



УДК 519.6; 628.144; 69.04

Ахмадиев Фаил Габдулбарович

доктор технических наук, профессор

E-mail: akhmadiev@kgasu.ru

Маланичев Игорь Вячеславович

кандидат технических наук, доцент

E-mail: mlnchv@bk.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Популяционные алгоритмы структурно-параметрической оптимизации в строительном проектировании

Аннотация

Постановка задачи. Целью работы является оценка возможности применения популяционных поисковых алгоритмов для решения задач структурно-параметрической оптимизации в строительном проектировании.

Результаты. Основные результаты исследования состоят в разработке общего подхода к решению задач структурно-параметрической оптимизации из разных областей строительного проектирования, допускающих формулировку в виде сетевого графа. Задается избыточная схема проекта в виде сети, состоящей из узлов и связей, содержащая достаточно большое количество возможных вариантов решения. Задача структурной оптимизации сводится к параметрической введением в качестве переменных последовательных номеров конструктивных элементов проекта, где нулевой номер соответствует варианту с физически возможными, но нереалистичными, характеристиками для представления элементов, включение которых в состав проекта нецелесообразно. Формулировка задачи оптимизации учитывает выполнение условий равновесия и дополнительных ограничений, соответствующих содержанию проекта. В качестве метода оптимизации применяется метод роя частиц. Результаты тестовых расчетов (оптимизации гидравлической сети и стержневой конструкции) согласуются с известными решениями.

Выводы. Значимость полученных результатов для строительной отрасли состоит в обосновании эффективности метода роя частиц в сочетании с применением избыточных схем для решения задач дискретной структурно-параметрической оптимизации в строительном проектировании.

Ключевые слова: популяционные алгоритмы, метод роя частиц, структурно-параметрическая оптимизация, гидравлические сети, стержневые конструкции.

Введение

Задачи структурной оптимизации являются сложными многоэкстремальными сетевыми задачами невыпуклой нелинейной дискретной минимизации большой размерности со сложной системой ограничений и недифференцируемыми целевыми функциями и представляют собой трудный объект для приложения математических методов. Вместе с тем эти задачи имеют особое значение, так как экономический эффект от правильного выбора структуры, как правило, больше, чем от оптимизации параметров (диаметров, напоров, сечений и т.д.). В самой общей постановке задачи структурной и параметрической оптимизации могут быть объединены.

Практика проектирования обычно базируется на сопоставлении и анализе нескольких вариантов: для трубопроводных сетей – это структуры источников и направлений основных магистралей, которые выбираются интуитивно исходя из условий наименьшей протяженности трассы и сокращения пересечений с препятствиями, для строительных конструкций – это геометрия распределения строительного материала в пространстве или способа соединения стандартных элементов. При таком подходе оптимальный вариант может и не попасть в число сравниваемых. Исследование всей области допустимых решений и нахождение оптимального или близкого к нему варианта структуры системы возможны лишь при постановке задачи на строгой математической

основе, позволяющей осуществить формализованный целенаправленный перебор большого числа возможных вариантов.

Задачи, решаемые методами перебора, имеют экспоненциальную алгоритмическую сложность. Для сокращения объема вычислений, отсеивания заведомо худших вариантов и повышения вероятности нахождения глобального экстремума необходимо применение специальных методов поиска. Одной из тенденций развития современных методов оптимизации является эволюционный подход, основанный на использовании известных в биологии закономерностей и процессов. Эволюционные методы воспроизводят механизмы адаптации, существующие в биологических системах [1-3]. Так, популяционные методы, моделируя поведение скопления особей, обладающих простейшим искусственным интеллектом, позволяют преодолеть характерные для других методов оптимизации трудности: нелокальный характер поиска дает преимущество в нахождении глобального экстремума; отсутствуют специальные условия формулировки задачи оптимизации (ограниченность, непрерывность, дифференцируемость функций и т.п.), что позволяет использовать целевые функции, не имеющие аналитического выражения; простота реализации позволяет применение метода для решения задач большой размерности [4-5].

Целью работы является оценка возможности применения популяционных методов для решения задач структурно-параметрической оптимизации в строительном проектировании.

Алгоритм оптимизации методом роя частиц

Алгоритм роя частиц позволяет реализовать один из наиболее простых вариантов популяционного метода оптимизации [3]. Рой частиц представляет собой множество N точек в пространстве параметров задачи. В каждый момент времени t (шаг итерации) каждая i -я частица ($i=1,2,\dots,N$) имеет позицию, определяемую координатами $X_t^{i,k}$ ($k=1,2,\dots,M$, M – размерность задачи) и скорость движения $V_t^{i,k}$. Точки перемещаются с целью занять наиболее выгодную позицию, соответствующую минимальному значению целевой функции $F(X) \rightarrow \min$. Каждая точка «помнит» свою лучшую позицию $L_t^i = \min_i F(X_t^i)$ и лучшую позицию среди всех точек роя $G_t = \min_i L_t^i$. Перемещение частицы происходит в соответствии с уравнениями движения:

$$\begin{aligned} V_{t+1}^{i,k} &= c_0 V_t^{i,k} + c_1 r_{1t}^{i,k} (L_t^{i,k} - X_t^{i,k}) + c_2 r_{2t}^{i,k} (G_t^k - X_t^{i,k}), \\ X_{t+1}^{i,k} &= X_t^{i,k} + V_{t+1}^{i,k}, \end{aligned} \quad (1)$$

где r_1, r_2 – случайные числа, равномерно распределенные в интервале (0;1); c_0, c_1, c_2 – параметры метода, определяющие степень влияния инерции, локальной и глобальной информации соответственно, рекомендуемые значения которых равны [3]:

$$c_0=0,72984, c_1=c_2=1,496172. \quad (2)$$

Перемещение частицы допускается в заданной непрерывной области $X_{\min}^k \leq X^{i,k} \leq X_{\max}^k$ с заданной ограниченной скоростью $-V_{\max}^k \leq V^{i,k} \leq V_{\max}^k$. Если частица выходит за допустимые пределы, ее координаты принимают значение граничных, а скорость приравняется нулю (остановка) или меняется на противоположную (отражение).

Если координатам $X^{i,k}$ соответствуют дискретные параметры задачи, при вычислении целевых функций выполняется округление координат до ближайшего целого значения или интерполяция параметров.

Начальное расположение частиц роя задается случайным образом. В результате итерационного процесса эволюции роя частицы группируются в окрестности лучшей позиции роя G_t , которое и соответствует оптимальному решению.

Структурная и параметрическая оптимизация гидравлической сети

Задача оптимизации структуры трубопроводной сети заключается в выборе такой конфигурации сети трубопроводов, чтобы затраты на организацию и эксплуатацию сети были минимальны [6].

Основным подходом к решению задач схемно-структурной оптимизации является построение избыточных схем в сочетании с ограниченным перебором деревьев, которые можно выделить на этих схемах [7]. Избыточная проектная схема представляет собой расчетную схему системы как совокупность всех допустимых вариантов конфигурации

трубопроводной сети и расположения источников.

Полученная таким образом избыточная схема представляет собой многоконтурную сеть, и рассматриваемая задача может быть сведена к нахождению оптимального потокораспределения при заданном критерии минимальных затрат. В результате в искомом решении остаются участки с ненулевыми расходами. Нулевой расход на участке означает неэффективность прокладки трубопровода между соответствующими узлами.

Пусть избыточная схема сети содержит источник с напором 210 м и 8 участков, образующих два контура (рис. 1а). Длины участков – 1 км. Шероховатость стенок трубопроводов равна 0,05 мм для формулы Дарси-Вейсбаха (новые стальные трубы). Расходы и высотные отметки узлов даны в табл. 1. Минимальный напор в узлах – не менее 30 м. Для монтажа сети доступно 14 вариантов труб различного диаметра, размеры и стоимость которых даны в табл. 2. Требуется спроектировать сеть, удовлетворяющую заданным требованиям с минимальными затратами.

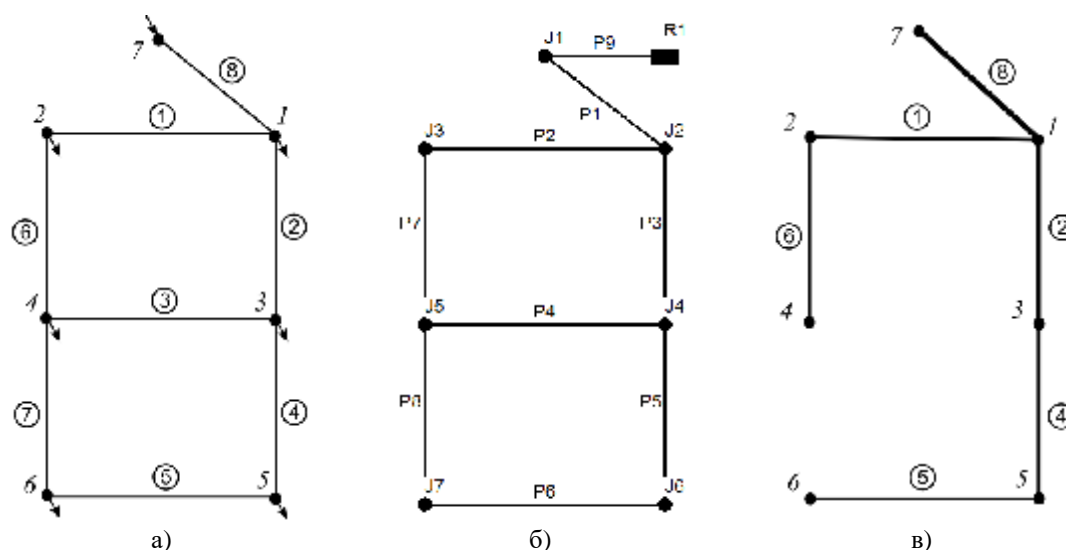


Рис. 1. а) избыточная схема гидравлической сети; б) схема в EPANET; в) результат оптимизации

Таблица 1

Узел	Расход, м ³ /ч	Высотная отметка, м
1	100	150
2	100	160
3	120	155
4	270	150
5	330	165
6	200	160
7	источник	210

Таблица 2

№	Диаметр, мм	Стоимость, у.е.	№	Диаметр, мм	Стоимость, у.е.
1	24,5	2	8	294	50
2	49	5	9	343	60
3	73,5	8	10	392	90
4	98	11	11	441	130
5	147	16	12	490	170
6	196	23	13	539	300
7	245	32	14	588	550

В качестве переменных задачи выберем целочисленные номера диаметров трубопроводов *k*. Введем дополнительный диаметр № 0 с очень малым значением,

например, 1 мм для представления трубопроводов, сооружение которых нецелесообразно.

Для расчета потокораспределения в гидравлической сети в качестве гидравлического решателя используем EPANET – свободно распространяемое приложение для расчета и моделирования трубопроводных систем. Гидравлический расчет основан на методе глобального градиента и математически сводится к решению системы нелинейных уравнений алгебраической модели сети итерационным методом Ньютона [8]. Чтобы обеспечить близкий к нулю расход через трубопроводы диаметром № 0, необходимо ввести ограничение на скорость течения, например, 3 м/с, иначе EPANET выдает нефизические решения для узловых давлений и скоростей, стремящихся к бесконечности.

Задачу структурно-параметрической оптимизации гидравлической сети можно сформулировать следующим образом:

Минимизировать затраты на прокладку сети:

$$Z(k) = \sum_{i=1}^n c_{k_i} l_i \rightarrow \min, \tag{3}$$

- при ограничениях:

$$\begin{cases} Ax=Q, \\ A^T(p+h) = f(d, l, \epsilon, q), \\ p_i(d_{k_i}) \geq p_{\min}, |V_i(d_{k_i})| \leq V_{\max}, \\ k_i = 0, 1, 2, \dots, k_{\max}; i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \tag{4}$$

где $q=(q_1q_2\dots q_n)^T$ – вектор расходов на участках; $Q=(Q_1Q_2\dots Q_m)^T$ – вектор узловых расходов; $p=(p_1p_2\dots p_m)^T$ – вектор узловых давлений; $h=(h_1h_2\dots h_m)^T$ – вектор узловых высотных отметок; A – матрица соединений (элемент $a_{ij}=1$, если i -ый участок соединен с j -м узлом и направлен от узла, $a_{ji}=-1$, если i -ый участок соединен с j -м узлом и направлен к этому узлу и $a_{ji}=0$, если i -ый участок не соединен с j -м узлом); A^T – транспонированная матрица соединений; $f(d, l, \epsilon, q)$ – функция зависимости падения давления на участке от расхода, например, Дарси-Вейсбаха; ϵ – шероховатость поверхности трубопроводов; n – количество участков; m – количество узлов; k_{\max} – количество вариантов диаметров; l_i – длина i -го участка; k_i – номер диаметра для i -го участка; d_k – k -й диаметр, $k=0, 1, 2, \dots, k_{\max}$; c_k – стоимость единицы длины трубопровода k -го диаметра.

Для учета дополнительных ограничений, в качестве целевой, вводится следующая функция:

$$F(k) = Z(k) + C_V \sum_{i=1}^n g_i^V + C_P \sum_{j=1}^m g_j^P \rightarrow \min, \tag{5}$$

где g_i^V, g_j^P – штрафные функции:

$$g_i^V = \begin{cases} 0 & \text{если } |V_i(d_{k_i})| \leq V_{\max} \\ \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{|V_i(d_{k_i})|}{V_{\max}} - 1 \right)^2 & \text{если } |V_i(d_{k_i})| > V_{\max} \end{cases}, \quad g_j^P = \begin{cases} 0 & \text{если } p_j \geq p_{\min} \\ \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{p_j}{p_{\min}} - 1 \right)^2 & \text{если } p_j < p_{\min} \end{cases}, \tag{6}$$

C_V, C_P – эмпирические коэффициенты.

В качестве метода оптимизации применим метод роя частиц. Случайным образом создается заданное количество частиц роя, например, $N=30$ – вариантов распределения диаметров по участкам сети. Для каждого варианта последовательно выполняется гидравлический расчет и определяется целевая функция (5). Вычисляются наилучшие значения целевой функции для каждой частицы и роя в целом. Изменяются значения диаметров по формулам (1-2). Процесс повторяется заданное число раз, например, $t_{\max}=100$.

Описанный выше алгоритм структурно-параметрической оптимизации гидравлической сети реализован в табличном процессоре Excel в виде программы на языке Visual Basic for Application. Вызов функций решателя EPANET осуществляется через библиотеку динамической связи epanet2.dll, используя компоненты, содержащиеся в дистрибутиве EPANET 2 Programmer's Toolkit.

Результаты расчета:

Сооружение трубопроводов на участках 3 и 7 нецелесообразно.

Диаметры трубопроводов на участках:

№ 1, № 5, № 6 – 245 мм; № 2 – 392 мм; № 4 – 343 мм; № 8 – 490 мм.

Затраты на монтаж сети 41600 у.е.

Схема сети по результатам оптимизации показана на рис. 1в.

Результаты расчета согласуются с известными решениями [9-10].

Структурная и параметрическая оптимизация стержневой конструкции

Задача оптимизации структуры строительной конструкции заключается в выборе такого способа распределения материала (соединения элементов), чтобы при минимальных затратах (массе) достигалась наибольшая прочность конструкции [11-12].

Пусть проектируемая конструкция представляет собой плоскую ферму габаритными размерами 6×2 м (рис. 2). Конструктивными элементами служат стальные стержни (плотность $\rho=7,8\cdot 10^3$ кг/м³, модуль упругости $E=2,1\cdot 10^{11}$ Н/м², предельно допустимое напряжение $\sigma_{max}=1,6\cdot 10^8$ Н/м²) пяти возможных вариантов сечений (табл. 3). Одна сторона фермы шарнирно закреплена в двух точках, на противоположную сторону действует точечная вертикальная нагрузка $G=1\cdot 10^5$ Н. Конструкция должна обладать наибольшей жесткостью при массе, не превышающей заданную (300 кг).



Рис. 2. Геометрия задачи оптимизации структуры строительной конструкции

Таблица 3

№	Площадь сечения, м ²
1	$1\cdot 10^{-3}$
2	$2\cdot 10^{-3}$
3	$3\cdot 10^{-3}$
4	$4\cdot 10^{-3}$
5	$5\cdot 10^{-3}$

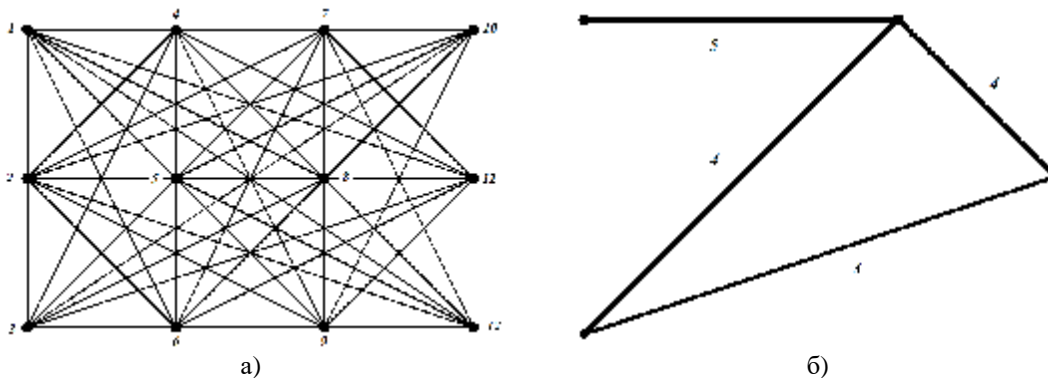


Рис. 3. а) избыточная схема стержневой конструкции (12 узлов, 65 связей); б) результат оптимизации, цифрами обозначены варианты сечений (табл. 3)

Зададим избыточную схему, определяя в габаритном пространстве конструкции

систему узлов и связей как потенциальных вариантов соединения элементов. Узлы могут располагаться произвольно, но обязательно наличие узлов в точках закрепления и приложения нагрузок. Связями могут соединяться все возможные пары узлов (кроме закрепленных) или только соседние узлы. Учитывая все возможные соединения, избыточная схема для 12 узлов содержит 65 связей (рис. 3а).

В качестве переменных задачи выберем целочисленные номера вариантов сечений k . Введем дополнительный вариант сечения № 0 с очень малым значением площади, например, $1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ для представления стержней, включение которых в состав конструкции нецелесообразно. Рассматривая стержень как двумерный линейный конечный элемент, задачу структурно-параметрической оптимизации гидравлической сети можно сформулировать следующим образом:

- минимизировать «податливость» конструкции:

$$C(k) = uKu^T \rightarrow \min, \tag{7}$$

- при ограничениях:

$$Ku = F, \tag{8}$$

$$|s_i(s_k)| \leq s_{\max}, W = \sum_{i=1}^n \rho s_k l_i \leq W_{\max},$$

$$k_i = 0, 1, 2, \dots, k_{\max}; i = 1, 2, \dots, n,$$

где $u = (u_1 u_2 \dots u_{2m})^T$ – вектор узловых смещений по осям X и Y ; m – количество узлов; n – количество стержней; k_{\max} – количество вариантов сечений; K – матрица жесткости; $F = (f_1 f_2 \dots f_{2m})^T$ – вектор узловых нагрузок; W – масса конструкции; W_{\max} – максимально допустимая масса конструкции; ρ – плотность материала; l_i – длина i -го стержня; k_i – номер сечения для i -го стержня; s_k – площадь k -го сечения, $k = 0, 1, 2, \dots, k_{\max}$; σ_i – напряжение в i -м стержне; σ_{\max} – предельно допустимое напряжение.

Для учета дополнительных ограничений в качестве целевой вводится следующая функция:

$$F(k) = C(k) + C_w \sum_{i=1}^n g_i^w + C_s \sum_{i=1}^n g_i^s \rightarrow \min, \tag{9}$$

где g_i^w, g_i^s – штрафные функции; C_w, C_s – эмпирические коэффициенты.

$$g_i^w = \begin{cases} 0 & \text{если } W_i(s_k) \leq W_{\max} \\ \frac{W_i(s_k) - W_{\max}}{W_{\max}} - 1 & \text{если } W_i(s_k) > W_{\max} \end{cases}, \quad g_i^s = \begin{cases} 0 & \text{если } |\sigma_i| \leq \sigma_{\max} \\ \frac{|\sigma_i| - \sigma_{\max}}{\sigma_{\max}} - 1 & \text{если } |\sigma_i| > \sigma_{\max} \end{cases}. \tag{10}$$

В качестве метода оптимизации применим метод роя частиц. Случайным образом создается заданное количество частиц роя, например, $N=30$ – вариантов распределения сечений по стержням базовой схемы. Для каждого варианта последовательно выполняется расчет напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов и определяется податливость, масса конструкции и целевая функция (9). Вычисляются наилучшие значения целевой функции для каждой частицы и роя в целом. Изменяются значения сечений по формулам (1-2). Процесс повторяется заданное число раз, например, $t_{\max}=300$.

Решение описанной выше задачи структурно-параметрической оптимизации стержневой конструкции реализовано в свободно распространяемой системе компьютерной математики FreeMat на языке программирования, совместимом с MATLAB. Для конечноэлементного анализа использовался CALFEM® – свободно распространяемое дополнение к MATLAB.

Результаты расчета:

Среди конструкций массой, не превышающей 300 кг, наибольшей жесткостью, соответственно, наименьшей податливостью, равной 131,05 Нж, обладает конструкция, состоящая из следующих типов шарнирно-стержневых элементов, соединяющих узлы:

- 1 и 7 сечением № 5; 3 и 7 сечением № 4; 7 и 11 сечением № 4; 3 и 11 сечением № 3.
- Масса конструкции 285,26 кг.

Схема оптимального варианта конструкции показана на рис. 3б.

Результаты расчета согласуются с известными решениями [13-16].

Заключение

Предлагаемый вариант применения избыточных схем в сочетании с методом роя частиц позволяет эффективно решать задачи дискретной структурно-параметрической оптимизации в строительном проектировании. Описанный подход может быть адаптирован для задач строительного проектирования другого типа, допускающих сетевую формулировку, например, структурной оптимизации расширяемой транспортной сети, задачам сетевого планирования и управления проектами. Простота реализации и доступность необходимого программного обеспечения позволяет использовать описанный подход в учебном процессе.

Список библиографических ссылок

1. Карпенко А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М. : МГТУ, 2014. 446 с.
2. Xing B., Gao W. Innovative Computational Intelligence: A Rough Guide to 134 Clever Algorithms. Springer, 2014. 469 p.
3. Schmitt B. I. Convergence Analysis for Particle Swarm Optimization. Erlangen : FAU University Press, 2015. 233 p.
4. Маланичев И. В., Ахмадиев Ф. Г. «Роевой» алгоритм решения задач глобальной оптимизации : сб. ст. Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-29 / СГТУ. Саратов, 2016. Т. 4. С. 14–17.
5. Ахмадиев Ф. Г., Маланичев И. В. Популяционный алгоритм структурной оптимизации плоских течений жидкости в каналах // Вестник технологического университета. 2017. Т. 20. № 5. С. 72–75.
6. Барышева О. Б., Садыков Р. А., Батюшков Н. Ю. Оптимизация трассировки газораспределительной сети низкого давления // Современное строительство и архитектура. 2016, № 3. С. 25–28.
7. Чупин В. Р., Майзель И. В., Чупин Р. В., Житов А. В. Схемно-структурная оптимизация систем водоотведения поверхностного водостока и ливневой канализации // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2014. № 4 (9). С. 97–105.
8. Меренков А. П., Хасилев В. Я. Теория гидравлических цепей. М. : Наука, 1985. 294 с.
9. Rajabpour R., Kashkoli B. S. Application of Discrete Optimization Technique Hybrid JPSO/LIDM to Optimal Design of Pressurized Irrigation Networks // International Journal of scientific research and management (IJSRM). 2014. V. 2. № 5. P. 925–934.
10. Mtolera I., Haibin L., Ye L., Bao-Feng S., Xue D., Maxiao-Yi. Optimization of Tree Pipe Networks Layout and Size, Using Particle Swarm Optimization // WSEAS Transactions on computers. 2014. V. 13. P. 219–230.
11. Bendsøe M. P., Sigmund O. Topology Optimization. Theory, Methods, and Application. Springer, 2004. 381 p.
12. Кузнецов И. Л., Исаев А. В., Вахтель Р. Р., Гимранов Л. Р. Исследование, поиск и расчет оптимального конструктивного решения с разработкой проекта навеса на действующем футбольном стадионе «Казань-Арена» для проведения Чемпионата мира по водным видам спорта в 2015 году // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и промышленных конструкций). 2016, Т. 12. № 2. С. 112–117.
13. Jongbin Im, Jungsun Park. Stochastic structural optimization using particle swarm optimization, surrogate models and Bayesian statistics // Chinese Journal of Aeronautics. 2013. 26 (1). P. 112–121.
14. Felkner J., Chatzi E., Kotnik T. Interactive truss design using Particle Swarm Optimization and NURBS curves // Journal of Building Engineering. 2015. V. 4. P. 60–74.
15. Mortazavi A., Toğan V., Nuhoğlu A. Weight minimization of truss structures with sizing and layout variables using integrated particle swarm optimizer // Journal of Civil Engineering and Management. 2017. V. 23, № 8. P. 985–1001.

16. Kazemzadeh Azad S., Hasançebi O. Improving computational efficiency of particle swarm optimization for optimal structural design // Int. J. Optim. Civil Eng. 2013. V. 3(4). P. 563–574.

Akhmadiev Fail Gabdulbarovich

doctor of technical sciences, professor

E-mail: akhmadiev@kgasu.ru

Malanichev Igor Vyacheslavovich

candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: mlnchv@bk.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

**Population-based algorithms of structural and parametric optimization
in construction design**

Abstract

Problem statement. The aim of the paper is to evaluate the possibility of using population-based search algorithms to solve problems of structural and parametric optimization in construction design.

Results. The main results of the study are the development of a general approach to solving structural and parametric optimization problems from different areas of construction design, that can be formulated as a network graph. The redundant scheme of the project is defined as a network of nodes and links, containing a sufficiently large number of possible solutions. The task of structural optimization is reduced to parametric optimization by introducing sequential numbering of constructive elements of the project as variables, where the zero number corresponds to the variant with physically possible, but unrealistic, characteristics for the representation of elements, the inclusion of which to the project is inappropriate. The formulation of the optimization problem takes into account the fulfillment of the equilibrium conditions and additional constraints corresponding to the content of the project. The particle swarm method is used as a method of optimization. The results of test calculations for hydraulic network and truss structure are consistent with known solutions.

Conclusions. The significance of the obtained results for the construction industry is the confirmed effectiveness of the particle swarm method in combination with the use of redundant circuits for solving problems of discrete structural and parametric optimization in construction design.

Keywords: population-based algorithms, particle swarm method, structural and parametric optimization, hydraulic network, truss structure.

References

1. Karpenko A. P. Modern algorithms of search optimization. Algorithms inspired by nature. M. : MGTU, 2014. 446 p.
2. Xing B., Gao W. Innovative Computational Intelligence: A Rough Guide to 134 Clever Algorithms. Springer, 2014. 469 p.
3. Schmitt B. I. Convergence Analysis for Particle Swarm Optimization. Erlangen : FAU University Press, 2015. 233 p.
4. Malanichev I. V., Akhmadiev F. G. The «Swarm» algorithm for global optimization problems. Mathematical Methods in Technique and Technology – MMTT-29 / SSTU. Saratov, 2016. V. 4. P. 14–17.
5. Akhmadiev F. G., Malanichev I. V. Population-based algorithm of structural optimization of plane fluid flows in channel // Vestnik tehnologicheskogo universiteta. 2017. V. 20. № 5. P. 72–75.
6. Barysheva O. B., Sadykov R. A., Batyushkov N. Yu. Optimize the trace gas distribution network of low pressure // Sovremennoe stroitelstvo i arkhitektura. 2016. № 3. P. 25–28.

7. Chupin V. R., Maizel I. V., Chupin R. V., Zhitov A. V. Scheme and structural optimization of water discharge systems of the surface watercourse and storm-sewage system // *Izvestiya vuzov. Investicii. Stroitelstvo. Nedvizhimost.* 2014. № 4(9). P. 97–105.
8. Merenkov A. P, Khasilev V. Ya. Theory of hydraulic circuits. M. : Nauka, 1985. 294 p.
9. Rajabpour R., Kashkoli B. S. Application of Discrete Optimization Technique Hybrid JPSO/LIDM to Optimal Design of Pressurized Irrigation Networks // *International Journal of scientific research and management (IJSRM).* 2014. V. 2. № 5. P. 925–934.
10. Mtolera L., Haibin L., Ye L., Bao-Feng S., Xue D., Maxiao-Yi. Optimization of Tree Pipe Networks Layout and Size, Using Particle Swarm Optimization // *WSEAS Transactions on computers.* 2014. V. 13. P. 219–230.
11. Bendsøe M. P., Sigmund O. Topology Optimization. Theory, Methods, and Application. Springer, 2004. 381 p.
12. Kuznetsov I. L., Isaev A. V., Vakhtel R. R., Gimranov L. R. Research, search and calculation of the optimal construction solution with development of the project of the canopy at the operating football stadium «Kazan-Arena» for holding the World Cup in water sports in 2015 // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering.* 2016, V. 12. № 2. P. 112–117.
13. Jongbin Im, Jungsun Park. Stochastic structural optimization using particle swarm optimization, surrogate models and Bayesian statistics // *Chinese Journal of Aeronautics.* 2013. V. 26. № 1. P. 112–121.
14. Felkner J., Chatzi E., Kotnik T. Interactive truss design using Particle Swarm Optimization and NURBS curves // *Journal of Building Engineering.* 2015. V. 4. P. 60–74.
15. Mortazavi A., Toğan V., Nuhoğlu A. Weight minimization of truss structures with sizing and layout variables using integrated particle swarm optimizer // *Journal of Civil Engineering and Management.* 2017. V. 23. № 8. P. 985–1001.
16. Kazemzadeh Azad S., Hasançebi O. Improving computational efficiency of particle swarm optimization for optimal structural design // *Int. J. Optim. Civil Eng.* 2013. V. 3. № 4. P. 563–574.