



УДК 624.048

Абдюшев А.А. – старший научный сотрудник

E-mail: aidaraa@mail.ru

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН

Адрес организации: 420111, Россия, г. Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31

Юманов В.А. – кандидат технических наук, доцент

E-mail: 2381802@mail.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Определение нагрузок на транспортное средство от динамического воздействия грузов при экстренном торможении

Аннотация

Рассмотрена уточняющая модель взаимодействия груза и транспортного средства при экстренном торможении.

Выведена формула, позволяющая определить значение сил воздействия между грузом и транспортным средством.

Предложен алгоритм определения статических нагрузок эквивалентным динамическим воздействием груза на транспортное средство при конечноэлементном анализе.

Приводятся результаты практического применения предложенного подхода.

Приводятся обоснованные рекомендации на основе выведенных формул и примера.

Ключевые слова: транспортировка грузов, коэффициент динамичности, уравнения движения, метод конечных элементов.

При транспортировке грузов, в случае экстренного торможения и отсутствия надлежащих креплений, динамическое воздействие этих грузов на конструкции транспортного средства оказывается весьма существенным. Причем действие динамических сил воспринимается передним бортом кузова, входящим в конструкцию транспортного средства или специально запроектированным. Эти динамические воздействия имеют импульсный характер. Поскольку наиболее распространенным методом, применяемым при расчете конструкций, является метод конечных элементов (МКЭ), необходимо учитывать его особенности. В общем случае, при импульсном характере воздействия, задача в линейно динамической постановке решается (при известном характере импульса) методом сложения форм колебаний. При этом полное решение (при известных численных процедурах ортогонализации и нормирования относительно матрицы масс) распадается на отдельные решения по формам колебаний [1]. Этот подход, при практическом применении, достаточно трудоемок. К тому же рассматривается импульсное воздействие на неподвижную конструкцию, без учета её инерционных свойств.

Известен также приближенный метод расчета для тела, падающего с высоты S на упругое основание. Энергетическим способом выведена формула, определяющая коэффициент динамичности. Этот коэффициент дает отношение величины статической нагрузки, эквивалентной динамической, к весу тела [2]:

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2S}{d_{cm}}} \quad (1)$$

Здесь d_{cm} – прогиб от статически приложенного в точке собственного веса тела, равного mg . В случае горизонтального воздействия на упругую неподвижную преграду равноускоренного тела в формуле (1) d_{cm} будет иметь значение, соответствующее воздействию силы (ma), где a – ускорение (замедление) тела. Однако в нашем случае эта формула неприменима, поскольку тело (груз) воздействует на подвижную преграду

(передний борт транспортного средства), имеющую к тому же собственную конечную массу. Для определения параметров движения груза и транспортного средства при экстренном торможении была составлена модель, показанная на рис. 1.

Для этой схемы была составлена система дифференциальных уравнений движения:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -F_{mp} + K(x_2 - x_1), \quad (2)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -K(x_2 - x_1). \quad (3)$$

Здесь m_1 – масса автопоезда, m_2 – масса груза; V_0 – абсолютная скорость груза в момент контакта груза и переднего борта, $V_0 - V_2 = V_1$ – скорость автопоезда в момент контакта, V_s – скорость груза в момент удара о «неподвижную» опору. K – жесткость точечного контакта (псевдо пружины), F_{mp} – сила торможения. Для простоты было принято: начальная длина несжатой пружины $l_0 = 0$. Трением груза о кузов пренебрегаем.

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{При } t = 0: \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 0, \quad \frac{dx_1}{dt} = V_1 = V_0 - V_s = 16.667 - V_s, \\ \frac{dx_2}{dt} = V_0 = 16.667 \text{ м/сек.} \end{aligned} \quad (4)$$

Значение V_0 здесь было принято равным 60 км/час = 16,667 м/сек.

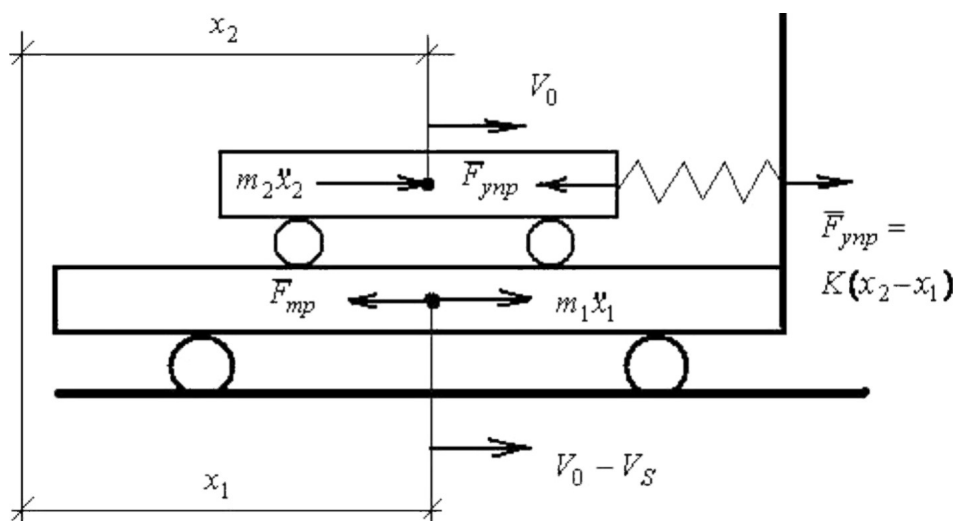


Рис. 1. Модель упругого взаимодействия груза и транспортного средства при экстренном торможении и отсутствии крепления

Для решения системы дифференциальных уравнений сложим (8) и (9) и дважды проинтегрируем:

$$m_1 \frac{dx_1}{dt} + m_2 \frac{dx_2}{dt} + F_{mp} t + C_1 = 0, \quad (5)$$

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 + \frac{F_{mp} t^2}{2} + C_1 t + C_2 = 0. \quad (6)$$

Подставляем граничные условия и определяем константы интегрирования:

$$C_1 = -m_1 V_1 - m_2 V_0; C_2 = 0. \quad (7)$$

Подстановкой констант и поделив все на m_1 , получим выражение:

$$x_1 = -\frac{F_{mp} t^2}{2m_1} + V_1 \cdot t + \frac{m_2}{m_1} V_0 t - \frac{m_2}{m_1} x_2. \quad (8)$$

Подставляем (8) в (3) и получим:

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + K \left(x_2 + \frac{m_2}{m_1} x_2 - V_1 t - \frac{m_2}{m_1} V_0 t + \frac{F_{mp} t^2}{2m_1} \right) = 0. \quad (9)$$

Приводим (9) к следующему виду:

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} + K \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) x_2 = -\frac{KF_{mp} t^2}{2m_1 m_2} + K \left(\frac{V_0}{m_1} + \frac{V_1}{m_2} \right) t. \quad (10)$$

а) Частное решение неоднородного уравнения ищем в виде полинома:

$$x_2^{**} = b_0 + b_1 t + b_2 t^2. \quad (11)$$

Дважды дифференцируем (11) и, подставив в (10), рассмотрим коэффициенты при одинаковых степенях:

$$2b_2 + K \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (b_0 + b_1 t + b_2 t^2) = -\frac{KF_{mp} t^2}{2m_1 m_2} + K \left(\frac{V_0}{m_1} + \frac{V_1}{m_2} \right) t. \quad (12)$$

При свободных членах:

$$2b_2 + Kb_0 \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = 0; \quad b_0 = -2b_2 \frac{m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)}. \quad (13)$$

При t :

$$Kb_1 \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = K \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{m_1 m_2}. \quad (14)$$

При t^2 :

$$Kb_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = -K \frac{F_{mp}}{2m_1 m_2}. \quad (15)$$

Проводя сокращения, окончательно имеем:

$$b_2 = -\frac{F_{mp}}{2(m_1 + m_2)}; \quad b_1 = \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{(m_1 + m_2)}; \quad b_0 = \frac{F_{mp} m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)^2}. \quad (16)$$

При этом напомним, что по определению условий торможения автопоезда:

$$F_{mp} = a_0(m_1 + m_2). \quad (17)$$

И полагаем, что при экстренном торможении, при не сработавших стопорных устройствах груз продолжает движение, со скоростью V_0 , а автомобиль замедляется с ускорением $a_{зам}$. Причем, в силу того, что сила торможения приложена только к массе m_1 , реальное ускорение при торможении определяется:

$$a_{зам} = a_0 \frac{m_1 + m_2}{m_1}. \quad (18)$$

Окончательно имеем:

$$x_2^{**} = \frac{a_0 m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)} + \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{(m_1 + m_2)} t - \frac{a_0}{2} t^2. \quad (19)$$

б) Общее решение однородного уравнения:

$$I^2 = K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}, \quad I = \sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}}. \quad (20)$$

Характеристическое уравнения:

$$I^2 - K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = 0; \quad I_{1,2} = \pm \sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} \cdot i. \quad (21)$$

Тогда общее решение:

$$x_2^* = C_3 \cos(I t) + C_4 \sin(I t). \quad (22)$$

Полное решение:

$$x_2 = x_2^* + x_2^{**} = C_3 \cos(I t) + C_4 \sin(I t) + \frac{a_0 m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)} + \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{(m_1 + m_2)} t - \frac{a_0}{2} t^2. \quad (23)$$

Постоянные интегрирования определяем из начальных условий:

При $t = 0$:

$$x_2 = C_3 + \frac{a_0 m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)} = 0, \quad (24)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} \cdot C_4 + \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{(m_1 + m_2)} = V_0. \quad (25)$$

Получаем:

$$C_3 = -\frac{a_0 m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)}, \quad (26)$$

$$C_4 = \frac{(V_0 - V_1)m_1}{(m_1 + m_2)} \left(\sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} \right)^{-1}. \quad (27)$$

Окончательно:

$$x_2 = \frac{a_0 m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)} \cos(I_1 t) + \frac{(V_0 - V_1)m_1}{(m_1 + m_2)} \left(\sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} \right)^{-1} \sin(I_1 t) - \frac{a_0 m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)} + \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{(m_1 + m_2)} t - \frac{a_0}{2} t^2. \quad (28)$$

Имея выражения для x_2 по (23) и x_1 по (8), запишем условия наличия максимальной силы в пружине. Очевидно, что это условие может быть записано так:

$$\frac{d(x_2 - x_1)}{dt} = \frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} = 0. \quad (29)$$

Из (14):

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{m_1} - \frac{a_0 (m_1 + m_2) t}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \frac{dx_2}{dt}. \quad (30)$$

Из (23):

$$\frac{dx_2}{dt} = \sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} (-C_3 \sin(I_1 t) + C_4 \cos(I_1 t)) + \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{(m_1 + m_2)} - a_0 t. \quad (31)$$

Подставляем (30) и (31) в (29) и получим разрешающее трансцендентное уравнение:

$$\frac{m_1 + m_2}{m_1} \times \left(\sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} (-C_3 \sin(I_1 t) + C_4 \cos(I_1 t)) + \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{(m_1 + m_2)} - a_0 t \right) - \frac{V_0 m_2 + V_1 m_1}{m_1} + \frac{a_0 (m_1 + m_2) t}{m_1} = 0 \quad (32)$$

Приведем подобные члены и получим окончательно решение:

$$-C_3 \sin(I_1 t) + C_4 \cos(I_1 t) = 0; \quad (33)$$

Или:

$$\operatorname{tg}(I_1 t) = \frac{C_4}{C_3}. \quad (34)$$

Для практического применения этой формулы определим физический смысл некоторых величин. Прежде всего, имея в виду (18), заметим, что:

$$K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = \frac{a_{зам} K}{a_{зам} m_1} + \frac{a_{зам} K}{a_{зам} m_2} = \frac{a_{зам}}{d_{1cm}} + \frac{a_{зам}}{d_{2cm}}. \quad (35)$$

Здесь d_{1cm} и d_{2cm} – перемещения «конца пружины» под действием статических сил, соответствующих m_1 и m_2 . Причем единицы измерения:

$$\left[\frac{(\text{кгс}/\text{м}) \cdot (\text{м}/\text{сек}^2)}{\text{кгс}} \right] = \text{сек}^{-2}. \quad (36)$$

Тогда переписываем (21), (27), (28) и, как следствие, (32) в виде (с учетом (17,18)):

$$I = \sqrt{\frac{a_{зам}}{d_{1cm}} + \frac{a_{зам}}{d_{2cm}}}, \tag{37}$$

$$C_3 = -\frac{a_0}{\left(\frac{a_{зам}}{d_{1cm}} + \frac{a_{зам}}{d_{2cm}}\right)}, \tag{38}$$

$$C_4 = \frac{(V_0 - V_1)m_1}{(m_1 + m_2)} \left(\sqrt{\frac{a_{зам}}{d_{1cm}} + \frac{a_{зам}}{d_{2cm}}}\right)^{-1}, \tag{39}$$

$$t = \frac{\arctg\left(-\frac{(V_0 - V_1)}{a_{зам}} \left(\frac{a_{зам}}{d_{1cm}} + \frac{a_{зам}}{d_{2cm}}\right)^{-3/2}\right) + p}{I} \neq 0. \tag{40}$$

В случае $S = 0$ и $V_s = 0$, решение (39) преобразуется:

$$I t = p. \tag{41}$$

В общем случае, если положить расстояние от груза до переднего борта отличным от нуля ($S \neq 0$), то скорость V_s определяется следующим образом:

Сначала вычисляем:

$$t_s = \sqrt{\frac{2S}{a_{зам}}} = \sqrt{\frac{2S m_1}{a_0 (m_1 + m_2)}}. \tag{42}$$

Затем определяем:

$$V_s = a_{зам} t_s = \sqrt{2S a_{зам}} = \sqrt{\frac{2S a_0 (m_1 + m_2)}{m_1}}. \tag{43}$$

Указанная методика была применена при проектировании конструкции и анализе прочности переднего борта полуприцепа, предназначенного для транспортировки турбобуров разных диаметров и масс. Всего транспортируются 6 турбобуров, расположенных в ряд. Из всех вариантов турбобуров выбраны наиболее массивные. На рис. 2 показана условная схема воздействия турбобура на передний борт при экстренном торможении и в случае не срабатывания закреплений.

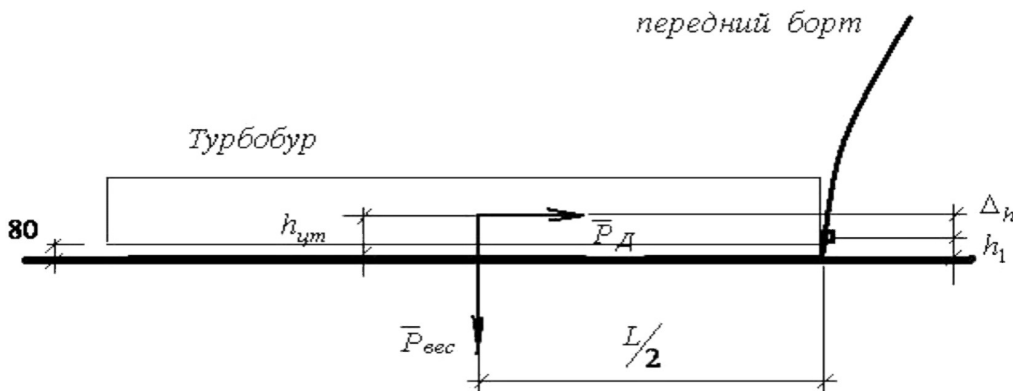


Рис. 2. Схема воздействия турбобура на передний борт транспортного средства (ТС)

Длину тормозного пути при разных скоростях автомобиля принимаем по таблице 1 [3].

Таблица 1

Зависимость тормозного пути от скорости движения автомобиля			
Скорость движения, км/ч	Тормозной путь, м		
	Сухой асфальтобетон	Мокрый асфальтобетон	Асфальтобетон, покрытый льдом
20	2,6	3,9	15,6
30	5,9	8,8	35,3
40	10,5	15,7	62,9
50	16,4	24,6	98,1
70	32,1	48,2	192,6
100	65,5	93,3	393,0

Выбираем расчетную скорость движения автопоезда – $V_0 = 60 \text{ км/час} = 16,667 \text{ м/сек}$.

Длина тормозного пути, соответствующая скорости $V_0 = 60 \text{ км/час}$, равна, по квадратичной интерполяции, $l_m = 23,6 \text{ м}$. По известным физическим формулам, ускорение (замедление) определяем по:

$$a_0 = \frac{V_0^2}{2l_m} = \frac{16,667^2}{2 \cdot 23,6} = 5,885 \text{ м/сек}^2. \quad (44)$$

Через это ускорение определяем силу, участвующую в торможении и приложенную к центру масс автомобиля с полуприцепом и грузом – (17), (18).

В общем случае, алгоритм практического решения выглядит следующим образом:

- 1) Для i -го груза (турбобура) МКЭ определяем перемещение d_{1cm} и d_{2cm} по i -му направлению от действия веса порожнего автопоезда и веса турбобура;
- 2) Из уравнения (40) определяем для каждого груза время t_i ;
- 3) Для i -го направления вычисляем величину $x_2 - x_1$ и, как следствие, динамический коэффициент:

$$K_d = \frac{x_2 - x_1}{d_{2cm}} \quad (45)$$

- 4) Проводим расчет МКЭ от совокупности динамических нагрузок.

Для проверки выведенных формул (3)-(41) была составлена программа на языке Си.

При $S = 0 (V_s = 0)$, для всех грузов коэффициент динамичности оказался равным меньше 2. Причем эта величина точно определяется формулой:

$$K_d = \frac{2}{1 + \frac{m_2}{m_1}} \quad (46)$$

При $m_1 \rightarrow \infty$ $K_d \rightarrow 2$. В этом случае, величина $1 + \frac{m_2}{m_1}$ является коэффициентом запаса прочности при приближенных расчетах.

При задании $S > 0$, коэффициенты динамичности при расчете разными методами не связаны линейной зависимостью.

В таблице 2 приведены сравнительные значения коэффициентов динамичности, определяемых разными методами и при разных точках приложения нагрузки.

Таблица 2

N_{mp}	Статическая нагрузка $P_{i0} = a_{зам} \times \frac{m_2}{9,81 \cdot 6}$ кгс	Перемещение δ_2 , в мм	K_d					
			$S = 0,0001 м$		$S = 0,001 м$		$S = 0,01 м$	
			Энергетический метод	Уравнения движения	Энергетический метод	Уравнения движения	Энергетический метод	Уравнения движения
1 и 6	3018	0,40736	2,116	1,931	2,859	3,079	6,055	7,398
2 и 5		0,11978	2,355	2,328	4,058	4,735	10,192	12,847
3 и 4		0,15715	2,279	2,207	3,714	4,268	9,039	11,333

Несколько замечаний следует привести в случае, если груз имеет контакт с передним бортом не в одной точке, а в нескольких. Сразу следует отметить, что любой из предлагаемых подходов будет приближенным, поскольку, в общем случае, такая задача не линейна и должна решаться как контактная.

И все же, при реализации многоточечного контакта, после любого эвристического подхода, позволяющего распределить нагрузку $a_{зам} m_2$, на N точек в виде нагрузок $a_{зам} m_{2i}$, можно перейти к обобщенным перемещениям, по формуле:

$$d_2 = \frac{\sum_{i=1}^N d_{2i} m_{2i}}{m_2}, \quad d_1 = d_2 \frac{m_1}{m_2} \tag{47}$$

Здесь d_{2i} – перемещение i -го узла контакта груза и конструкции ТС.

В случае включения в общую расчетную схему груза с абсолютно жестким контуром или с учетом его действительной упругости принимается $\delta_2 = \delta_{m2}$, где δ_{m2} – абсолютное перемещение центра масс груза.

Выводы и заключение

Анализируя приведенные формулы и результаты, приведенные в таблице 2, мы видим, что в случае ненадлежащего крепления груза наличие даже небольших зазоров между грузом и передним бортом кузова транспортного средства вызывает очень большие по величине силы воздействия на конструкцию борта.

Эти силы могут или повредить конструкцию переднего борта и, как следствие, кабину водителя, или вызвать непредсказуемый занос транспортного средства, возможно ведущий к аварийной ситуации.

Первая из мер безопасности – надежное крепление грузов. Причем устройства крепления необходимо рассчитывать на суммарную нагрузку $2 m_2 a_{зам}$. Здесь принят коэффициент динамичности $K_d = 2$.

Следующая мера безопасности заключается в том, чтобы предусматривать амортизирующие устройства, которые увеличивают значение d_{2cm} и, согласно (45) и сравнению строк таблицы 2, уменьшают значение K_d .

Учет податливости самого груза также увеличивает значение d_{2cm} и уменьшает значение K_d .

Список литературы

1. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
2. Теория / Соппротивление материалов / Лекция № 49. Расчет динамического коэффициента при ударной нагрузке. URL: <http://www.toehelp.ru/theory/sopromat/49.html> (Дата обращения 10.10.2011).
3. Автомобиль от А до Я. URL: <http://worz.ru/p/auto0023.html> (Дата обращения 10.10.2011).

Abdiushev A.A. – senior scientific employee

E-mail: aidaraa@mail.ru

Institute of Mechanical Engineers and Machine building of Kazan scientific centre RAS

The organization address: 420111, Russia, Kazan, Lobachevsky st., 2/31

Yumanov V.A. – candidate of technical sciences, associate professor

E-mail: 2381802@mail.ru

Kazan state university of architecture and engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Determination of loads on the vehicle on the dynamic impact loads during emergency braking

Resume

In this paper, the case of impact loads from not fastened cargo on the front side of the vehicle in case of emergency braking operation and mounting. For this purpose, was drawn up a mathematical model of motion two-mass system. The friction load on the vehicle body is not taken into account. On the basis of differential equations of motion were derived a formula for determining the dynamic factor, which allows to reduce the dynamic problem to a static. It is shown that in the special case when the applied load instantly, the coefficient of dynamic, as defined in Article coincides with the value specified on the basis of traditional energy method. An algorithm for determining the loads on the front side of the body in the determination of the stress strain state of the construction side of the finite element method. Recommendations are given for cases with one-point and multipoint touch cargo and the board. We consider the practical problem: transportation turbodrills by semi-trailer on the basis of KAMAZ. The values of dynamic coefficients by different methods are obtained. As a result of the comparison conclusions are made. Recommendations are given that allow to clarify the results of the analysis considered case.

Keywords: cargo transportation, the dynamic coefficient, equations of motion, the finite element method.

References

1. Ray W. Clough, Joseph Penzien. Dynamics of structures. – М. Stroyizdat, 1979. – 320 p.
2. Theory / Strength of Materials / Lecture number 49. The calculation of the coefficient of dynamic impact loading. URL: <http://www.toehelp.ru/theory/sopromat/49.html> (Date of application 10.10.2011).
3. The car from A to Z: <http://worz.ru/p/auto0023.html> (Date of application 10.10.2011).