



УДК 624.012

**Ф.Х. Ахметзянов** – кандидат технических наук, доцент**О.В. Радайкин** – аспирант

Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КазГАСУ)

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПАРАМЕТРОВ ПОВЕРХНОСТНЫХ ТРЕЩИН В БЕТОННЫХ И СЛАБОАРМИРОВАННЫХ СТЕНОВЫХ ПАНЕЛЯХ ПРИ ОДНОКРАТНОМ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

### АННОТАЦИЯ

Установлены зависимости между параметрами несквозной нормальной трещины в стеновой панели методом «взаимно перпендикулярных пластин». Определены остаточная несущая способность панели и размер зоны предразрушения в вершине трещины. Полученные зависимости и предложенный метод расчета стеновых панелей составляют научную новизну.

**F.H. Ahmetzjanov** – candidate of technical sciences, associate professor**O.V. Radaikin** – post-graduate student

Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)

## TO DEFINITION OF DEPENDENCE OF SURFACE CRACKS IN CONCRETE AND UNDER-REINFORCED WALL PANELS UNDER SINGLE STATIC LOADING

### ABSTRACT

The dependence between the parameters of non-cutting normal cracks in wall panels by method of «mutually perpendicular plates» is defined. Residual load capacity of panels and size of process zone at the top of the crack are determined. The resulting dependence and the proposed method of wall panels' calculation constitute a scientific novelty.

В настоящее время в России наблюдается интенсификация строительства жилья, благодаря повышению потребительской способности населения страны за последние годы. Однако спрос на жильё настолько велик, что стоимость его квадратного метра неуклонно возрастает.

Поэтому возникает проблема снижения эксплуатационных затрат на ремонт и обслуживание зданий, а также проблема увеличения срока службы как уже существующего фонда домов, так и вновь возводимого.

Отметим, что наибольшему воздействию неблагоприятных факторов в домах подвержены наружные ограждающие конструкции. Так, уже новые смонтированные стеновые панели здания обладают начальной системой усадочных трещин и прочих дефектов, которые с течением времени развиваются, снижая эксплуатационные качества стен.

Для решения вышеуказанных проблем необходима разработка оптимальных приемов ремонта элементов здания (заделка трещин в бетоне, усиление железобетонных конструкций). Указанные приемы требуют знания параметров трещин: их длины, ширины раскрытия и заглубления.

Ранее в статье [1] было подтверждено наличие определённой зависимости между вышеуказанными

величинами. Авторы работы [2] подчеркивают необходимость установления соотношений между параметрами трещины.

Таким образом, целью данной работы является установление зависимостей между длиной  $l_{cr}$ , шириной раскрытия  $a_{cr}$  и заглублением  $h_{cr}$  трещины в бетонной стеновой панели.

Рассматриваемая панель представляет собой однопролетную однослойную несущую балку-стенку (соотношение сторон  $2 \leq L/H < 4$ ) с конструктивным армированием, которое требуется для восприятия нагрузок лишь во время транспортировки и монтажа. Экспериментами многих авторов установлено слабое влияние конструктивного армирования на деформативность железобетонных элементов.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- формируется расчетная схема стеновой панели с трещиной (рис.1);

- вычисляется коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$  (КИН) по известным формулам [7];

- разрабатывается методика определения критической длины трещины при переходе её из несквозной в сквозную;

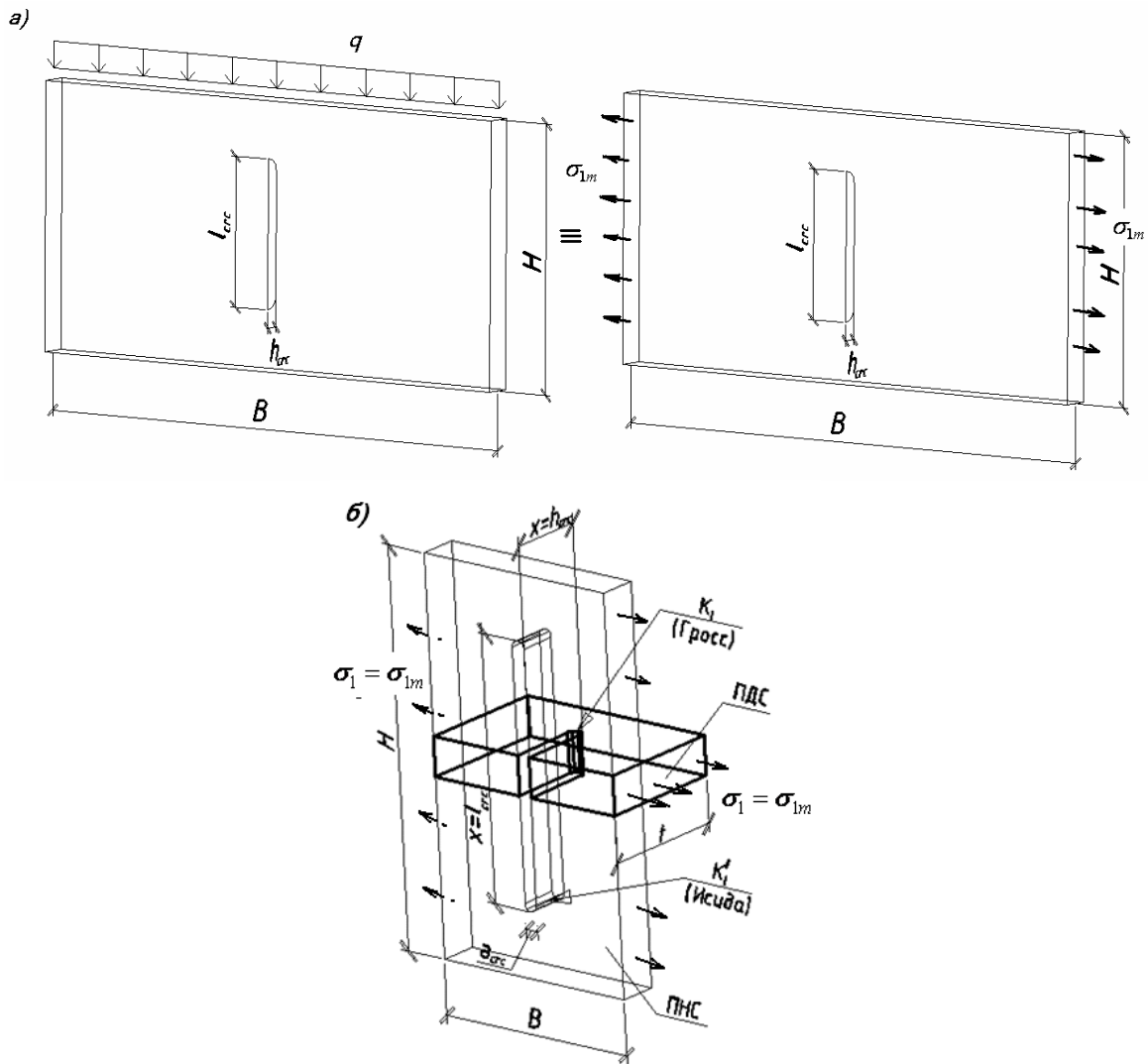


Рис. 1. Моделирование стеновой панели с трещиной методом ВПП: а – схема нагружения; б – схема заменяющих взаимно перпендикулярных пластин

- дается оценка остаточной несущей способности (ОНС) панели;
- устанавливаются зависимости между параметрами несквозной нормальной трещины;
- полученные результаты сопоставляются с данными натурных исследований.

Задача определения длины трещины при её переходе из несквозной в сквозную решается предложенным авторами методом взаимно перпендикулярных пластин (ВПП), суть которого изложена ниже.

Допущения, принятые в данной работе:

а) материал панели – бетон, вне зоны предразрушения (что возникает у вершины трещины) он является упругим изотропным и характеризуется модулем упругости  $E_b$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$ , конструктивное армирование при необходимости

учитывается через приведенный модуль упругости;

б) бетон – квазихрупкий материал [3], характерный линейный размер зоны псевдопластичности (микрорастрескивания или предразрушения) в вершине трещины не превышает 20% от её длины, что показали исследования [4], поэтому в данной работе использован аппарат линейной механики квазихрупкого разрушения;

в) размер зоны предразрушения в вершине трещины оценивается поправкой Ирвина на пластичность, при неперевышении напряжений  $1,16R_{bl,ser}$  нормативной прочности бетона на растяжение [4];

г) макротрещина в панели является изначально заданной и зарождение её вследствие слияния множественных зародышевых микротрещин в рассмотрение не входит, бетон с трещиной деформируется упруго;



д) предполагается, что трещина по мере своего развития одновременно как удлиняется, так и заглубляется, что следует из равнопрочности бетона во взаимно перпендикулярных направлениях (следствием этого является равенство КИН по этим направлениям);

е) динамические эффекты и возможность ветвления макротрещины тоже не учитываются;

ж) длина трещины  $l_{crc}$  и размер сечения панели намного превышают характерный размер отдельных элементов структуры бетона  $l_{ch}$ , при этом он считается однородным и на определение коэффициентов интенсивности напряжений масштабный фактор не влияет [5];

з) рассматривается только однократное кратковременное вертикальное нагружение панели (балки-стенки) равномерно распределенной статической нагрузкой  $q$ , а сложноподвиженное состояние приводится к однородному осреднению главных растягивающих напряжений величиной  $S_{1m}$ , действующей перпендикулярно нагрузке  $q$ .

Последнее допущение основывается на том, что трещины в бетоне главным образом развиваются от действия растягивающих напряжений, поскольку прочность материала на растяжение в 8-10 раз ниже, чем на сжатие, и в 2-3 раза ниже, чем при сдвиге [6]. Кроме того, во время технических обследований крупнопанельных домов на предмет их физического износа выявляется множество стеновых панелей с вертикальными прямолинейными трещинами, причиной возникновения которых, очевидно, являются напряжения  $S_{1m}$ . В дальнейшем потребуется уточнить это положение и рассмотреть неоднородное НДС, возникающее при действии как вертикальных сил от собственного веса, так и горизонтального напора ветра.

Описание метода взаимно перпендикулярных пластин ВПП:

Стеновая панель размерами  $B \times H \times t$  (см. рис.1) с поверхностной макротрещиной длиной  $l_{crc}$  и заглублением  $h_{crc}$  представляется в виде двух взаимно перпендикулярных пластин.

Одна пластина толщиной  $t$  совмещается с фронтальной поверхностью панели, на которой лежит трещина. Эта пластина моделирует поверхностный слой (плосконапряженное состояние – ПНС). Значения  $K_I$  и  $a_{crc}$  для этой пластины с разрезом длиной  $l_{crc}$  вычисляются по формулам Исиды [7]:

$$K_I^{Ic}(x) = S_1 \sqrt{px} F_I^{Ic}(x)$$

$$F_I^{Ic}(x) = \sqrt{\sec\left(\frac{px}{2B}\right)}, \quad (1)$$

$$a_{crc}(x) = \frac{2S_1 x}{E_b t} V_I(x),$$

$$V_I(x) = 1 + 0,065 \left(\frac{2x}{H}\right) - 0,241 \left(\frac{2x}{H}\right)^2 + 3,76 \left(\frac{2x}{H}\right)^3 - 6,63 \left(\frac{2x}{H}\right)^4 + 4,93 \left(\frac{2x}{H}\right)^5, \quad (2)$$

При  $H \gg l_{crc}$   $F_I(l_{crc}) \rightarrow 1$  формула (1) вырождается в формулу Гриффитца для бесконечной плоскости с разрезом:  $K_I(x) = S_1 \sqrt{px}$ . Она справедлива, например, для монолитных несущих стен, возводимых на всю высоту здания.

Другая пластина единичной толщины моделирует внутренние слои тела (плоско-деформированное состояние – ПДС) и располагается перпендикулярно первой. В рассматриваемой пластине  $K_I$  определяется уже по формуле Гросса [7], как для пластины с боковым надрезом длиной  $h_{crc}$ :

$$K_I^{Ip}(x) = \frac{S_1}{1-n^2} \sqrt{px} F_I^{Ip}(x)$$

$$F_I^{Ip}(x) = 1,12 - 0,231 \left(\frac{x}{t}\right) + 10,55 \left(\frac{x}{t}\right)^2 - 21,72 \left(\frac{x}{t}\right)^3 + 30,39 \left(\frac{x}{t}\right)^4 \quad (3)$$

Здесь  $x$  – длина разреза в пластине для случая ПНС или длина надреза пластины при ПДС,  $S_1$  – главные растягивающие напряжения.

Заметим, что заданная поверхностная трещина станет сквозной, если пластина из внутреннего слоя разрушится, то есть когда длина её надреза достигнет половины толщины панели  $h_{crc} = 0,5t$ . Это утверждение можно обосновать так: сечение пластины, в которую заглубляется трещина, разобьем на  $N$  площадок. Пусть для каждой площадки известна прочность на разрыв  $R_{bt,i}$  и закон её распределения – нормальный. Тогда для того чтобы эта пластина разрушилась, необходимо, чтобы истинные растягивающие напряжения (с учетом уменьшающейся площади сечения) достигли средней прочности бетона площадок:  $R_{btm}$ . В этом случае выключится из работы ровно 50% всех элементарных площадок [8] – это эквивалентно тому, что надрез достигнет половины высоты сечения пластины.

Очевидно, что в процессе развития заданной трещины увеличиваются одновременно её длина  $l_{crc}$



и заглупление  $h_{crc}$ . Условием этого в изотропном материале будет равенство:

$$K_I^{Ic}(x) = K_I^{Ip}(x) \quad (4)$$

И из уравнения  $K_I^{Ic}(x) = K_I^{Ip}(t/2)$  можно определить критическую длину трещины  $l_{cr} = 2x$  в момент, когда она перейдет из несквозной в сквозную ( $x$  – корень уравнения).

Значение  $x$  можно также определить, как показано на примере ниже, по графикам функций (1) и (3), представленным на рисунке 2. Откуда искомое соотношение  $l_{crc}/h_{crc}$  или  $l_{cr}/0,5t$ , легко устанавливается. Зная это и определив  $a_{crc}$  по формуле (2), устанавливаются соотношения  $l_{crc}/a_{crc}$ ,  $h_{crc}/a_{crc}$ .

Для оценки погрешности и области применимости предлагаемого метода можно воспользоваться данными [7]. Так, погрешность при вычислении КИН по формуле (1) составляет  $\pm 0,3$  при  $l_{crc}/H \leq 0,7$  и  $\pm 1,0$  при  $l_{crc}/H = 0,8$ . А по формуле (3) соответственно  $\pm 0,3$  при  $h_{crc}/H \leq 0,6$ . Для ширины раскрытия по формуле (2) погрешность составляет  $\pm 1,0$  при  $l_{cr}/H \leq 0,7$ .

Числовой пример определения искомых зависимостей в бетонной стеновой панели рассмотрен на рисунке 1.

Дано: бетонная однослойная глухая стеновая панель (конструктивное армирование не учитываем) размерами  $B \times H \times t = 6000 \times 3000 \times 300$  мм имеет вертикальную трещину длиной  $l_{crc}$  ( $0 < l_{crc} \leq H$ ) и заглуплением  $h_{crc}$  ( $0 < h_{crc} \leq \frac{t}{2}$ ), направленную перпендикулярно главным растягивающим

однородным напряжениям  $S_1 = S_{1m} = 0,1 \text{ МПа}$  (возникают в поперечном направлении относительно вертикальной сжимающей нагрузки). Материал панели – тяжелый бетон класса В27,5 со следующими показателями прочности и трещиностойкости [9]:  $R_{bt,ser} = 1,02 \text{ МПа}$ ,  $E_b = 30200 \text{ МПа}$ ,  $K_{IC} = 0,405 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$  – нормативная прочность при растяжении, модуль упругости и коэффициент вязкости разрушения.

Найти: зависимости  $l_{crc}/h_{crc}$ ,  $l_{crc}/a_{crc}$ ,  $h_{crc}/a_{crc}$ .

Решение: расчетная схема панели согласно методу ВПП показана на рисунке 1б.

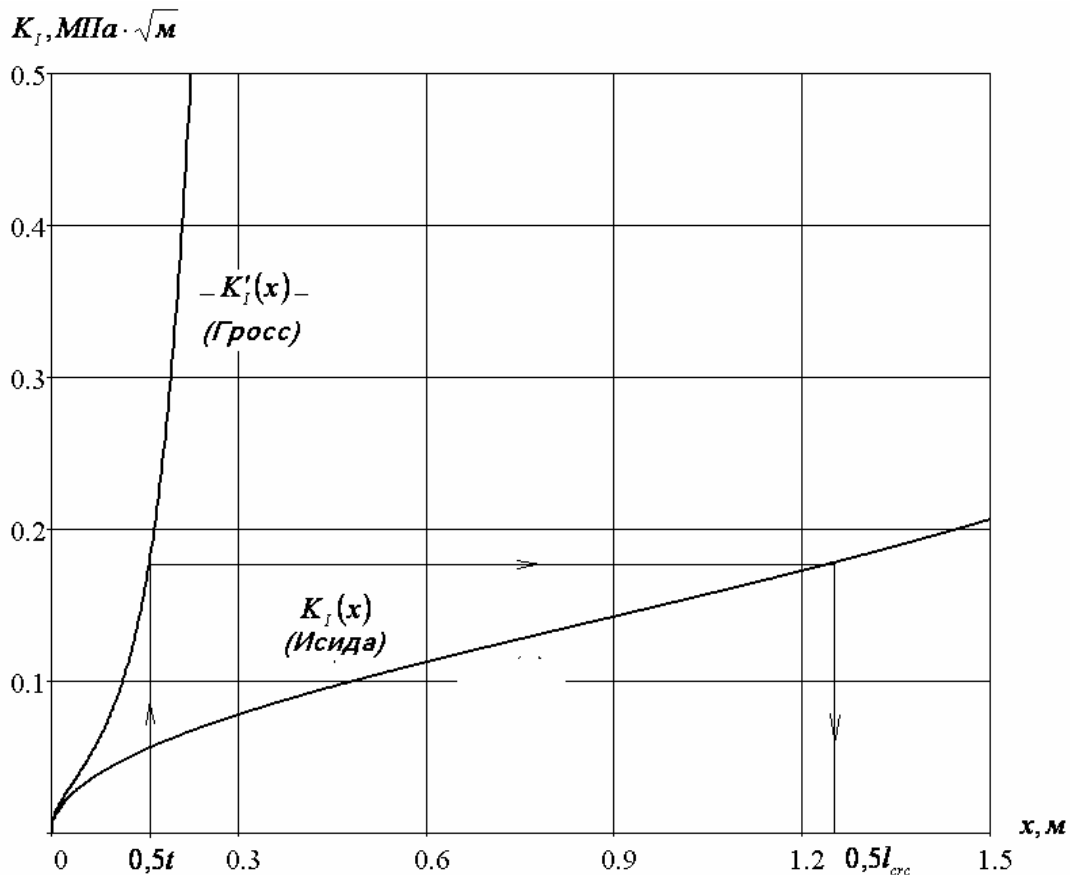


Рис. 2. Графическое определение зависимости полудлины трещины  $0,5l_{crc}$  от её заглупления  $h_{crc} = 0,5t$  по коэффициентам интенсивности напряжений



### 1. Определение $l_{crc}/h_{crc}$

Значение КІ для двух типов пластин определяется по формулам (1), (3) или по графикам рис. 2.

По рис. 2 при заглублении  $h_{crc} = x_1 = 0,5t$  определяем критическую длину трещины

$$l_{crc} = l_{cr} = 2x_2 = 2,186m. \text{ Тогда } \frac{l_{crc}}{h_{crc}} = \frac{2,186}{0,15} = 14,573. \text{ Или}$$

с учетом погрешности вычислений  $\pm 1,5\%$  будем иметь

$$\frac{l_{crc}}{h_{crc}} = 14,573 \pm 0,218. \text{ Заметим, что при меньших}$$

заглублениях  $h_{crc} < 0,5t$  соотношение  $\frac{l_{crc}}{h_{crc}} \rightarrow 1$ .

Из вычислений  $l_{cr}$  для панелей с различными граничными условиями установлено, что последнее соотношение не зависит от напряжений  $S_1$  и, в конечном счете, от вязкости разрушения материала  $K_{IC}$ , однако при решении уравнения (4) необходимо

соблюсти условие  $K_I^{IIP}\left(\frac{t}{2}\right) \leq K_{IC}$ , иначе трещина заведомо будет сквозной. В нашем случае  $K_I^{IIP}\left(\frac{t}{2}\right) = 0,162 \pm 0,001 \text{ МПа} \cdot \sqrt{м} < K_{IC} = 0,405 \text{ МПа} \cdot \sqrt{м}$ .

Расчеты показали, что при  $H \gg l_{cr}$   $l_{cr} \rightarrow 2,6m$ , а  $\frac{l_{crc}}{h_{crc}} \rightarrow 17,336 \pm 0,260$  (длина критической трещины

составима с высотой этажа 3,0 м), причем это отношение остаётся постоянным независимо не только от напряжений  $S_1$ , но и от толщины стены  $t$ .

### 2. Определение $l_{crc}/a_{crc}$ и $h_{crc}/a_{crc}$

Как видно из формул Исиды (2), ширина раскрытия трещины зависит от напряженного состояния и свойств материала. Поэтому в предельном состоянии, помимо того, что  $x = l_{cr} = 2,186m$ , примем главные напряжения равными критическим

$$S_{cr} = S_1 \frac{K_{IC}}{K_I^{IIP}\left(\frac{t}{2}\right)} = 0,1 \frac{0,405}{0,162} = 0,25 \text{ МПа} \text{ (исходя из}$$

пропорции  $\frac{S_{cr}}{S_1} \Rightarrow \frac{K_{IC}}{K_I^{IIP}\left(\frac{t}{2}\right)}$ ). Иначе напряжения

$$S_{cr} = 0,25 \pm 0,004 \text{ МПа} < R_{bt,ser} = 1,02 \text{ МПа} \text{ называют}$$

остаточной прочностью или остаточной несущей способностью (ОНС). Если до этого говорилось, что при  $l_{crc} > l_{cr}$  трещина будет сквозной, то теперь

выполнение условия  $S_1 > S_{cr} \left( K_I^{IIP}\left(\frac{t}{2}\right) = K_I^{IIC}\left(\frac{l_{cr}}{2}\right) > K_{IC} \right)$

означает, что рассматриваемая панель может полностью разрушиться, разделившись на части от магистральной трещины. Это произойдет, если трещина накопит достаточно упругой энергии для своего спонтанного роста, в противном случае её развитие остановится (например, когда трещина попадет в сжатый силовой поток, либо упрется кончиком в жесткое включение – арматуру или крупный заполнитель). В нашем примере  $S_1 = 0,1 \text{ МПа} < S_{cr} = 0,25 \pm 0,004 \text{ МПа}$ .

Итак, согласно (2) получим

$$a_{crc}(l_{cr}) = \frac{2S_{cr}l_{cr}}{E_b t} V_I(l_{cr}) = 1,424 \pm 0,014 \text{ мм}. \text{ Тогда}$$

$$\frac{l_{crc}}{a_{crc}} = \frac{2186}{1,424} = 1535, \quad \frac{h_{crc}}{a_{crc}} = \frac{150}{1,424} = 105. \text{ Погрешность}$$

при этом составляет  $\pm 2,5$ :  $\frac{l_{crc}}{a_{crc}} = 1535 \pm 38$ ,

$\frac{h_{crc}}{a_{crc}} = 105 \pm 3$ . Отметим, что при напряжениях

$$S_1 = 0,1 \text{ МПа} \quad \frac{l_{crc}}{a_{crc}} = 1535 \frac{S_{cr}}{S_1} = 3070 \pm 92,$$

$$\frac{h_{crc}}{a_{crc}} = 105 \frac{S_{cr}}{S_1} = 210 \pm 6. \text{ Необходимо также отметить,}$$

что при возрастании напряжений  $S_1$  нельзя говорить о том, что  $l_{crc}$  или  $h_{crc}$  будут уменьшаться, т.к. входящая в полученные соотношения  $a_{crc}$  есть неубывающая функция от  $S_1$ .

3. Наконец, определим размер зоны предразрушения в вершине трещины [4]:

$$d = \frac{K_{IC}^2}{3p(1,16R_{bt,ser})^2} = \frac{0,405^2}{3p(1,16 \cdot 1,02)^2} = 12,4 \text{ мм}.$$

### Выводы

- заглубление несквозной макротрещины в стеновой панели составляет  $h_{crc} = (14,573 \dots 17,336)^{-1} l_{cr} \leq \frac{t}{2}$  (в зависимости от высоты панели или рассматриваемого участка стены);





- если длина трещины  $l_{crc} > l_{cr} = (7,287...8,668)l$ , то она будет сквозной;

- если ширина раскрытия  $a_{crc} > \left(1535 \frac{S_{cr}}{S_1}\right)^{-1} l_{crc}$

(в зависимости от свойств материала), то возможен спонтанный рост макротрещины, вследствие чего произойдет разрушение панели или участка стены;

- заглубление трещины в бетон можно определить по известной ширине раскрытия из соотношения

$$h_{crc} = 105 \frac{S_{cr}}{S_1} a_{crc} \text{ (в зависимости от свойств материала);}$$

- размер зоны предразрушения в вершине трещины лежит в пределах  $4\text{мм} < d = 12,4\text{мм} < 75\text{мм}$  (нижний предел для цементного камня, верхний – для тяжелого бетона [5]).  $d = 12,4\text{мм} \ll l_{cr} = 2186\text{мм}$ , что подтверждает выше принятые предпосылки о применимости линейной механики квазихрупкого разрушения в рассматриваемой задаче.

Результаты рассмотренного примера сопоставлены с натурными наблюдениями [1, 10, 11], в которых приведена интервальная оценка искомого соотношения. Так, в [1] для тяжелого бетона

$$\frac{h_{crc}}{a_{crc}} = 100...300, \text{ что соответствует полученному}$$

$$\text{выше значению } \frac{h_{crc}}{a_{crc}} = 105...210 \text{ (} h_{crc} = 105 \frac{S_{cr}}{S_1} a_{crc} \text{)}.$$

Для трёхслойной стеновой панели с наружным слоем из тяжелого бетона [10]  $a_{crc} = (1600...10200)^{-1} l_{crc}$  и в среднем  $a_{crc} = 3190^{-1} l_{crc}$ , в данной работе получено -

$$a_{crc} = (1535...3070)^{-1} l_{crc}.$$

Таким образом, установленные соотношения параметров трещины, размер зоны предразрушения подтверждаются опытными данными [1, 5, 10, 11] и вместе с предложенным методом взаимно перпендикулярных пластин имеют научную новизну.

### Литература

- Ахметзянов Ф.Х., Арсентьев Е.З. О соотношении заглубления трещин в бетоне к ширине их раскрытия на поверхности бетонных и железобетонных конструкций // Тезисы докладов 2-й Всероссийской конференции «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции НАСКР-99». – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1999. – С. 26-28.
- Орехов В.Г., Зерцалов М.Г. Механика разрушений инженерных сооружений и горных массивов. Уч. пособие. – М.: Изд. АСВ, 1999. – 330 с.
- Ахметзянов Ф.Х. К особенностям деформирования, повреждаемости, изменения физико-механических характеристик бетона в конструкциях. // Изв. вузов, Строительство, 1993, №8. – С. 150-155.
- Ахметзянов Ф.Х., Радайкин О.В. К оценке зоны предразрушения магистральных трещин в повреждаемых железобетонных стеновых панелях». // Известия КазГАСУ, 2007, №1(7). – С. 46-48.
- Зайцев Ю.В. Механика разрушения для строителей. – М.: Высшая школа, 1991. – 288 с.
- Бондаренко В.М., Бакиров Р.О., Назаренко В.Г., Римшин В.И. Железобетонные и каменные конструкции: Учебник для строительных специальных вузов. – М.: Высшая школа, 2007. – 887 с.
- Мураками Ю. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. Т. 1, 2. – М.: Изд-во «МИР», 1990. – 448, 566 с.
- Радайкин О.В. Влияние асимметричности распределения прочности материала на трещиностойкость. // Материалы 56-ой республ. науч. конф. – Казань: КГАСА, 2005. – С. 7-9.
- Пирадов К.А. Теоретические и экспериментальные основы механики разрушения бетона и железобетона. – Тбилиси: Изд-во «Энергия», 1998. – 355 с.
- Ахметзянов Ф.Х., Арсентьев Е.З., Мухаметзянов И.А. К закономерностям развития макротрещин в наружных стенах из монолитного керамзитобетона в жилых домах при эксплуатации. // Тезисы докладов 3-й Всероссийской конференции «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции НАСКР-2001». Ч. I. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2001. – С. 160-165.
- Ахметзянов Ф.Х., Арсентьев Е.З., Радайкин О.В., Лизунова Н.С. Параметры трещин в наружных стеновых панелях жилых зданий при продолжительности эксплуатации до 1 года и при возведении монолитных перекрытий. // Тезисы докладов 3-й Всероссийской конференции «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции НАСКР-2007». – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2008. – С. 23-26.