

УДК: 691.32

DOI: 10.48612/NewsKSUAE/75.7

EDN: DZKXAI



Математические методы регулирования технологических режимов при производстве железобетонных блоков обделки тоннелей Казанского метрополитена

А.Р. Адиев¹, Д.С. Смирнов², А.А. Сигова²

¹ООО «Инотех», г. Казань, Российская Федерация

²Казанский государственный архитектурно-строительный университет,
г. Казань, Российская Федерация

Аннотация: *Постановка задачи.* Обеспечение качества железобетонных конструкций железобетонной обделки тоннелей и соответствие всем техническим характеристикам является необходимым условием безопасной работы метрополитена. Используя математические методы, можно более точно регулировать технологические процессы при производстве железобетонных конструкций, повышая тем самым гарантированную обеспеченность предъявляемым к ним требованиям. Разработка таких методов является актуальной задачей для совершенствования технологий тоннелестроения. *Целью* работы является разработка и выбор оптимального математического метода регулирования технологических режимов производства железобетонных блоков обделки тоннелей для обеспечения соответствия нормативным требованиям и сохранения качества производственного процесса. *Задачи* исследования: анализ математических методов регулирования для повышения качества и надежности конструкций; описание и выбор математической модели для регулирования технологических режимов; разработка единой модели, которая поможет эффективно подобрать параметры для повышения качества и надежности конструкций; формирование базы данных по результатам мониторинга, сравнение результатов моделирования и проведение оценки эффективности разработанных методов регулирования.

Результаты. Статистическая обработка результатов многократных равнооточных измерений прочности железобетонных блоков обделки метро показала, что полученная нами плотность распределения совпадает с наиболее известными математическими законами, т.е. статистика не нарушена. Статистически значимых различий между средними значениями прочностей, полученных в результате регрессионного анализа, и прочностей из сформированной базы данных нет.

Выводы. Произведен анализ математических методов регулирования технологических процессов производства блоков обделки тоннеля. На основе проведенного анализа выбрана математическая модель для регулирования технологических режимов. В рамках разработанной математической модели, включающей регрессионный анализ и статистический контроль процессов, выявлены наиболее оптимальные значения технологических параметров, при которых прочность бетона будет иметь максимальные значения.

Оценка эффективности разработанного метода показала, что отличий между экспериментальными вычислениями прочности и реальными значениями нет.

Ключевые слова: Тюбинги обделки тоннеля, математические методы регулирования, статистический контроль процесса, регрессионный анализ, законы математического распределения

Для цитирования: Адиев А.Р., Смирнов Д.С., Сигова А.А. Математические методы регулирования технологических режимов при производстве железобетонных блоков обделки тоннелей Казанского метрополитена // Известия КГАСУ, 2026, № 1 (75), с. 76-88, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/75.7, EDN: DZKXAI

Mathematical methods for regulating technological modes in the production of reinforced concrete blocks for lining tunnels of the Kazan metro

A.R. Adiev¹, D.S. Smirnov², A.A. Sigova²

¹LLC "Inoteh", Kazan, Russian Federation

²Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russian Federation

Abstract: *Problem statement.* Ensuring the quality of reinforced concrete structures of reinforced concrete lining of tunnels and compliance with all technical specifications is a necessary condition for the safe operation of the subway. Using mathematical methods, it is possible to more accurately regulate technological processes in the production of reinforced concrete structures, thereby increasing the guaranteed provision of the requirements imposed on them. The development of such methods is an urgent task for improving tunnel construction technologies. The aim of the work is to develop and select the optimal mathematical method for regulating the technological modes of production of reinforced concrete tunnel lining blocks to ensure compliance with regulatory requirements and maintain the quality of the production process. Research tasks include the analysis of mathematical control methods to improve the quality and reliability of structures; description and selection of a mathematical model for regulating technological modes; development of a unified model that will help to effectively select parameters to improve the quality and reliability of structures; formation of a database based on monitoring results, comparison of modeling results and assessment of the effectiveness of the developed control methods.

Results. Statistical processing of the results of multiple equally accurate measurements of the strength of reinforced concrete subway lining blocks showed that the obtained distribution density coincides with the most well-known mathematical laws, i.e. the statistics are not violated. There are no statistically significant differences between the average strength values obtained as a result of the regression analysis and the strengths from the generated database.

Conclusions. The analysis of mathematical methods for regulating technological processes of tunnel lining block production was performed. Based on the analysis, a mathematical model for regulating technological modes was selected. Within the framework of the developed mathematical model, which includes regression analysis and statistical process control, the most optimal values of technological parameters were identified, at which the strength of concrete will have maximum values.

Evaluation of the effectiveness of the developed method showed that there are no differences between experimental strength calculations and real values.

Keywords: tunnel lining tubing, mathematical control methods, statistical process control, regression analysis, laws of mathematical distribution

For citation: Adiev A.R., Smirnov D.S., Sigova A.A. Mathematical methods for regulating technological modes in the production of reinforced concrete blocks for lining tunnels of the Kazan metro // News of KSUAE, 2026, № 1 (75), p. 76-88, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/75.7, EDN: DZKXAI

1. Введение

Актуальность исследования обусловлена установлением закономерностей между параметрами технологического процесса производства и технологических свойств бетона железобетонных конструкций метро и их регулирование без потери качества.

В России строительство первых линий метро началось в 1932 году [1]. Казанский метрополитен считается самым молодым и безопасным метро в России, первые станции метро были построены за 8 лет, общая протяженность первой линии метро составляет – 16,7 км, в проекте строительство второй линии метро протяженностью 21,4 км. Для обеспечения надежной и безопасной эксплуатации метрополитена важно обеспечить качество сборных конструкций используемых при его строительстве. Для этого необходимо учитывать все технологические особенности при их производстве [2, 3].

Изготовление железобетонных блоков обделки тоннелей Казанского метрополитена представляет собой сложную многофакторную технологическую систему, требующую точного регулирования параметров для обеспечения высокого качества продукции. Традиционные методы управления, основанные на эмпирическом опыте, характеризуются низкой эффективностью и не позволяют достичь оптимальных значений технологических показателей [4, 5].

Нарушения в режимах производства, например, неправильное дозирование компонентов или нарушение режима тепловлажностной обработки в процессе твердения, могут привести к снижению технических характеристик. Математические методы, такие как статистический анализ и оптимизационные модели, позволяют точно регулировать производственные процессы, снижать погрешности и установить взаимосвязь между входными параметрами технологического процесса и выходными параметрами железобетонных блоков, прежде всего прочностные характеристики бетона. Разработка таких методов является актуальной задачей для совершенствования технологий тоннелестроения.

Процесс идентификации математических моделей осуществлялся на основе данных, полученных в ходе испытаний на предприятии в ООО «Казметрострой». В работе был рассмотрен комбинированный метод, состоящий из регрессионного и статистического анализа, с целью выбора наиболее эффективной модели, обеспечивающей необходимую точность прогнозирования.

Результаты исследования позволяют разработать рекомендации по оптимизации технологических режимов производства железобетонных блоков обделки тоннелей Казанского метрополитена, направленные на повышение эффективности и качества производственного процесса. Более того, математическое моделирование и прогнозирование технологических параметров обеспечивают повышение безопасности производства, снижая вероятность возникновения аварийных ситуаций [6].

Целью работы является разработка и выбор оптимального математического метода регулирования технологических режимов производства железобетонных блоков обделки тоннелей для обеспечения соответствия нормативным требованиям и сохранения качества производственного процесса. Для выполнения поставленной цели требуется выполнение следующих задач:

1. Анализ математических методов регулирования для повышения качества и надежности конструкций.
2. Описание и выбор математической модели для регулирования технологических режимов. Разработка единой модели, которая поможет эффективно подобрать параметры для повышения качества и надежности конструкций.
3. Формирование базы данных по результатам мониторинга, сравнение результатов моделирования и проведение оценки эффективности разработанных методов регулирования: сбор данных с производственной линии (выявление необходимых входных параметров) в единую базу для анализа; сравнение полученных результатов, оценка точности модели; оценка влияния разработанных методов на сохранение качества конструкций.

2. Материалы и методы

Наиболее известными математическими методами регулирования технологическими параметрами являются:

1. Регрессионный анализ
2. Метод конечных элементов (МКЭ)
3. Статистический контроль процесса (SPC)

Регрессионный анализ в производстве железобетонных блоков для тоннельной обделки – это метод статистического моделирования, используемый для прогнозирования и оптимизации технологических параметров, влияющих на качество продукции. Он позволяет установить количественные зависимости между независимыми переменными (например, температурные режимы цеха и смеси, подвижность смеси, время выдержки конструкций при формовке) и зависимыми характеристиками (прочность) [7].

Регрессионные модели, особенно множественные, выявляют ключевые факторы, влияющие на качество, и дают возможность прогнозировать результаты без дорогостоящих испытаний, что особенно ценно в условиях изменяющихся внешних факторов, таких как температура или влажность [8, 9].

Кроме того, регрессионный анализ поддерживает принятие данных решений благодаря количественной оценке влияния каждой переменной. Например, модель может показать, что при увеличении подвижности в форме до 10 см повышает прочность на 10 МПа, но избыток приводит к нежелательной текучести. Данный анализ позволяет точно настроить процесс изготовления, обеспечивая соответствие стандартам (ГОСТ 26633-2015), и повышает стабильность производства, особенно при интеграции с системами статистического контроля качества [9].

Недостатком регрессионного анализа может послужить зависимость от качества и объема данных: если в данных имеются помехи или не полностью отображена реальная ситуация, то выводы могут оказаться ошибочными в связи со снижением точности. Огромное количество данных может также негативно сказаться на итоговых результатах [10].

Линейная регрессия помогает смоделировать простые зависимости между 2-3 параметрами. Во множественной регрессии учитывается несколько различных факторов (например, зависимость прочности от температуры, времени выдержки, влажности, состава компонентов и подвижности смеси). В нелинейной регрессии рассматриваются полиномиальные и экспоненциальные модели, что наиболее полезно для анализа качества продукта в экстремальных условиях. Для прогнозирования дефектов конструкции используется логистическая регрессия [11].

Модель регрессионного анализа высчитывается по следующей формуле:

$$y = x_1 * A + x_2 * B + x_3 * C + \dots + x_n * N + b, \quad (1)$$

где $y = y(x)$ – зависимая переменная (функция регрессии),

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ – независимые переменные,

$A, B, C, \dots, N, b$ – коэффициенты регрессии

Для дальнейшего анализа в качестве независимых переменных будут использоваться значения температуры бетонной смеси (x_1), подвижность смеси (x_2), температурный режим (x_3), время выдержки (x_4). В качестве зависимой переменной y будет использоваться полученная прочность на сжатие в результате 3 замеров: после распалубки ($R_{расч}$), возраста 14 суток (R_{14}) и в проектном возрасте 28 суток (R_{28}). Коэффициенты регрессии будут рассчитаны в результате регрессионной статистики, будут использоваться в дальнейшем в качестве постоянной величины. Соответственно, модель регрессии примет следующий вид:

$$R = x_1 * T_{см} + x_2 * A + x_3 * T_{заст} + x_4 * t + b, \quad (2)$$

где R – полученная прочность

x_1, x_2, x_3, x_4 – независимые переменные,

$T_{см}, A, T_{заст}, t, b$ – коэффициенты регрессии ($T_{см}$ – температура бетонной смеси (°C), A – подвижность смеси (см), $T_{заст}$ – температурный режим твердения (°C), t – время выдержки на посту формирования (час), b – константа).

Метод конечных элементов (в дальнейшем МКЭ) – это численный метод, широко применяемый в производстве конструкций, для анализа их различных физико-механических и химических свойств, позволяющий смоделировать геометрию и неоднородность материала, трещин и остальных факторов, влияющих на долговечность конструкций. Благодаря МКЭ возможно обеспечить высокую точность при проектировании, при этом минимизируя расход материалов и предсказать поведение материала после физических, химических и физико-химических факторов. Также данный метод позволяет обеспечить визуализацию объекта, т.е. наглядное представление результатов, упрощая интерпретацию данных [12].

Наиболее популярным ПО для исследования используются программное обеспечение ANSYS. Метод требователен к вводным данным о свойствах материала, а также к вычислительным ресурсам и условиям эксплуатации. Ошибки задания граничных условий и параметров могут привести к неточным результатам вывода, а сложность настройки каждой модели требует специализированного программного обеспечения и

квалифицированного подхода, что увеличивает расход и время исследования. Метод менее эффективен для моделирования меняющихся условий, без дополнительных корректировок [13].

Статистический контроль процессов (SPC, Statistical Process Control) – математический метод контроля качества, определяющий критичные параметры процесса для качества и их дальнейшее отслеживание. Полученные в результате исследования данные сравниваются с заданными значениями параметров, и на основании этого сравнения определяется степень необходимого вмешательства в ход процесса. Чаще всего инструментом замера качества являются контрольные карты. В современных исследованиях, в связи с ростом показателей чаще всего используется методика многомерного статистического контроля, рассматривающая характеристики всей системы, а не ее отдельных показателей [14].

Как было описано ранее, для более точного и подробного результата, математическая модель будет принимать комбинированный вид, включая в себя элементы регрессионного анализа, для определения совокупного фактора зависимости технологических параметров на конечную прочность, а также статистический контроль процессов, представленный в виде многократных равноточных измерений прочности железобетонных блоков обделки метро, согласно ГОСТ 18105-2018, и определения зависимости прочности по каждому входящему параметру [15].

3. Результаты и обсуждение

В рамках первой серии экспериментов выполнялась статистическая обработка результатов многократных равноточных измерений прочности железобетонных блоков обделки метро. Мониторинг режимов велся в 2 этапа. Во время первого этапа учитывались только изначально заложенные входные параметры, в результате чего была проведена статистическая обработка результатов многократных равноточных измерений прочности бетона, используемого при изготовлении железобетонных блоков обделки метро.

Были взяты 34 контрольных образца прочности в возрасте 28 суток.

Среднее значение по формуле (3):

$$\bar{R} = \frac{\sum Ri}{n} = \frac{1465,05}{33} = 11,26 \quad (3)$$

Среднеквадратичное отклонение по формуле (4):

$$\sigma_{tw} = \sqrt{\frac{\sum (Ri - \bar{R})^2}{n-1}} = 0,5218 \quad (4)$$

Исключались промахи. Для оценки промахов использовался 3σ . В этом случае считается, что результат мало реален и его можно квалифицировать промахом. Оценочный точности измерений, характеризуется условием по формуле (5):

$$\frac{\sigma_{tw,k}}{\sqrt{2 \cdot k}} \leq 0,25 \cdot \sigma_{tw,k} \approx 0,0685 \leq 0,13045 \quad (5)$$

Коэффициент вариации: $\nu_{tw,k} = \frac{\sigma_{tw,k}}{R_k} < 0,33$, следовательно можно считать что распределение случайной величины подчиняется нормальному закону [16].

Выборочные данные были отражены в виде вариационного ряда. Распределены значения от меньшего к большему.

Вариационный ряд разбивался на интервалы. Величина интервала определяется по формуле (6):

$$R_{tw,k} = \frac{R_{Kmax} - R_{Kmin}}{1 - 3,2 \cdot \lg k} = 0,492 \quad (6)$$

Определялись частоты соответствий каждому интервалу. Если при группировке значения выборки по интервалу, имеются значения находящиеся точно на границы двух интервалов и прибавляют к числу значений m_i , смежных интервалов по $\frac{1}{2}$. Результаты представлены в таблице 1.

Полученный статистический ряд оформляем графически в виде гистограммы. Для этого по оси абсцисс откладывают интервалы и на каждом из них как на основании строят прямоугольник, площадь которого равна частоте данного интервала. Высоту прямоугольника получают, разделив его площадь на длину интервала. Полученная высота представляет собой статистическую плотность распределения.

Сравнивая внешний вид гистограммы с формой теоретических кривых плотности распределения можно высказать гипотезу и соответствии статистического распределения тому или иному теоретическому закону. В качестве теоретических кривых плотности распределения выбраны: закон нормального распределения $f_N(R_k)$, закон Вейбулла $f_V(R_k)$ и закон Гумбеля $f_G(R_k)$.

Таблица 1

Разбивка вариационного ряда на интервалы

Начало инт-ла	Конец инт-ла	Число знач.	Частота	L инт- ла	$f_{\text{инт}}$	$f_{\text{норм}}$	$f_{\text{Вей}}$	$f_{\text{Гум}}$
0	67,03	6,5	0,2241	0,492	0,455	0,153	0,247	0,00687
67,03	67,52	4	0,1379	0,492	0,280	0,338	0,263	0,00685
67,52	68,01	6,5	0,2241	0,492	0,455	0,593	0,254	0,00683
68,01	68,51	3	0,1034	0,492	0,210	0,502	0,204	0,00680
68,51	69,00	4	0,1379	0,492	0,280	0,262	0,137	0,00678
69,00	69,49	5	0,1724	0,492	0,350	0,093	0,076	0,00676

Степень соответствия между выбранной теоретической кривой (гипотезой) и статистическим распределением устанавливается с помощью критериев согласия. Наиболее употребляемыми критериями согласия являются: критерий Колмогорова, критерий χ^2 (хи-квадрат), критерий Пирсона и критерий ω_n^2 (омега-квадрат) Мизеса [5]. Если ставится задача по результатам эксперимента проверить согласованность теоретического и опытного распределения, то рекомендуется использовать критерий Колмогорова. Для этого необходимо определить разницу между функциями статистического и теоретического распределения. Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2

Вычисление наибольшей разницы между функциями распределения.

Начало инт-ла	Конец инт-ла	$ f_{\text{инт}} - f_{\text{норм}} $	$ f_{\text{инт}} - f_{\text{норм}} $	$ f_{\text{инт}} - f_{\text{норм}} $
66,54	67,03	0,302	0,209	0,449
67,03	67,52	0,058	0,018	0,273
67,52	68,01	0,138	0,201	0,449
68,01	68,51	0,291	0,006	0,203
68,51	69,00	0,019	0,143	0,274
69,00	69,49	0,257	0,275	0,344

Получив максимальное расхождение, был подсчитан критерий Колмогорова (Z) по формуле (7):

$$Z = D_k * \sqrt{k} \quad (7)$$

Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3

Значение критерия согласия Колмогорова

	Гаусс	Вейбулл	Гумбель
k	0,302	0,275	0,449
Z	1,627	1,479	2,416
Kz	0,95	0,9	1

Из полученных результатов видно, что при значениях $Z \in [1,479; 2,416]$ доказываемая альтернативная гипотеза H_1 , означающая, что полученная плотность распределения совпадает со всеми тремя законами распределения, т.е. статистика не нарушена [17].

После этого был выполнен переход ко второй серии экспериментов, в которой упор делался на расчет входных параметров. В ходе данного расчета заново вычислялась зависимость прочности от каждого технологического параметра и в случае выявления влияния от исходных данных был переход к этапу построения регрессионной статистики. В целях количественной оценки совместного влияния выделенных параметров x_i входных данных, задаваемых в диапазоне:

- x_1 – Подвижность смеси (А): 5-15 см
- x_2 – Температура смеси ($T_{см}$): 15-25 °С
- x_3 – Температурный режим цеха ($T_{ц}$): 20-25 °С

– x_4 – Время выдержки формы до распалубки (t): 24-72 ч представляющее собой область ожидаемого обеспечения достижения требуемого сочетания ключевых эксплуатационных показателей y_i прочности бетона:

- y_1 – Распалубочная прочность (R_p)
- y_2 – Двухнедельная прочность (R_{14})
- y_3 – Проектная прочность (R_{28})

Выполняется эксперимент по плану одновременного варьирования исходных данных.

Количество экспериментальных точек – 58.

Для обеспечения возможности количественного прогнозирования эксплуатационных показателей y_1 - y_3 прочности от параметров сырья и технологии x_1 - x_4 в заданных диапазонах варьирования – для каждого показателя y_i , в среде пакета статистического анализа MS Excel были построены линейные регрессионные модели.

Формат вывода данных для каждой из моделей y_i – коэффициенты линейной регрессионной модели при переменных $x_1, \dots, x_4$ и параметры оценки адекватности модели, ключевые из которых:

– R_{mn} – коэффициент множественной корреляции. Оценивает долю случайных факторов в модели;

– R-квадрат – коэффициент детерминации, отражающий долю объяснённой вариации (разброса) зависимой переменной относительно своего среднего. Критичный минимальный порог детерминации - 0,6;

– Нормированный R-квадрат – коэффициент детерминации, скорректированный с учётом поправки на число степеней свободы. Критичный минимальный порог детерминации - 0,6;

– Значимость F - Ошибка соответствия модели экспериментальным данным и достаточности включенных в уравнение объясняющих переменных. Не должна превышать 0,05 (5%);

– P-Значение. Ошибка I рода для каждого параметра. Не должна превышать 0,05 (5%).

В качестве сопутствующих данных, пакетом статистического анализа также вычисляются вспомогательные критерии оценки модели, доверительные интервалы, графики подбора и остатков [18].

После расстановки коэффициентов регрессионные модели вычисляются по формуле (2).

Если во всех построенных моделях коэффициент множественной корреляции близок к единице либо удовлетворяет условному минимальному порогу детерминации модели ($> 0,6$), то можно судить, что имеется значимая зависимость во всех построенных моделях. Если при этом р-значение, отвечающее за ошибку I рода (ложная зависимость) превышает допустимый порог в 5% для всех моделей, то решается построение модели без указанного параметра.

Следующим этапом анализа является прогнозирование прочности при использовании всех доступных параметров с высчитанной сеткой в $\frac{1}{4}$ (либо меньшим) шагом. В поле прогноза выписываются всевозможные варианты пересечений выходных параметров по модулю и вычисляются 3 параметра прочности разных возрастов. Для оптимального расчета показателей, необходимо, чтобы все выходные параметры находились в граничных условиях. После успешного вычисления оптимальных

параметров был получен диапазон варьирования технологических параметров, обеспечивающий достижение оптимального сочетания используемых показателей [19].

Исходя из того, что база данных будет формироваться в ПО Microsoft Excel, с учетом входных технологических параметров: температурный режим смеси и цеха, подвижность смеси и времени выдержки, а также выходных параметров: прочность железобетонных изделий в 3 возрастах (распалубочная, 14 суток, 28 суток).

На втором этапе статистического анализа определялось влияние технологических параметров на прочность по отдельности, установлено, что при подвижности смеси от 5 до 10,5 см прочность бетона после 28 суток сохраняется на уровне 65 МПа, далее, при увеличении подвижности прочность конструкций начинает вести себя нестабильно.

Сравнивая влияния температурного режима смеси и цеха на прочность бетона, взаимосвязи не обнаружено. После долгих вычислений и изучения данных было определено, что для точного определения взаимосвязи между температурой и прочностью необходимо учитывать время пребывания конструкции в формовочном цеху и после распалубки [20].

Для более подробного изучения влияния времени формовки и дозревания на температуру, в форму вместе с конструкцией были загружены термопары, которые отслеживали изменение температуры в зависимости от времени после загрузки смеси в формы (рис.1).

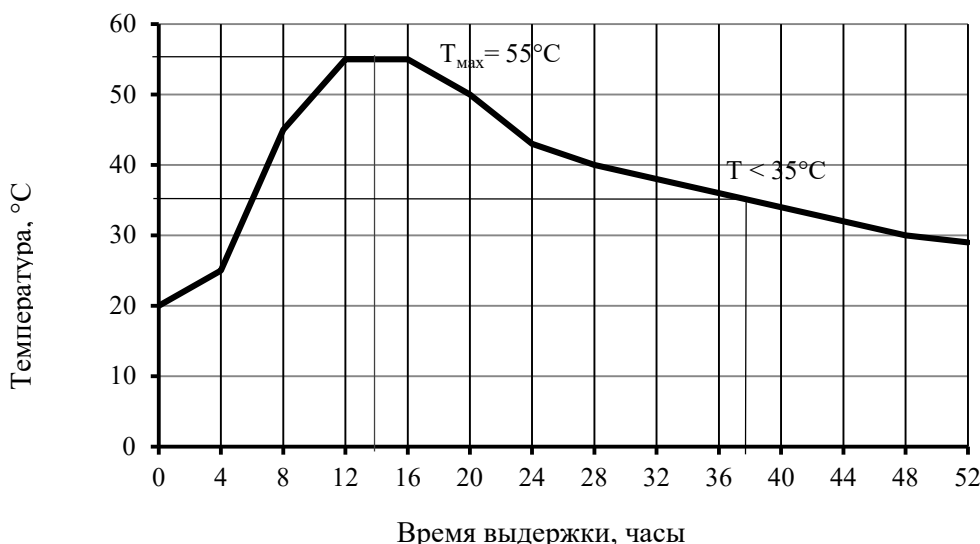


Рис.1. График распределения температуры в первые часы после формовки (иллюстрация авторов)
Fig.1. Temperature distribution graph in the first hours after molding (illustration by the authors)

В результате, было определено, что на посту формирования конструкция достигает максимальной температуры в 50-55°C через 11 часов после загрузки формы, в течении 4-5 часов выдерживает данную температуру и постепенно начинает снижаться до температуры цеха: в течении 1,5 суток до 35°C и в течении последующих 40 часов до 20°C. Далее в процессе твердения бетона, температурный режим колеблется в районе 19-21°C.

Таким образом, были выявлены 2 модели для вычисления зависимости температуры железобетонных изделий от времени выдержки на посту формирования и в цехе.

Расчет температуры железобетонных блоков обделки в первые часы после формовки (Точность расчета (R^2) = 0,9622):

$$T(t) = 0,000000273t^5 - 0,00008062t^4 + 0,00854t^3 - 0,3994t^2 + 7,4872t - 5,218 \quad (12)$$

Расчет температуры железобетонных блоков обделки после распалубки (Точность расчета (R^2) = 0,8223):

$$T(t) = -0,000000000005332t^5 + 0,000000009053t^4 - 0,000005703t^3 + 0,001636t^2 - 0,21042t + 30,4049 \quad (13)$$

Для того чтобы получить коэффициенты строящейся модели, необходимо рассчитать регрессионную статистику, чтобы исследовать взаимосвязь между переменными.

Исходя из предыдущих вычислений температура после распалубки и время до распалубки взаимосвязаны друг с другом, поэтому, для дальнейшего анализа использовалось только 4 параметра, включая в расчеты температуру цеха. С помощью анализа данных была получена регрессионная статистика для каждого выходного параметра $Y=[y_1, y_2, y_3]$ с указанием коэффициентов для каждого [21].

После расстановки коэффициентов, регрессионные модели приняли следующий вид:

–прочность железобетонных блоков обделки тоннелей после распалубки

$$y_1 = -0,4526 * x_1 - 0,0571 * x_2 + 0,2805 * x_3 - 0,5716 * x_4 + 74,7051$$

–прочность железобетонных блоков обделки тоннелей через 14 дней

$$y_2 = -0,6775 * x_1 - 0,6432 * x_2 + 0,7906 * x_3 - 0,0371 * x_4 + 70,4826$$

–прочность железобетонных блоков обделки тоннелей через 28 дней

$$y_3 = -0,0038 * x_1 - 0,3537 * x_2 + 0,4664 * x_3 - 0,0316 * x_4 + 69,6242$$

Во всех построенных моделях коэффициент множественной корреляции $R_{mn} > 0,6$, соответственно можно заявить, что имеется значимая зависимость во всех построенных моделях.

Во всех моделях Y нормированный коэффициент детерминации варьируется в пределах 0,72-0,73, что также удовлетворяет условному минимальному порогу детерминированности модели 0,6.

Таблица 4

Сводная таблица критериев качества по построенным моделям

Показатель качества	Допустимый предел показателя	Распалубочная прочность (y_1)	Прочность 14 суток (y_2)	Прочность 28 суток (y_3)
Коэффициент множественной корреляции R_{mn}	> 0,6	0,86195	0,86043	0,86664
R-квадрат - коэффициент детерминации		0,74296	0,74034	0,75107
Нормированный R-квадрат		0,72011	0,72591	0,73155
Значимость F	< 5%	0,0000000000000094	0,05	0,045
P-Значение для x_1		3,04%	3,62%	9,88%
P-Значение для x_2		1,44%	1,22%	8,54%
P-Значение для x_3		0,00%	9,57%	2,17%
P-Значение для x_4		0,00%	6,78%	5,97%
P-Значение для const		0,00%	0,00%	0,00%

Несмотря на превышение р-значения для некоторых параметров порога в 0.05, данные модели целесообразно использовать в дальнейшем анализе для поиска сочетаний оптимальных параметров расчета прочности конструкций.

Для дальнейшего прогнозирования прочностных характеристик с использованием входных параметров было выполнено следующее:

–С шагом в $\frac{1}{4}$ интерполяционного интервала от минимального к максимальному было задано сочетание варьируемых значений каждого параметра. Количество строк равно всевозможному количеству перебора значений между собой ($5^4=625$ строк).

–Для каждой строки были подсчитаны значения выходных параметров Y по каждой регрессионной модели.

–С учетом высокого уровня ошибки I рода (р-значение) из поля прогноза были исключены выходные параметры прочности, выходящие за рамки диапазона варьирования.

Далее путем сортировки осуществляется поиск оптимальных зон выходных параметров и отсечение строк, где хотя бы один параметр Y выходит за пределы указанного для него диапазона, а также расплубочная прочность либо прочность 14 суток составляет готовность меньше нормы (70% для $R_{расп}$ и 80% для R_{14}).

Таблица 5

Отсеченная таблица по результатам определения максимальной прочности конструкций

x1	x2	x3	x4	y1($R_{расп}$)	y2(R_{14})	y3 (R_{28})
5,000	15,000	11,500	31,000	57,08949	67,68949	70,67982
5,000	16,750	11,500	31,000	56,98956	66,56382	70,06091
5,000	15,000	13,250	31,000	57,58037	69,07307	71,49593
5,000	16,750	13,250	31,000	57,48044	67,94740	70,87702
5,000	18,500	13,250	31,000	57,38051	66,82172	70,25811
5,000	15,000	15,000	31,000	58,07124	70,45665	72,31205
5,000	16,750	15,000	31,000	57,97132	69,33097	71,69313
5,000	18,500	15,000	31,000	57,87139	68,20530	71,07422
5,000	20,250	15,000	31,000	57,77146	67,07962	70,45531
7,750	20,250	15,000	31,000	56,52676	65,21647	70,46584

Для сравнения прочности R'_{28} , полученной в результате регрессионного анализа, с прочностью R_{28} из сформированной ранее базы данных применим критерий Уэлча [22].

– Прочность, полученная в результате регрессионного анализа:

R'_{28}	70,68	70,06	71,50	70,88	70,26	72,31	71,69	71,07	70,46	70,47
-----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$$\text{Среднее значение: } \bar{R}' = \frac{\sum \bar{R}_i}{n} = \frac{709,37}{10} = 70,937$$

$$\text{Среднеквадратичное отклонение: } \sigma_{tw}' = \sqrt{\frac{\sum (R_i - \bar{R})^2}{n-1}} = 0,7107$$

$$\text{Дисперсия: } \sigma_{tw}^2 = 0,5051$$

– Прочность, полученная в результате замеров:

R_{28}	75,81	73,89	69,97	66,78	69,38	68,16	66,54	69,28	70,07	67,32
----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$$\text{Среднее значение: } \bar{R} = \frac{\sum \bar{R}_i}{n} = \frac{697,2}{10} = 69,72$$

$$\text{Среднеквадратичное отклонение: } \sigma_{tw} = \sqrt{\frac{\sum (R_i - \bar{R})^2}{n-1}} = 3,0266$$

$$\text{Дисперсия: } \sigma_{tw}^2 = 9,0266$$

В результате сравнения дисперсий получаем, что $\sigma_{tw}^2 < \sigma_{tw'}^2$, а значит для дальнейшего сравнения выборок целесообразно будет оценивать по критерию Уэлча. Получаем следующий t-критерий.

$$t = \frac{(\bar{R} - \bar{R}')}{\sqrt{\frac{\sigma_{tw}^2}{n} + \frac{\sigma_{tw'}^2}{n'}}} = \frac{(70,937 - 69,72)}{\sqrt{\frac{0,5051}{10} + \frac{9,0266}{10}}} = \frac{1,217}{0,9759} = 1,247$$

Подсчитав количество степеней свободы, было получено:

$$df = \frac{\left(\frac{\sigma_{tw}^2}{n} + \frac{\sigma_{tw'}^2}{n'}\right)^2}{\frac{1}{n-1}\left(\frac{\sigma_{tw}^2}{n}\right)^2 + \frac{1}{n'-1}\left(\frac{\sigma_{tw'}^2}{n'}\right)^2} = \frac{0.9085}{0.1005} = 9.039$$

По таблице значимости $t_{\text{крит}} = 2.262 > t = 1.247$.

Таким образом, нулевая гипотеза не отвергается, отсюда следует, что нет статистически значимых различий между средними значениями прочностей, полученными в результате регрессионного анализа, и значений из сформированной базы данных [23].

4. Заключение

С целью обеспечения надежности конструкций метрополитена произведен анализ математических методов регулирования технологических процессов производства блоков обделки тоннеля. На основе проведенного анализа выбрана математическая модель для регулирования технологических режимов

В рамках разработанной математической модели, включающей в себя регрессионный анализ и статистический контроль процессов, выявлены наиболее оптимальные значения технологических параметров, при которых прочность, измеряемая в 3 возрастах (при распулке, 14 суток и 28 суток), будет иметь максимальные значения.

Оценка эффективности разработанного метода показала, что отличий между экспериментальными вычислениями прочности и реальными значениями нет.

Список литературы/ References

1. История метрополитенов // mosmetro.ru : ежедн. интернет-изд. URL: <https://mosmetro.ru/about/history> (дата обращения 11.12.2024).
History of the subways // mosmetro.ru : daily internet-edit. URL: <https://mosmetro.ru/about/history> (reference date: 11.12.2024).
2. Способы строительства метрополитенов // metro.ru : ежедн. интернет-изд. URL: https://www.metro.ru/library/stroitelstvo_metropolitenov/488/ (дата обращения 11.12.2024).
Ways to build subways // metro.ru : daily internet-edit. URL: https://www.metro.ru/library/stroitelstvo_metropolitenov/488/ (reference date: 11.12.2024).
3. История Казанского Метрополитена // казметрострой.рф : ежедн. интернет-изд. URL: <https://казметрострой.рф/history> (дата обращения 11.12.2024).
The history of the Kazan Metro // казметрострой.рф : daily internet-edit. URL: <https://казметрострой.рф/history> (reference date: 11.12.2024).
4. Lina Luo, Hui Liu, Haibo Hu, Tehan Chen, Gang Lei Mechanical Behavior and Load-Carrying Capacity Calculation of Tunnel Linings Made of Ultra-High-Strength Concrete (UHPC) // Symmetry. 2025. Vol. 17. Iss. 9. P. 1493. DOI: 10.3390/sym17091493.
5. Fabian Morger, Albin Kenel, Walter Kaufman Strip loading in reinforced concrete: Mechanical modeling and experimental validation // Structural Concrete. Issue suco.70154. DOI:10.1002/suco.70154.
6. Рахимов Р.З., Габидуллин М.Г., Смирнов Д.С., Крук Ю.Е., Клементьев Г.А. Хахимов Ф.С., Хорев Н.М. Производство блоков колец обделки для Казанского метрополитена // Подземное пространство мира. 2001. № 1-2. С. 18-25.
Rakhimov R.Z., Gabidullin M.G., Smirnov D.S., Kruk Y.E., Klementyev G.A. Khakimov F.S., Khorev N.M. Production of lining ring blocks for the Kazan metro // World underground space. 2001. No. 1-2. P. 18-25.
7. Чепелева Т. И. , Чепелев А. Н. Статистический анализ производственных процессов // Science & Technique. 2022. Т. 21. Вып. 2. С. 158–163. DOI:10.21122/2227-1031-2022-21-2-158-163.
Chepeleva T. I., Chepelev A. N. Statistical Analysis of Production Processes // Science & Technique. 2022. Vol. 21. Iss. 2. P. 158–163. DOI:10.21122/2227-1031-2022-21-2-158-163.

8. Draper N. R., Smith G. Applied Regression Analysis. M.: Dialectics, 2007. 911 p.
9. Радченко С.Г. Методология регрессионного анализа. К. Корнийчук, 2011. 375 с.
Radchenko S.G. Methodology of Regression Analysis. K.: Korniychuk, 2011. 375 p.
10. Michal Czerny Narrow Focus of Big Data in the Stream: Computational Constraints and Regression // Information Sciences. 2019. Vol. 486. P. 379-392. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2019.02.052>.
11. Жуков А. Д., Боброва Е. У., Бессонов И. В., Медведев А.А., Демисси Б. А. Применение статистических методов для решения задач строительного материаловедения // Нанотехнологии в строительстве. 2020. Т. 12. Вып. 6. DOI: 10.15828/2075-8545-2020-12-6-313-319.
Zhukov A. D., Bobrova E. U., Bessonov I. V., Medvedev A. A., Demissi B. A. Application of Statistical Methods for Solving Problems of Construction Materials Science // Nanotechnology in Construction. 2020. Vol. 12. Iss. 6. DOI: 10.15828/2075-8545-2020-12-6-313-319.
12. Оценка качества регрессионных моделей на основе агрегированного критерия // scinetwork.ru : ежедн. интернет-изд. URL: <https://scinetwork.ru/articles/26102> (дата обращения 27.05.2025).
Evaluation of the quality of regression models based on the aggregated criterion // scinetwork.ru: daily internet-edit. URL: <https://scinetwork.ru/articles/26102> (reference date: 27.05.2025)
13. Афанасьева Е. О. Метод Ритца при дискретной аппроксимации перемещений для расчета плит мостовых сооружений, подкрепленных ребрами различной формы // Вестник ПНИПУ. 2025. Вып. 1. С. 82–91. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.1.06.
Afanasyeva E. O. Ritz method for discrete approximation of displacements for calculating bridge structures reinforced with ribs of various shapes // News of PNIPU. 2025. Iss. 1. P. 82–91. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.1.06.
14. Конюхов Д. С. Система комплексного планирования стратегии реализации технологий освоения подземного пространства городов // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2023. Вып. 2. С. 167-178. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_2_0_167.
Konyukhov D. S. System of Comprehensive Planning of the Strategy for Implementing Technologies for Developing the Underground Space of Cities // Mining Informational and Analytical Bulletin. 2023. Iss. 2. P. 167-178. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_2_0_167.
15. Методика статического контроля (SPC) и расчет пригодности процессов // up-pro.ru : ежедн. интернет-изд. URL: https://up-pro.ru/library/quality_management/smk_methodology/metodika-staticheskogo-kontrolya-spc/ (дата обращения 02.05.2025).
Static Process Control (SPC) and Process Suitability Analysis // up-pro.ru : daily internet-edit. URL: https://up-pro.ru/library/quality_management/smk_methodology/metodika-staticheskogo-kontrolya-spc/ (reference date: 02.05.2025).
16. Защита от коррозии и трещин металлических конструкций // psk35.ru : ежедн. интернет-изд. URL: <https://psk35.ru/sposobyi-zashhityi-ot-korrozii-konstrukcij.html> (дата обращения 03.02.2025).
Protection against corrosion and cracks of metal structures // psk35.ru : daily internet-edit. URL: <https://psk35.ru/sposobyi-zashhityi-ot-korrozii-konstrukcij.html> (reference date: 03.02.2025).
17. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Ярмаковский В.Н., Ерофеев В.Т. О современных методах обеспечения долговечности железобетонных конструкций // АCADEMIA. АРХИТЕКТУРА И СТРОИТЕЛЬСТВО. 2015. Т. 1. С. 93-102.
Karpenko N.I., Karpenko S.N., Yarmakovskiy V.N., Erofeev V.T. On Modern Methods of Ensuring the Durability of Reinforced Concrete Structures // ACADEMIA. ARCHITECTURE AND CONSTRUCTION. 2015. Vol. 1. P. 93-102.

18. Сташков С.И., Шумихин А.Г., Сокольчик П.Ю., Ширкунов А.С., Юрков Д.А. Прогнозирование и управление качеством битумов на основе формальных моделей // Инженерный вестник Дона. 2019. Т. 1(52). С. 1-49.
Stashkov S.I., Shumikhin A.G., Sokolchik P.Yu., Shirkunov A.S., Yurkov D.A. Prediction and Quality Management of Bitumen Based on Formal Models // Engineering Bulletin of the Don. 2019. Vol. 1(52). P. 1-49.
19. Трещины в бетоне. Виды, причины и профилактика появления // bsrbest.com : ежедн. интернет-изд. URL: <https://bsrbest.com/blog/treshchiny-v-betone-vidy-prichiny-i-profilaktika-poyavleniya/> (дата обращения 03.02.2025).
Cracks in concrete. Types, causes, and prevention // bsrbest.com : daily internet-edit. URL: <https://bsrbest.com/blog/treshchiny-v-betone-vidy-prichiny-i-profilaktika-poyavleniya/> (reference date: 03.02.2025).
20. Левищева О. М., Саммал А.С. Оценка несущей способности обделок коллекторных тоннелей, создаваемых в результате восстановительного ремонта бестраншейным способом // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2013. Т.57. С. 82-93.
Levishcheva O. M., Sammal A.S. Assessment of the load-bearing capacity of collector tunnel linings created as a result of trenchless restoration repairs // Mining Informational and Analytical Bulletin. 2013. Vol.7. P. 82-93.
21. Precast Segmental Lining for Underground Tunnels // nbmcw.com : ежедн. интернет-изд. URL: <https://www.nbmcw.com> (дата обращения 13.05.2025).
Precast Segmental Lining for Underground Tunnels // nbmcw.com : daily internet-edit. URL: <https://www.nbmcw.com> (reference date: 13.05.2025).
22. Статистические методы анализа // elar.urfu.ru : ежедн. интернет-изд. URL: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/36122/1/978-5-7996-1633-5_2015.pdf (дата обращения 04.04.2025).
Statistical methods of analysis // elar.urfu.ru : daily internet-edit. URL: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/36122/1/978-5-7996-1633-5_2015.pdf (reference date: 04.04.2025).
23. Михайлов В.С., Юрков Н. К. Мир математики. Интегральные оценки в теории надежности. Введение и основные результаты. М.: Техносфера, 2020. 149 с.
Mikhailov V.S., Yurkov N.K. The World of Mathematics. Integral Estimates in the Theory of Reliability. Introduction and Main Results. M.: Technosphere, 2020. 149 p.

Информация об авторах

Адиев Азат Рестямович, инженер, ООО «Инотех», г. Казань, Российская Федерация
E-mail: azatik94@yandex.ru

Смирнов Денис Сергеевич, кандидат технических наук, доцент, Казанский государственный архитектурно-строительный университет, г. Казань, Российская Федерация
E-mail: denis27111974@yandex.ru ORCID: 0009-0004-8621-1630.

Сигова Арина Александровна, инженер ИДНПЦ, Казанский государственный архитектурно-строительный университет, г. Казань, Российская Федерация
E-mail: arinasigova805@gmail.com,

Information about the authors

Azat R. Adiev, engineer, LLC "Inotech", Kazan, Russian Federation
E-mail: azatik94@yandex.ru

Denis S. Smirnov, candidate of technical sciences, associate professor, Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russian Federation
E-mail: denis27111974@yandex.ru ORCID: 0009-0004-8621-1630.

Arina A. Sigova, engineer of Road Testing Research and Production Center, Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russian Federation
E-mail: arinasigova805@gmail.com

Дата поступления: 11.09.2025

Дата принятия: 29.04.2026