УДК 624.04

С.В. Прохоров – кандидат технических наук, доцент
Кафедра железобетонных и каменных конструкций
Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КазГАСУ)

ДВУСКАТНАЯ БАЛКА

АННОТАЦИЯ

Несмотря на распространенность указанного типа конструкций (преимущественно в сфере промышленного строительства), практические пособия по их расчету в настоящее время отсутствуют. Автору данной статьи удалось построить удобный алгоритм для их расчета на прочность и деформацию. В частности, получено удобное выражение для определения растягивающего усилия в нижнем поясе. Предлагается также формула для максимизации величины последнего. Получены соответствующие эпюры с локализацией «нулевых» точек. Сформулирована также методика построения фиктивных балок, располагаемых на контуре фактической двускатной балки, дающая наглядное изображение областей запаса прочности, т.е. решена проблема совмещения размерности величин разной физической природы. Дано строгое математическое обоснование поставленной инженерной задачи.

S.V. Prokhorov – candidate of technical sciences, associate professor
Department of Reinforced Concrete and Stone
Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)

THE DOUBLESLOPE BEAM

ABSTRACT

Despite the prevalence of the specified type of designs (mainly in industrial building) practical manuals on their calculation are currently absent. The author has constructed the convenient algorithm on the calculation of durability and deformation. In particularly, the convenient expression for the definition of stretching effort in the bottom belt is received. The formula for maximization of size of the last is offered also. Corresponding schedules with localization of “zero” points are received. The technique of construction of the fictitious beams located on the surface of an actual of the Doubleslope Beam, gives the evident image of safety factor areas, i.e. the problem of adjusting of dimension of sizes of the different physical nature is solved. The strict mathematical substantiation of the given engineering task is considered.

Битрапециевидные (двускатные) балки весьма часто применяются в современном строительстве в качестве несущих покрытий в промышленных и гражданских зданиях. Чаще всего они изготавливаются из железобетона, но возможно применение других материалов (металл, древесина и др.). Уклон скатов зависит от принятых кровельных материалов (он колеблется от 1% до 5%). Автору известен только один литературный источник [1], и то, привязанный к частному случаю. Но, на его взгляд, рассмотрение общей задачи представляет известный интерес как в теоретической, так и в практической постановке.

Рассмотрим двускатную балку, свободно опертую и несущую нагрузку постоянной интенсивности по всему пролету.

Материал балки и профиль поперечного сечения – произвольные, начало координат в пролете. Закон изменения высоты двускатной балки

$$h(g) = h(1 \mathbf{m} ag), \qquad (1)$$

где h – высота балки в коньке, $g = y/l, a = \dfrac{il}{h}, i -$ уклон скатов, y – осевая (продольная) координата. Растягивающее усилие в нижнем поясе

$$N(g) = \frac{ql^2}{8bh}\frac{1-4g^2}{1-ag}, \qquad (2)$$

где q – интенсивность нагрузки, $b = const$ – коэффициент, зависящий от материала балки и ее конструктивного оформления. Уравнение для локализации экстремума

$$4ag^2 - 8g_d + a = 0 \qquad (3)$$

Безразмерная абсцисса, соответствующая парным симметричным точкам экстремума

$$g_d = \frac{1}{a}\sqrt{1-(1-0{,}5a)^2} \qquad (4)$$

Вторая производная функции

$$y(g) = \frac{1-4g^2}{1-ag}, \qquad (5)$$

после двойного дифференцирования, при $g = g_d$

$$y''(g) = -\left(4-a_d^2\right)\left(1-ag_d\right). \qquad (6)$$

Оба сомножителя в правой части (6) существенно положительны; следовательно, (4) дает максимум *N* (g).

Закон изменения высот фиктивной балки с параболическим очертанием верхнего пояса

$$h_f(g) = 0{,}25l^2\left(1-4g^2\right)s, \qquad (7)$$

где $s = const$ – параметр, подлежащий определению. Абсциссы точек соприкосновения реальной (двускатной) и фиктивной балок:

$$h_d = h_{fd}, h_d = h\left(1-ag_d\right),$$

$$h_{fd} = 0{,}25sl^2\left(1-4g_d^2\right). \qquad (8)$$

Исключение параметра σ из уравнения (7) дает

$$h_f(g) = h\left(1-4g^2\right)\frac{1-ag_d}{1-4g_d^2}. \qquad (9)$$

Интеграл Максвелла-Мора для вычисления прогиба балки переменной жесткости

$$f = 2\int_0^{l/2}\frac{\overline{M}(y)M(y)}{EJ(y)}dy, \qquad (10)$$

где $\overline{M}(y) = 0{,}25l(l-y)$ (11)

– момент от единичной нагрузки,

$M(y)$ – изгибающий момент от фактической нагрузки,

$$J(y) = J(l-ay)^3 \qquad (12)$$

J – момент инерции в середине пролета, при *y*=0.

После преобразований

$$f = \frac{ql^4}{32EJ}\int_0^{0{,}5}\frac{(1-g)\left(1-g^2\right)}{(1-ag)^3}dg = \frac{ql^4}{32EJ}\Theta(g) \qquad (13)$$

Замена переменной

$$g = \frac{1-w}{a}. \qquad (14)$$

После вычисления квадратуры

$$\Theta(g) = \frac{1}{a}\left\{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{a}-\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^3}\right)\times\right.$$

$$\times\left(1+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\left(\frac{3}{a^2}-\frac{2}{a}-1\right)\times$$

$$\left.\times\left(\frac{1}{1-a}-1\right)-\frac{1}{a^2}\left[1+\left(\frac{3}{a}-1\right)l_n(1-a)\right]\right\}. \qquad (15)$$

Для балок постоянной жесткости α = 0

$$f = \frac{5}{384}\frac{ql^4}{EJ}.$$

Примечание: равенство α = 0 вводится в знаменатель подынтегрального выражения равенства (13).

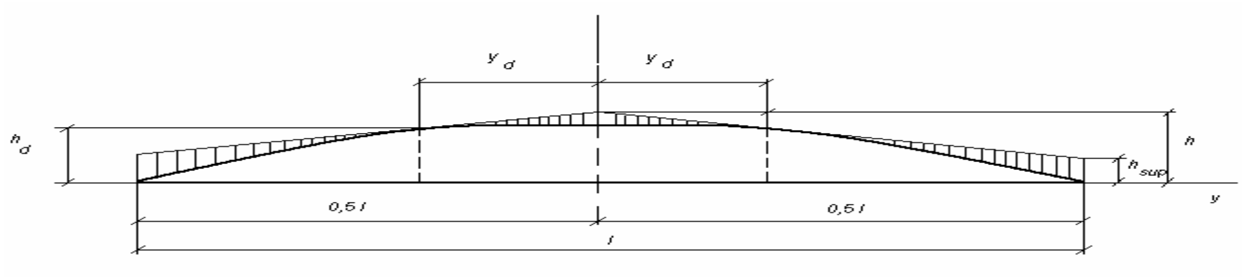

Рис. 1

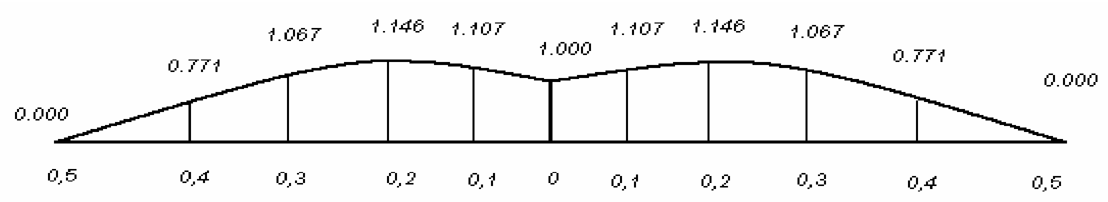

Рис. 2

Двускатная балка, материал и профиль поперечного сечения – произвольные.

Фиктивная балка $h_f(g) = h\,l_{fd}$, где $l_{fd} = (1 - a y_f)/(1 - 4g^2)$, $g = y/l$. Эпюра функции $y(g) = (1 - a y_f)/(1 - 4g^2)$, где $g_{fd} = g_d$, l – расчетный пролет, $y_d = g_d l$ – абсцисса опасного сечения, y – осевая (продольная) координата (рис.1).

$$a = \frac{il}{h}, i = 2(h - h_{\sup})/l_0.$$

Литература

1. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции: Общий курс. Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. – М.: Стройиздат, 1985. – 728 с.