

УДК 628.334.5.336.43

Урмитова Н.С. – кандидат технических наук, доцент

E-mail: urmitova@mail.ru

Абитов Р.Н. – кандидат педагогических наук, доцент

E-mail: a_runar@mail.ru

Хисамеева Л.Р. – доцент

E-mail: KhisameevaLiliya@mail.ru

Низамова А.Х. – старший преподаватель

E-mail: Anizamova@mail.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Движение вязкой жидкости в порах крупнозернистой гранулированной коалесцирующей насадки при линейном законе сопротивления

Аннотация

В данной статье поставлены и решены задачи по определению движения вязкой жидкости в порах крупнозернистой гранулированной коалесцирующей насадки при линейном законе сопротивления.

При фильтрации жидкости в порах загрузки происходит движение частиц жидкости с изменением скорости и ускорения по величине и направлению. Из-за сложности движения невозможно рассматривать скорости отдельных частиц. Поэтому, по аналогии с теорией фильтрации, рассмотрены не скорости, а расходы через определенную площадку. Объем зависит от расположения гранул загрузки в цилиндре.

Совместный анализ результатов расчетов и экспериментов показал на удовлетворительное совпадение значений гидравлического уклона в крупнозернистой насадке фракции 4,0 мм при температуре 20°C, 50°C, скоростях от 13,1 до 49,8 м/с, и фракции 17,5 мм при температуре 20°C и скоростях от 13,1 до 33,7 м/с.

Ключевые слова: моделирование; коалесцирующая насадка; бронирующие оболочки; нефтяные частицы; оценка сил; набегающий поток жидкости; дробление и коалесценция; адсорбционные слои, гранулы; турбулентный режим, полидисперсная система.

При фильтрации вязкой жидкости нефтесодержащих сточных вод через коалесцирующую насадку из гранулированной крупнозернистой загрузки в фильтрационном потоке наблюдается различного рода деформации поля скоростей, образование проточных и непроточных зон завихрения и вторичных течений, диссипативные процессы, а действие сил инерции приводят к дополнительным потерям энергии.

Рассмотрим коалесцирующую насадку в виде цилиндра, загруженного гранулами одинакового размера (рис.) [1-8].

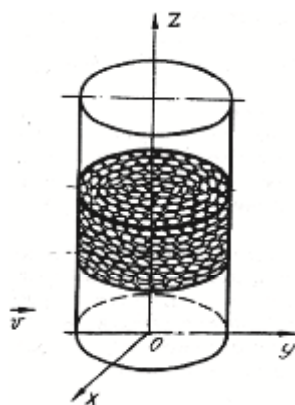


Рис. Коалесцирующая насадка

При фильтрации жидкости в порах загрузки происходит движение частиц жидкости с изменением скорости и ускорения по величине и направлению. Из-за сложности движения невозможно рассматривать скорости отдельных частиц. Поэтому, по аналогии с теорией фильтрации, рассмотрим не скорости, а расходы через определенную площадку. Обозначим через V – вектор расхода через единичную площадку. Если средняя скорость частиц некоторого объема есть U , то можно отнести и ее к центру тяжести этого объема, и тогда имеем:

$$V = m \cdot U, \quad (1)$$

где m – пористость загрузки [3, 4].

Пусть поток направлен вверх по оси OZ и происходит из-за разности давлений:

$$\Delta P = P_1 - P_2,$$

где $P_1 = P(0)$ – «входное» давление, $P_2 = P(l)$ – «выходное» давление, l – высота загрузки.

Движение несжимаемой жидкости можно описать следующими уравнениями Навье-Стокса:

$$\operatorname{div} U = 0, \quad (2)$$

$$\rho \frac{dU}{dt} = -\nabla P + f + F + \mu \Delta U, \quad (3)$$

где ρ – плотность, P – давление, m – динамический коэффициент вязкости, F – сила тяжести, f – сила сопротивления, ∇P – градиент давления, ΔU – градиент скорости.

$$\Delta U = \Delta U_x i + \Delta U_y j + \Delta U_z k, \quad (4)$$

где U_x, U_y, U_z – составляющие скорости.

Силы F и f представим в виде:

$$F = -\rho \cdot g \cdot k; f = \chi \cdot U, \quad (5)$$

где χ – коэффициент силы сопротивления, в общем случае:

$$\chi = \chi \cdot (U). \quad (6)$$

Заметим, что есть уравнение (2) неразрывности, а (3) – уравнение движения.

Так как поток направлен вдоль оси цилиндра, то из трех компонент скорости U_x, U_y, U_z остается лишь одна U_z , а остальные две равны нулю.

Тогда из уравнения неразрывности (2) следует:

$$\frac{\partial U_z}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

что означает зависимость U_z только от x и y .

Считая движение стационарным, получим:

$$\frac{dU}{dt} = (U \nabla) U = (U \Delta U_x) i + (U \Delta U_y) j + (U \Delta U_z) k = (U \Delta U_z) k = U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} k = 0. \quad (8)$$

Тогда с учетом уравнения (1) уравнение (3) примет вид:

$$\nabla P + \rho \cdot g \cdot k = -\eta \frac{V_z}{m} k + \frac{m}{m} \Delta V_z k. \quad (9)$$

Откуда имеем:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \right) m = m \Delta V - \chi V, \quad (11)$$

где $V = V_z$.

Из уравнений (10) следует, что давление P представляет собой функцию только от Z . Следовательно, если провести нормальные к оси цилиндра сечения, то во всех таких сечениях распределения скоростей одинаковы, а давление меняется только от сечения к сечению, сохраняя в данном сечении одинаковое значение.

Левая часть (11) представляет собой функцию только от Z , а правая только от X и Y . Ясно, что равенство (11) может выполняться лишь в случае постоянства левой и правой частей по отдельности, поэтому:

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \rho \cdot g = C = \text{const}, \quad (12)$$

$$m \Delta V - \chi V = m C. \quad (13)$$

Из уравнения (12) найдем P :

$$P = (C - \rho \cdot g) \cdot z + C_1. \quad (14)$$

Так как $P(0) = P_1$ и $P(l) = P_2$, то $C_1 = P_1$, тогда:

$$C = \rho \cdot g - \frac{P_1 - P_2}{l}, \quad P = P_1 - \frac{\Delta P}{l} \cdot z, \quad (15)$$

где $\frac{\Delta P}{l}$ – перепад давления на единицу длины.

Из уравнения (13) имеем:

$$m\Delta V - \chi V = m \cdot (p \cdot g - \frac{\Delta P}{l}). \quad (16)$$

Введем обозначения:

$$a^2 = \frac{\mu}{m}; b = \frac{m}{m} (p \cdot g - \frac{\Delta P}{l}).$$

Тогда

$$\Delta V - a^2 \cdot V = b. \quad (17)$$

Следовательно, исследуемая задача сводится к следующей математической постановке.

Требуется определить функцию $V=V(x,y)$, удовлетворяющую уравнению (17) в круге $x^2 + y^2 < R^2$ и условию:

$$V = 0 \text{ при } x^2 + y^2 = R^2. \quad (18)$$

Здесь R – радиус цилиндра, а условие (18) есть условие “прилипания” вязкой жидкости, т.е. условие обращения в нуль скорости на границе.

Введем полярную систему координат. Тогда искомое решение представится в виде $V = V(r)$, где r – расстояние от оси OZ .

Запишем уравнение (17) в полярной системе координат:

$$V'' + \frac{1}{r} \cdot V' - a^2 V - b = 0. \quad (19)$$

Пусть

$$a^2 = a_0^2 + F \cdot (V), \quad (20)$$

где a_0 – не зависит от V .

Введем новую функцию:

$$\begin{aligned} \psi &= \psi(r). \\ V &= \psi - \frac{b}{a_0^2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Тогда (19) примет вид:

$$\psi'' + \frac{1}{r} \cdot \psi' - a_0^2 \cdot \psi = \Phi(\psi), \quad (22)$$

где $\Phi(\psi) = F(\psi - \frac{b}{a_0^2}) \cdot (\psi - \frac{b}{a_0^2})$.

Уравнение (22) необходимо решить при условии:

$$\psi(R) = \frac{b}{a_0^2}. \quad (23)$$

Для выделения единственного решения уравнение (22) будем решать в классе ограниченных функций, что соответствует предположению ограниченности скорости в области течения.

Введем новую независимую переменную:

$$\tau = i \cdot a_0 \cdot r, \quad (24)$$

где i – мнимая единица (т.е. $i^2 = -1$).

При этом из (22) получим:

$$\psi'' + \frac{\psi'}{\phi} + \psi = \Phi(\psi). \quad (25)$$

В дальнейшем будем считать:

$$\Phi(\psi) = 0, \quad (26)$$

что соответствует предположению о линейности закона сопротивления (закон Дарси). Тогда из (25) имеем:

$$\psi'' + \frac{\psi'}{\phi} + \psi = 0.$$

Это есть уравнение Бесселя, поэтому его общее решение может быть записано в виде:

$$\psi = A_0 \cdot I_0(\tau) + B \cdot K_0(\tau), \quad (27)$$

где $I_0(\tau)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $K_0(\tau)$ – функции Бесселя второго рода нулевого порядка.

Так как $\lim_{\tau \rightarrow 0} K_0(\tau) = \infty$, то при ограниченности ψ необходимо положить $B=0$. Из условия (23) найдем A :

$$A = b/a_0^2 \cdot I_0(i \cdot a_0 \cdot R). \quad (28)$$

Функцию I_0 ($i a_0 r$) обозначают через I_0 ($a_0 r$) и называют функцией Бесселя мнимого аргумента.

С учетом (21) получим:

$$V = \frac{b}{a_0^2} \left[\frac{I_0(a_0 r)}{I_0(a_0 R)} - 1 \right]$$

или

$$V = \frac{m}{\chi} \left(\frac{\Delta P}{l} - p g \right) \left[1 - \frac{I_0 \left(r \sqrt{\frac{\chi}{m}} \right)}{I_0 \left(R \sqrt{\frac{\chi}{m}} \right)} \right], \quad (29)$$

где $\chi = \text{const}$, $I_0(x)$ – функция Бесселя мнимого аргумента, которую можно представить в виде следующего ряда:

$$I_0(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2} \cdot \left(\frac{x}{2} \right)^{2k}. \quad (30)$$

Введем напор $h = \frac{p}{\rho \cdot g} + Z$, тогда $\frac{\Delta P}{l} - p \cdot g = p \cdot g \cdot I$, где I – потеря напора на единицу длины (градиент напора) и (29) примет вид:

$$V = \frac{m \cdot p \cdot g \cdot I}{\chi} \cdot \left[1 - \frac{I_0 \left(\sqrt{\frac{\chi}{m}} \cdot r \right)}{I_0 \left(R \sqrt{\frac{\chi}{m}} \right)} \right]. \quad (31)$$

Определим χ через формулу Козени:

$$\chi = \epsilon \cdot \frac{m}{d^2} \cdot \frac{(1-m)^2}{m^3}, \quad (32)$$

где $\epsilon = \text{const}$ – коэффициент пропорциональности, d – эффективный (эквивалентный) диаметр гранул фильтрующей загрузки.

Введем обозначения:

$$\delta = d \cdot \sqrt{\frac{\chi}{m}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{m}} \cdot \frac{1-m}{m}, \quad C = \frac{m \cdot p \cdot g \cdot v}{d^2 \cdot \chi} = \frac{g}{\epsilon} \cdot \frac{m^4}{(1-m)^2}, \quad (33)$$

где $v = \mu / \rho$ – кинематический коэффициент вязкости.

Из (31) имеем:

$$V = \frac{C I d^2}{v} \left[1 - \frac{I_0 \left(r \frac{\delta}{d} \right)}{I_0 \left(R \frac{\delta}{d} \right)} \right]. \quad (34)$$

Максимум скорости достигается при $r = 0$.

$$V_{\max} = \frac{C \cdot I \cdot d^2}{v} \left[1 - \frac{1}{I_0 \left(R \frac{\delta}{d} \right)} \right]. \quad (35)$$

Найдем секундный объемный расход жидкости Q через сечение цилиндра загрузки фильтра:

$$Q = \iint_{(S)} V \cdot dx \cdot dy = 2p \int_0^R r \cdot V \cdot d \cdot r = 2p \frac{C \cdot I \cdot d^2}{v} \left[\frac{R^2}{2} - \frac{1}{I_0 \left(R \frac{\delta}{d} \right)} \int_0^R I_0 \left(R \frac{\delta}{d} \right) r \cdot d \cdot r \right]. \quad (36)$$

Обозначим через $x = r \frac{\delta}{d}$, тогда:

$$\begin{aligned} \int_0^R \frac{d^2}{\delta^2} &= \int_0^{R \frac{\delta}{d}} I_0(x) \cdot x \cdot dx = \frac{d^2}{\delta^2} \int_0^{R \frac{\delta}{d}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2} \left(\frac{x}{2} \right)^{2k} x \cdot dx = \frac{d^2}{\delta^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2} \frac{1}{2^{2k}} \int_0^{R \frac{\delta}{d}} x^{2k+1} dx = \\ &= \frac{d^2}{\delta^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2} \cdot \frac{1}{2^{2k}} \cdot \frac{\left(R \frac{\delta}{d} \right)^{2k+2}}{(2k+2)} = \frac{d^2}{\delta^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! (k+1)!} \cdot R \cdot \frac{\delta}{d} \left(\frac{R \frac{\delta}{d}}{2} \right)^{2k+1} \\ &= \frac{d}{\delta} R \cdot I_1 \left(R \frac{\delta}{d} \right). \end{aligned}$$

Следовательно:

$$Q = 2p \frac{C \cdot I \cdot d^2}{v} \left[\frac{R^2}{2} - \frac{d}{\delta} \cdot R \cdot \frac{I_1 \left(R \frac{\delta}{d} \right)}{I_0 \left(R \frac{\delta}{d} \right)} \right]$$

или

$$Q = \frac{c \cdot l \cdot d^2}{v} \left[1 - \frac{2 \cdot d}{\delta \cdot R} \cdot \frac{I_1 \left(\frac{R \delta}{d} \right)}{I_0 \left(\frac{R \delta}{d} \right)} \right] p R^2. \quad (37)$$

Определим среднюю скорость:

$$v_{cp} = \frac{c \cdot l \cdot d^2}{v} \left[1 - \frac{2 \cdot d}{\delta \cdot R} \cdot \frac{I_1 \left(\frac{R \delta}{d} \right)}{I_0 \left(\frac{R \delta}{d} \right)} \right]. \quad (38)$$

Здесь $I_1(x)$ – функция Бесселя мнимого аргумента первого порядка, которая определяется формулой:

$$I_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \cdot (k+1)!} \left(\frac{x}{2} \right)^{2k+1}. \quad (39)$$

Проведем анализ полученного решения. Пусть T – температура, тогда для воды можно воспользоваться формулой Пуазейля:

$$v = \frac{0,0178K}{1 + 0,0337T + 0,000221T^2}, \quad (40)$$

где K – коэффициент размерности (если $v = \text{м}^2/\text{с}$, то $K = 10^{-4}$), откуда:

$$\frac{dv}{dT} = \frac{0,0178 \cdot K \cdot (2 \cdot 0,000221 \cdot T + 0,0337)}{(1 + 0,0337 \cdot T + 0,000221 \cdot T^2)^2} < 0.$$

Из (38) имеем:

$$\frac{dV_{cp}}{dT} = - \frac{Cl d^2}{v^2} \left[1 - \frac{2d}{\delta R} \cdot \frac{I_1}{I_0} \right] \frac{dv}{dT} > 0. \quad (41)$$

Из (41) следует, что при увеличении температуры скорость увеличивается. Исследуем влияние диаметра (d) загрузки насадки.

Так как при больших Z справедливо асимптотическое представление [41]:

$$I_n(z) = \sqrt{\frac{1}{2pz}} e^z \left[1 + o\left(\frac{1}{z}\right) \right], \quad (42)$$

то при $\delta R/d \gg 1$ имеем:

$$V_{cp} = \frac{Cl d^2}{v} \left[1 - \frac{2d}{\delta R} \right]. \quad (43)$$

Откуда следует, что при увеличении диаметра d скорость увеличивается.

Обозначим через V_3 объем загрузки и через V_1 объем всех пор, тогда пористость загрузки: $m = V_1 : V_3$. Объем V_1 зависит от расположения гранул загрузки (шариков) в цилиндре. Если считать шарики вписанными в кубическую решетку, то $V_3 = n \cdot d^3$, $V_1 = n \cdot \left[d^3 - \left(\frac{p}{6} \right) \cdot d^3 \right]$, n – число шариков в цилиндре.

При этом имеем $m = 1 - \frac{p}{6} = 0,476\dots$

Кубическое расположение является наименее плотным. Наиболее плотное расположение шариков достигается при ромбоэдрическом расположении их. При этом пористость будет равна $m = 1 - \frac{p\sqrt{2}}{6} = 0,260\dots$ Таким образом $0,26 < m < 0,48$.

Для определения значения параметра β поступим следующим образом.

Из (43) выразим I через V_{cp} :

$$I = \frac{v \cdot V_{cp}}{c \cdot d^2 \left[1 - \frac{2d}{\delta R} \right]}. \quad (44)$$

Далее из полученных нами экспериментальных данных методом наименьших квадратов определили значение параметра K :

$$I = K \frac{(1-m)^2}{m^4} \cdot \frac{v \cdot V_{cp}}{g d^2}. \quad (45)$$

Тогда для $x = \sqrt{6}$ получим уравнение:

$$x^3 - K \cdot x + B = 0, \quad (46)$$

где $B = 2 \cdot K \cdot m \sqrt{\frac{1}{7} \cdot d/R} \cdot (1 - m)$.

Расчеты, проведенные при $m = 0,3857$ и $R = 103,5$ мм дали, что $\beta = 8,98^2$. Результаты расчетов и экспериментов приведены в табл. [6].

Совместный анализ данных результатов расчетов по формуле (45) и экспериментов показал на удовлетворительное совпадение значений гидравлического уклона в крупнозернистой загрузке коалесцирующей насадки [3, 4].

Таблица

Диаметр загрузки d, мм	T, °C	V, м/ч	I теор.	I экс.
4	20	13,1	0,054	0,07
		35,1	0,303	0,25
	50	26,8	0,114	0,115
		36,5	0,221	0,21
	20	49,8	0,382	0,35
		13,1	0,002	0,005
		26,2	0,017	0,017
		33,7	0,026	0,023

Список библиографических ссылок

1. Урмитова Н.С., Фаткуллин Р.Г., Адельшин А.Б., Движение вязкой жидкости в порах гранулированной коалесцирующей насадки. Исследование сетей, аппаратов и сооружений водоснабжения и канализации. «Межвуз. ст. гр. Казань»: КИСИ, 1990. – С. 25-32.
2. Урмитова Н.С., Абитов Р.Н., Хисамеева Л.Р., Низамова А.Х. Оценка сил, способствующих разрушению частиц нефти в коалесцирующей насадке // Известия КГАСУ, 2015, № 2 (32). – С. 226-230.
3. Адельшин А.Б., Урмитова Н.С. Использование гидродинамических насадок с крупнозернистой загрузкой для интенсификации очистки нефтесодержащих сточных вод. Монография. – Казань: КГАСУ, 1997. – 249 с.
4. Урмитова Н.С. Интенсификация процессов очистки нефтесодержащих сточных вод на основе применения гранулированных коалесцирующих материалов. Дис...канд.техн. наук. – Казань: КИСИ, 1993. – 252 с
5. Адельшин А.А., Адельшин А.Б., Урмитова Н.С. Гидродинамическая очистка нефтепромысловых сточных вод на основе применения закрученных потоков: Монография. – Казань: КГАСУ, 2011. – 245 с.
6. Урмитова Н.С., Адельшин А.Б., Адельшин А.А. Структура фильтрационного потока и механизм процесса коалесценции в гидродинамических насадка с крупнозернистой загрузкой // Известия КГАСУ, 2014, № 2 (28). – С. 149-159.
7. Урмитова Н.С., Адельшин А.Б., Фаткуллин Р.Т. Исследование движения вязкости жидкости в порах гранулированной коалесцирующей насадки при нелинейном законе сопротивления. Межвузовский сборник научных трудов: «Гидромеханика отопительно – вентиляционных устройств». – Казань: КИСИ, 1991. – С. 67-72.
8. Урмитова Н.С., Адельшин А.Б., Адельшин А.А. Установки очистки нефтепромысловых сточных вод на основе применения закрученных потоков. Учебное пособие. – Казань: КГАСУ, 2012. – 91 с.

Urmitova N.S. – candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: urmitova@mail.ru

Abitov R.N. – candidate of pedagogic sciences, associate professor

E-mail: a_runar@mail.ru

Khisameeva L.R. – associate professor

E-mail: KhisameevaLiliya@mail.ru

Nizamova A.Kh. – senior lecturer

E-mail: Anizamova@mail.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Motion of a viscous liquid in the pores of the coarse granular coalescing nozzle with a linear resistance law

Resume

In this article, we set and solved problems of determining the motion of a viscous liquid in the pores of the coarse granular coalescing nozzle with a linear resistance law.

During the liquid filtration in the pores of the loading, liquid particles move with speed and acceleration changing in magnitude and direction. Because of the motion complexity, velocities of the individual particles cannot be considered. Therefore, similar to the filtration theory, flow rates through a certain area are considered, and not velocities. Volume depends on the arrangement of the loading granules in a cylinder.

The joint analysis of the calculated and experimental results showed satisfactory agreement of the hydraulic gradient values in a coarse loading of 4,0 mm fraction at a temperature of 20 °C, 50 °C and velocity from 13,1 to 49,8 m/s; and 17,5 mm fraction at a temperature of 20 °C and velocity from 13,1 to 33,7 m/s.

Keywords: modeling, coalescing nozzle, armoring shells, oil particles, evaluation of forces, the incoming flow of liquid, fragmentation and coalescence, adsorption layers, granules, turbulent regime, polydisperse system.

Reference list

1. Urmitova N.S., Fatkullin R.G., Adelshin A.B., Motion of a viscous liquid in the pores of the granular coalescing nozzle. Networks, devices, and structures of water supply and sanitation research. Interuniversity collection of scientific papers. – Kazan: KIEC, 1990. – P. 25-32.
2. Urmitova N.S., Abitov R.N., Khisameeva L.R., Nizamova A.Kh. Evaluation of the forces contributing to the oil particles destruction in a coalescing nozzle // Izvestiya KGASU, 2015, № 2 (32). – P. 226-230.
3. Adelshin A.B., Urmitova N.S. Using of a hydrodynamic nozzle with a coarse load for oily wastewater treatment intensification. Monograph. – Kazan: KGASU, 1997. – 249 p.
4. Urmitova N.S. Intensification of oily wastewater treatment by applying granular coalescing materials. Candidate of Engineering Sciences Thesis. – Kazan: KIEC, 1993. – 252 p.
5. Adelshin A.A., Adelshin A.B., Urmitova N.S. Hydrodynamic cleaning of oilfield wastewater by applying swirling flows. Monograph. – Kazan: KGASU, 2011. – 245 p.
6. Urmitova N.S., Adelshin A.B., Adelshin A.A. Structure of the filtration flow and mechanism of the coalescence process in the hydrodynamic nozzles with coarse loading // Izvestiya KGASU, 2014, № 2 (28). – P. 149-159.
7. Urmitova N.S., Adelshin A.B., Fatkullin R.T. Study of the motion of a viscous liquid in the pores of the granular coalescing nozzle with a nonlinear resistance law. Interuniversity collection of scientific papers «Hydromechanics of heating and ventilating systems». – Kazan: KIEC, 1991. – P. 67-72.
8. Adelshin A.A., Adelshin A.B., Urmitova N.S. Oilfield wastewater treatment facilities based on the swirling flows' application. Study guide. – Kazan: KGASU, 2012. – 91 p.