доказывать сходимость по вероятности, достаточно уметь вычислять $P(|\xi_n-\xi|\geq\varepsilon)$ при больших n. Но для этого нужно знать распределение ξ_n, что не всегда возможно. Можем ли мы, обладая только информацией о распределениях, говорить о какой-либо сходимости последовательности случайных величин $\{\xi_n\}$ к случайной величине ξ? Сходимость «по вероятности», согласно определению, в задачах теории вероятностей, где, как правило, известны не сами случайные величины, а лишь их распределения позволяет решать эти задачи.

Если $E|\xi|\leq\infty$, то для любого $x\geq0$:

$$P(|x|^3\ x)\ £\ \frac{E|x|}{x}\cdot$$

Это часто называют неравенством Чебышёва, хотя в такой форме оно появилось впервые, видимо, в работах Маркова. Бьенеме и Чебышёв, независимо друг от друга, прямыми методами доказали неравенство:

$$P(|x-Ex|^3\ x)\ £\ \frac{Dx}{x^2}\cdot$$

Его можно получить как следствие неравенства Маркова для любого $x\geq0$, Если $E\xi^2\leq\infty$. В качестве следствия получается так называемое «правило трёх сигм», которое означает, что вероятность случайной величины отличаться от своего математического ожидания более чем на три корня из дисперсии, мала. Разумеется, для каждого распределения величина этой вероятности своя: для нормального распределения, например, 0,0027. Мы получим верную для всех распределений с конечной дисперсией оценку сверху для вероятности случайной величине отличаться от своего математического ожидания более чем на три корня из дисперсии.

В работах Хайдарова Л.И., Шмелева Г.Н., Зиятдинова Э.К. «Построение расчетных схем мобильных пространственных стержневых конструкций, моделирующих их действительную работу» и других [3-10] применяются различные подходы к исследованию прочности и надежности сооружений при неполной статистической информации. В данной работе резерв прочности как случайная величина, принимается распределенным но нормальному закону, что следует из моделирования определяющих значение случайных величин напряженного состояния и несущей способности элементов по нормальному закону.

Исследуемая статически определимая система

Исследуется многопролетная составная балка. Расчетная схема статически определимой системы показана на (рис. 1.).

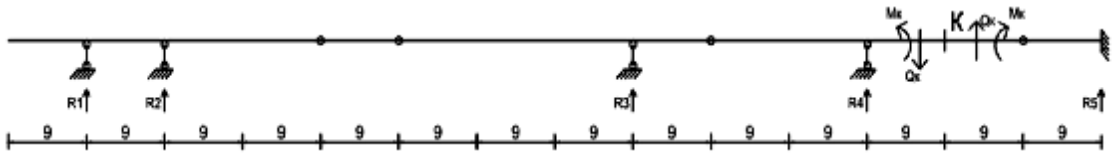

Рис. 1. Исследуемая статически определимая система (иллюстрация авторов)

Исходные данные: а=9 м.

Нагрузки подвижные (временные).

Случай 1: q +P1 (А-8 q_{min} = 8 кН/м, А-11 q_{max} = 11 кН/м, P_1 = 110 кН, в 1=1,5 м).

Случай 2: НК – 800 кН тяжелая техника (4×200 кН с шагом в 2= 1,2 м).

Случай 3: НК – 600 кН гусеничная техника (600 кН на длине в 3=5 м).

Нагрузки неподвижные (постоянные).

Собственный вес (покрытие, конструкция и оборудование):

$q_{пост}$ (от 55кН/м до 65кН/м).

Предполагается определение ресурса на стадии проектирования сооружения как числа повторных нагружений до исчерпания резерва прочности при двусторонней толерантной оценке его величины, учитывая случайные характеристики воздействий с одной стороны и несущей способности элементов с другой стороны, а также наличие только интервальных значений параметров.

Принятие в качестве «отказа» каждого элемента исчерпание его резерва прочности и исследование конечного числа таких элементов в условиях широкого спектра нагрузок позволяет определить минимальный ресурс сооружения как момент отказа одного из наиболее нагруженных элементов. Построение номограмм резерва прочности с различными входными данными при моделировании стационарного случайного процесса позволит анализировать достоверность и делать выводы о сходимости результатов.

Отказы вызваны влиянием случайных факторов, поэтому они носят случайный характер. За показатель (меру) надежности системы может быть принята вероятность – P безотказной работы в течение всего срока службы – N.

При заданном уровне надежности (0,99) в качестве отказа берем условие непоявления текучести в арматуре и трещин в бетоне.

Величины, которые мы исследуем, известны только интервально, поэтому влияние значений их интервальных оценок на поведение системы является объектом исследования.

Для сохранения уровня надёжности при повторных нагружениях мы должны увеличивать расчетные значения нагрузки за счет увеличения характеристик безопасности $\beta(N)$ (табл. 1), полагая $\Phi(\beta) = P - 0{,}5 = 0{,}5 - 0{,}01/N$, по таблицам функции Лапласа:

Таблица 1

Характеристика безопасности для данного числа повторений

N	1	10	100	1000	10000	100000
Ф(β)	0,49	0,499	0,4999	0,5	0,5	0,5
β(N)	2,326	3,09	3,719	4,265	4,753	5,199
lq(N)	0	1	2	3	4	5

Тогда $M_{k\max}$ (N) = $\overline{M}_k + \beta(N)\sigma_{Mk}/\sqrt{n}$, $Q_{k\max}$ (N) = $\overline{Q}_k + \beta(N)\sigma_{Qk}/\sqrt{n}$, здесь n – число случайных величин при моделировании их в заданных интервалах. При этом резерв прочности снижается, так как несущая способность элемента сохраняется. Эти условия верны для статически определимой системы и действуют до того, как резерв прочности этого элемента не достигнет нуля. Если число таких элементов увеличивается, то вероятность отказа всего сооружения увеличивается в статически определимой системе. В статически неопределимой системе это неверно, но мы принимаем в качестве отказа появление такого результата хотя бы в одном из элементов.

Причины исследования

Конструктивные особенности системы и распределение прочности очень существенно влияют на изменчивость случайных величин, характеризующих, в конечном счете, скорость исчерпания резерва прочности.

Задача связана с моделированием, как самой конструкции, так и с моделированием её НДС. Гарантия надежности моделирования обеспечивается точностью формул, которые применяются в расчетах статически определимых систем.

Порядок исследования:

1. Используя нормальный закон распределения, смоделировать случайные величины в Excel-таблицах для всех заданных нагрузок (постоянных и временных) в заданных пределах их изменения. (Может быть смоделировано в расчетном программном комплексе Lira САПР, SCAD Office и т. д.);

2. Определили для всех расчетных случаев максимальные и минимальные значения *M*, *Q* и характеристики изменчивости их как случайных величин, смоделировав нормальное распределение с точностью, адекватной моделированию нагрузок.

3. Нашли интервальную оценку нагруженности (математические ожидания *M* и *Q* в заданном сечении), предельное значение несущей способности (математические ожидания $M_{пр.}$ и $Q_{пр.}$ в заданном сечении) и значение начального резерва прочности (математические ожидания $\bar{S}_{Mk}=M_{пр}-M$, и $\bar{S}_{Qk}=Q_{пр}-Q$ в заданном сечении).

По методике [1, 2] получили результаты, как ведут себя элементы конструкции и как меняется резерв $\bar{S}_{Mk}(lgN)$ и $\bar{S}_{Qk}(lgN)$.

Методика дает минимальный возможный ресурс, то есть число повторений, за которое появляется хотя бы один возможный отказ $\bar{S}_{Mk}(lgN)=0$ или $\bar{S}_{Qk}(lgN)=0$.

Изменение параметров случайных величин

Исследуем влияние нагруженности на резерв статически определимой системы.

Случай 1 Изменение величины нагрузки:

• Начальный вариант $q_{пост}$ (от 55 кН/м до 65 кН/м).

• Увеличим постоянную нагрузку $q_{пост}$ примерно на 30 % (от 75 кН/м до 85 кН/м).

• Уменьшим постоянную нагрузку $q_{пост}$ примерно на 30 % (от 40 кН/м до 50 кН/м).

Случай 2 Изменение диапазона нагрузки:

• Начальный вариант $q_{пост}$ (от 55 кН/м до 65 кН/м).

• Увеличим диапазон постоянной нагрузки $q_{пост}$ в 2 раза (от 50 кН/м до 70 кН/м).

• Уменьшим диапазон постоянной нагрузки $q_{пост}$ в 2 раза (от 57,5 кН/м до 62,5 кН/м).

Для каждого варианта случаев 1 и 2 повторяем процедуру исследования, начиная с пункта 1. Предполагая, что в сооружении ns (от 1 до 25) опасных сечений с одинаковой вероятностью отказа, строим по результатам (табл. 2) номограммы, позволяющие оценить при повторениях нагружений изменение скорости исчерпания резерва прочности.

Таблица 2

Построение номограммы относительного резерва прочности
Случай 1. Изменение величины нагрузки

Построение номограммы резерва прочности (нач. вар.)						
lq(N)	0	1	2	3	4	5
SMk(N), ns=1 **1**	1,00	0,60	0,52	0,45	0,39	0,33
SMk(N), ns=25 **2**	1,00	0,17	0,09	0,02	-0,05	-0,11
SQk(N), ns=1 **1***	1,00	-0,02	-0,23	-0,41	-0,57	-0,72
SQk(N), ns=25 **2***	1,00	-1,13	-1,34	-1,52	-1,68	-1,83
Построение номограммы резерва прочности (-30 %)						
lq(N)	0	1	2	3	4	5
SMk(N), ns=1 **3**	1,00	0,75	0,69	0,65	0,61	0,57
SMk(N), ns=25 **4**	1,00	0,47	0,42	0,37	0,33	0,29
SQk(N), ns=1 **3***	1,00	-0,70	-1,04	-1,34	-1,61	-1,86
SQk(N), ns=25 **4***	1,00	-2,54	-2,89	-3,19	-3,46	-3,70
Построение номограммы резерва прочности (+30 %)						
lq(N)	0	1	2	3	4	5
SMk(N), ns=1 **5**	1,00	-0,004	-0,21	-0,39	-0,54	-0,69
SMk(N), ns=25 **6**	1,00	-1,09	-1,30	-1,47	-1,63	-1,78
SQk(N), ns=1 **5***	1,00	0,07	-0,12	-0,29	-0,44	-0,57
SQk(N), ns=25 **6***	1,00	-0,95	-1,14	-1,30	-1,45	-1,58

Зная соотношения параметров случайных величин, мы можем за счет изменения параметров несущей способности или параметров конструкции, изменчивости, диапазонов и среднего значения (математического ожидания) добиваться того, что ресурс будет в назначенное время с заданной надежности больше. Ресурс у нас – число повторных нагружений, которое выдерживает конструкция. Мы исследуем не абсолютное число, а относительное, чтобы знать какие характеристики на что влияют.

Разница между границами одноименных графиков в номограмме резерва прочности характеризует, как влияет на него распределение прочности конструкции и как влияет распределение нагрузок.

С надежностью 0,99 резерв сохраняется, пока он не станет равен нулю. Если условие не соблюдается, то либо нарушены интервалы нагрузок, либо интервалы реальных значений материалов.

Исходя из данных приведенных в табл. 2 строим номограммы SMk(N) и SQk(N) для наглядного отображения влияния от варьирования величины нагрузки (рис. 2-3).

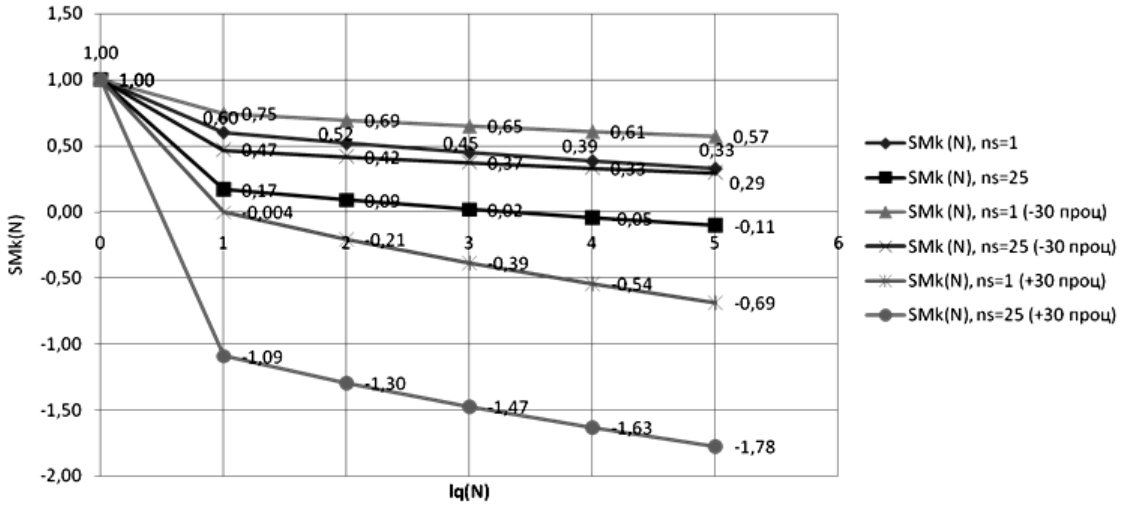

Рис. 2. Номограмма относительного резерва прочности SMk(N) для Случая 1 (иллюстрация авторов)

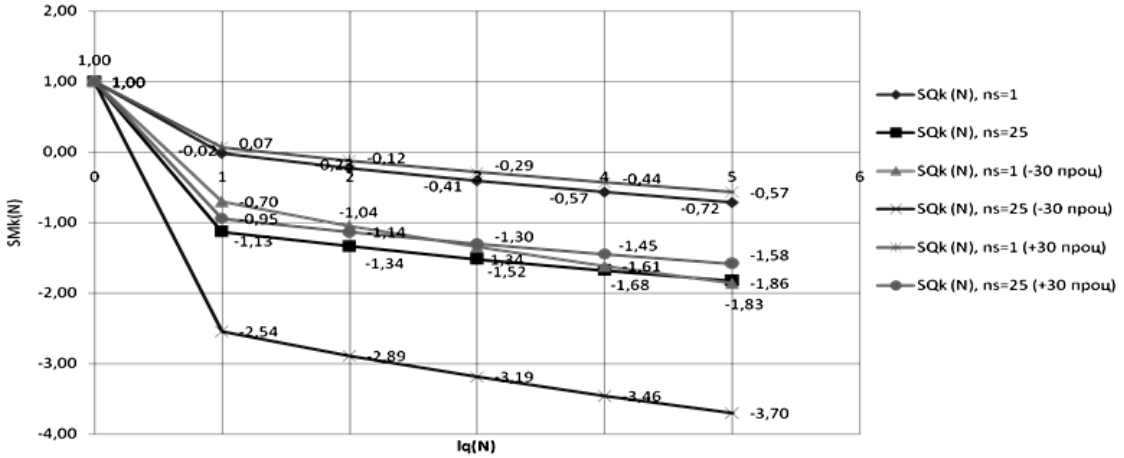

Рис. 3. Номограмма относительного резерва прочности SQk(N) для Случая 1 (иллюстрация авторов)

Случай 1. Сравниваем относительные разбросы 1 и 25 сечений. Номограмма относительного резерва по М. Начальный вариант: 0,44; Нагрузка, увеличенная (+30 %): 1,09; Нагрузка, уменьшенная (-30 %): 0,28.

Номограмма относительного резерва по Q. Начальный вариант: 1,11; Нагрузка, увеличенная (+30 %): 1,01; Нагрузка, уменьшенная (-30 %): 1,84.

Системы с одинаковой степенью статической неопределимости, при одинаковом числе возможных нагруженных элементов ведут себя по-разному. Хорошо спроектированные имеют малую скорость изменения резерва, плохо – большую скорость изменения резерва.

Чем больше относительное значение резерва, тем больше изменение скорости исчерпания резерва прочности.

Таблица 3

Построение номограммы относительного резерва прочности
Случай 2. Изменение диапазона нагрузки

Построение номограммы резерва прочности (нач. вар.)						
lq(N)	0	1	2	3	4	5
SMk(N), ns=1 1	1,00	0,60	0,52	0,45	0,39	0,33
SMk(N), ns=25 2	1,00	0,17	0,09	0,02	-0,05	-0,11
SQk(N), ns=1 1*	1,00	-0,02	-0,23	-0,41	-0,57	-0,72
SQk(N), ns=25 2*	1,00	-1,13	-1,34	-1,52	-1,68	-1,83
Построение номограммы резерва прочности (диапазон в 2 раза больше)						
lq(N)	0	1	2	3	4	5
SMk(N), ns=1 3	1,00	0,45	0,35	0,27	0,19	0,12
SMk(N), ns=25 4	1,00	-0,07	-0,17	-0,26	-0,34	-0,41
SQk(N), ns=1 3*	1,00	0,14	-0,11	-0,34	-0,53	-0,71
SQk(N), ns=25 4*	1,00	-1,22	-1,47	-1,70	-1,89	-2,07
lq(N)	0	1	2	3	4	5
Построение номограммы резерва прочности (диапазон в 2 раза меньше)						
lq(N)	0	1	2	3	4	5
SMk(N), ns=1 5	1,00	0,66	0,58	0,52	0,46	0,40
SMk(N), ns=25 6	1,00	0,25	0,17	0,10	0,04	-0,01
SQk(N), ns=1 5*	1,00	-0,20	-0,41	-0,60	-0,77	-0,92
SQk(N), ns=25 6*	1,00	-1,34	-1,56	-1,74	-1,91	-2,06

Исходя из данных приведенных в табл. 3 строим номограммы SMk(N) и SQk(N) для наглядного отображения влияния от варьирования диапазонов нагрузки (рис. 4-5).

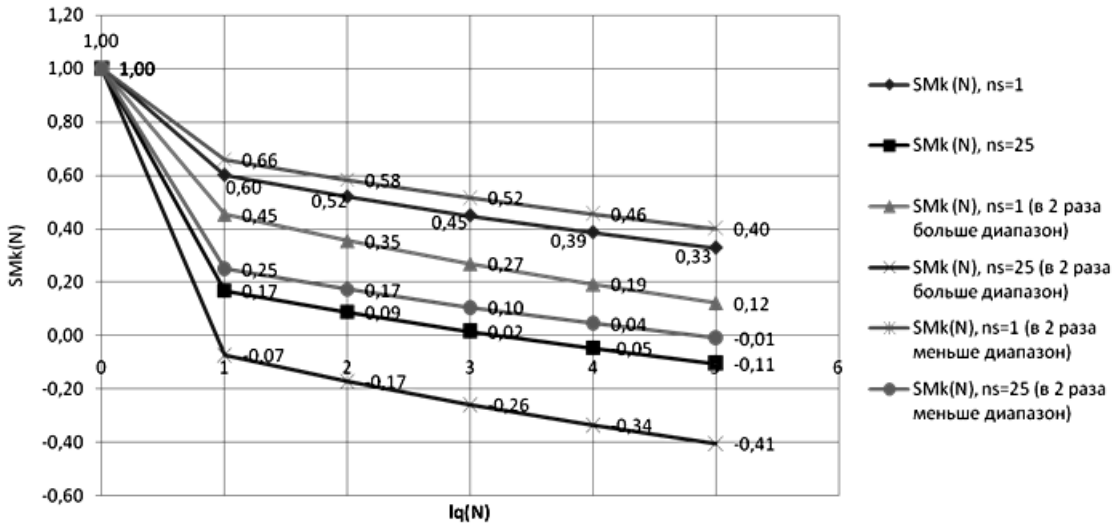

Рис. 4. Номограмма относительного резерва прочности SMk(N) для Случая 2 (иллюстрация авторов)

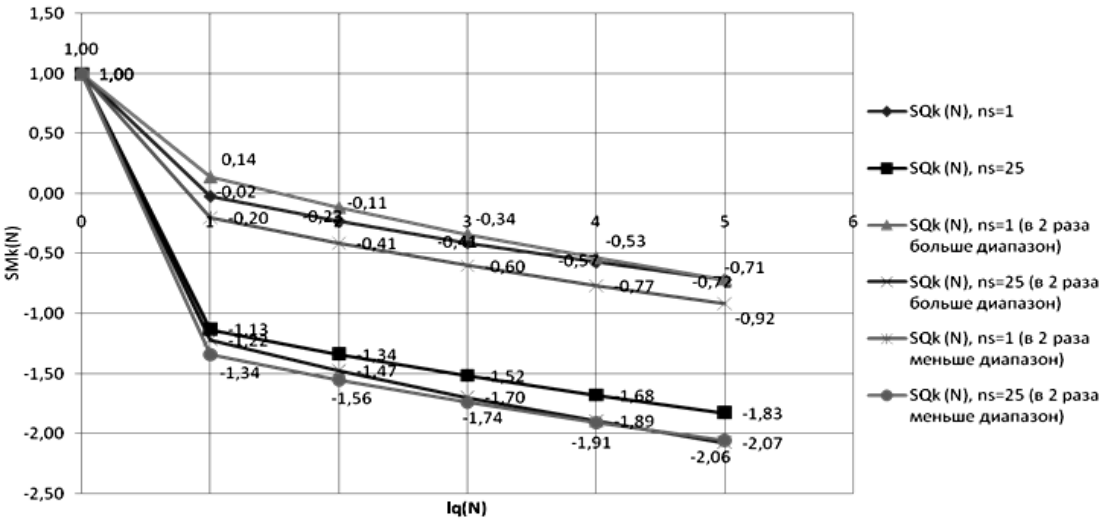

Рис. 5. Номограмма относительного резерва прочности SQk(N) для Случая 2 (иллюстрация авторов)

Сравниваем относительные разбросы 1 и 25 сечений. Номограмма относительного резерва по М. Начальный вариант: 0,44; Увеличение диапазона нагрузки в 2 раза: 0,53; Уменьшение диапазона нагрузки в 2 раза: 0,41. Номограмма относительного резерва по *Q*. Начальный вариант: 1,11; Увеличение диапазона нагрузки в 2 раза): 1,36; Уменьшение диапазона нагрузки в 2 раза: 1,14.

Заключение

Исследование резерва прочности, как случайной величины, значение которой зависит от многих случайных параметров нагружения и несущей способности, и построение номограмм резерва прочности с различными входными данными при моделировании стационарного случайного процесса позволяет анализировать достоверность и делать выводы о сходимости результатов в зависимости их от свойств, как самой модели, так и от моделирования условий её работы.

Для строительных конструкций на начальной стадии проектирования исследование изменения резерва прочности элементов позволяет определять и регулировать минимальный ресурс конструкции с заданной надежностью непоявления отказа хотя бы в одном элементе конструкции при повторных статических нагрузках.

Список библиографических ссылок

1. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М. : Стройиздат, 1978. 240 с.
2. Болотин В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М. : АН СССР, 1977. 352 с.
3. Гусев А. С. Прогнозирование ресурса и надежности механических систем и конструкций при случайных нагрузках. М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1991. 57 с.
4. Манапов А. З. Статистическое моделирование в расчетах вероятности отказов строительных конструкций : сб. ст первой международной научно производственной конференции «Оценка риска и безопасность строительных конструкций» / ВГАСУ. Воронеж, 2006. С. 143–145.
5. Уткин В. С., Плотникова О. С. Оценка надежности конструкций при неполной статистической информации // Вестник НовГУ. 2005. № 34. С. 118–121.
6. Ружанский И. Л. Развитие конструктивных форм пространственных и легких конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2010. № 5. С. 12–15.

7. Antonioua N., Nikolaidisb Th., Baniotopoulosa C. C. Designing long-span steel girders by applying displacement control concepts // Engineering Structures. 2014. № 59. С. 21–27.
8. Коваль З.А. Формирование пространственных стержневых конструкций по теории надежности // Archives of civil and mechanical engineering. 2011. № 11. С. 115–133.
9. Маденси И., Гувен И. Метод конечных элементов и применение в технике ANSYS // Springer Science-Business Media, LLC. 2006. 686 с.
10. Шмелев Г. Д., Головина Н. В. Прогнозирование надежности и остаточного ресурса строительных конструкций с использованием метода линеаризации в условиях ограниченной статистической информации : сб. тр. международной научно-практической конференции – Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании-2012 / KUPRIENKO. Одесса, 2012. С. 100–107.

Lukashenko Viktor Ivanovich
candidate of technical sciences, associate professor
E-mail: vil_06_4444@mail.ru
Kazan State University of Architecture and Engineering
The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1
Dunaev Daniel Valerjevich
engineer
E-mail: dunaev_daniil1996@mail.ru
LLC «Design and commercial firm «Zubr-Service»
The organization address: 420066, Russia, Kazan, Vosstaniya st., 102A
Bikmurzina (Sherban) Alexandra Vasilevna
engineer
E-mail: av.sherban@mail.ru
LLC «Forum»
The organization address: 423570, Russia, Nignekamsk, Khimikov pr., 50a

Investigation of the convergence of determining the resource elements of the structure in terms of modeling the values of random parameters of the reserve strength

Abstract

Problem statement. The purpose of the study is to determine the impact of environment simulation values of random parameters calculation results strength reserve resource as individual elements of core facilities and the whole structure repeated lowcycle static loadings. You intend to define the resource at the design stage of a construction as the number of repetitive cases before exhausting the reserve strength in two-way tolerant assessment of its value. Given the random characteristics of the influences on the one hand and the bearing capacity of the elements on the other hand, as well as the availability of interval only the values of the parameters characterizing ultimately define the random variable reserve strength, reliability of the results can depend largely on modeling not only distribution of efforts in the elements.

Results. The main results are that the study reserve strength as a random value by building his nomogramm with different input data for modeling of stationary stochastic process allows you to analyze and make reliable conclusions on the convergence results in resource definition depending on the properties of both the model and its simulation. As to the preliminary calculation of the minimum element and resource structures as a whole was adopted by the condition zero exhaust the reserve strength of at least one element of the structure.

Conclusions. The significance of the results obtained for the construction industry is that at the initial stage of design study changes reserve strength elements allows you to define and regulate the minimum design resource with a specified reliability not appearing in at least one failure element designs with repeated static loads.

Keywords: core construction, simulation, calculation schemes, random variables, the minimum resource reserve of durability, reliability.

References

1. Rzhanitsyn A. R. Theory of design of structures for reliability. M. : Stroizdat, 1978. 240 p.
2. Bolotin V. V. Methods of probability theory and reliability theory in calculations of structures. M. : AN SSSR, 1977. 352 p.
3. Gusev A. S. Prediction of the resource and reliability of mechanical systems and structures under random loads. M. : MGTU im. N.E. Baumana, 1991.
4. Manapov A. Z. Statistical modeling in calculating the probability of failure of building structures. dig. of art. of the first international scientific and industrial conference «Risk assessment and security constructions. Voronezh, 2006. P. 143–145.
5. Utkin V. S., Plotnikova O. S. Estimation of the reliability of structures with incomplete statistical information // Vestnik NovGU. 2005. № 34. P. 118–121.
6. Ruzhansky I. L. Development of constructive forms of spatial and light structures // Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo. 2010. № 5. P. 12–15.
7. Antonioua N., Nikolaidisb Th., Baniotopoulosa C. C. Designing long-span steel girders by applying displacement control concepts // Engineering Structures. 2014. № 59. P. 21–27.
8. Kowal Z. A. The formation of space bar structures supported by the system reliability theory // Archives of civil and mechanical engineering. 2011. № 11. P. 115–133.
9. Madenci E., Guven I. The finite element method and applications in engineering using ANSYS, by Springer Science-Business Media, LLC. 2006. 686 p.
10. Shmelev G. D., Golovina N. V. Prediction maintainability and remaining life of building constructions using a method of linearization in conditions of limited of statistical information : dig. of art. of the international scientific and technical conference – Modern problems and their solutions in the science, transportation, manufacturing and education – 2012 / KUPRIENKO. Odessa, 2012. P. 100–107.