

УДК 697.922.26.001.24

**Солодова Евгения Эдуардовна**

инженер-проектировщик по системам отопления и вентиляции

Email: bel.ewgenija@yandex.ru

**ГК «Fortex» ООО «Современное проектирование»**

Адрес организации: 420034, Россия, г. Казань, ул. Сулеймановой, д. 3

### **Особенности численного моделирования течений в Z-образных отводах систем вентиляции и кондиционирования зданий и сооружений**

#### **Аннотация**

*Постановка задачи.* При расчете систем вентиляции основную сложность представляет определение сопротивления фасонных деталей, образующих комбинацию из двух и более элементов. В случае близкого расположения друг к другу двух отводов на  $90^\circ$  возможна Z-образная конфигурация узла. Гидравлическое сопротивление, которого не равно сумме сопротивлений отдельных отводов, в значительной мере, определяется расстоянием между ними. Интерес представляет их моделирование в ранее неисследованной трехмерной постановке.

Цель работы – проведение численных экспериментов с помощью комплекса вычислительной гидродинамики AnsysFluent для выбора наиболее оптимальной структуры расчетной сетки, корректного выбора параметров численного алгоритма, настройки опций модели турбулентности, контроля процесса сходимости решения для задач о течении потока воздуха в воздуховоде прямоугольного сечения с фасонным элементом в форме «острого» Z-образного отвода.

*Результаты.* В результате проверки нестационарной постановки задачи показано, что получающееся при этом отличие от известных экспериментальных значений коэффициента местного сопротивления составляет порядка  $5 \div 20\%$ , для стационарной постановки –  $1 \div 5\%$ . В качестве модели турбулентности доказана пригодность «стандартной»  $k-\varepsilon$  модели турбулентности с «расширенным пристеночным моделированием». Для граничных условий выбор равномерного и развитого профиля скорости на входной границе, а также задание интенсивности турбулентности и относительной турбулентной вязкости вместо кинетической энергии и диссипации приводит к одинаковому результату – отличие коэффициента местного сопротивления от справочных данных не более  $5-10\%$ .

*Выводы.* Значимость полученных результатов для строительной отрасли состоит в разработке «численной схемы» решения для проведения исследований течений в каналах со сложными узлами из фасонных элементов, которая позволяет определить очертания вихревых зон и разрабатывать аэродинамически усовершенствованные конструкции подобных фасонных элементов систем вентиляции.

**Ключевые слова:** численные методы, модель турбулентности, нестационарность, коэффициент местного сопротивления, Z-отвод, вентиляционный канал.

**Для цитирования:** Солодова Е. Э. Особенности численного моделирования течений в Z-образных отводах систем вентиляции и кондиционирования зданий и сооружений // Известия КГАСУ. 2021. № 1 (55). С. 71–84. DOI: 10.52409/20731523\_2021\_1\_71.

#### **1. Введение**

В воздуховодах систем вентиляции фасонные элементы часто находятся достаточно близко друг к другу, и сопротивление такого узла отличается от суммы сопротивлений, входящих в такой узел отдельных фасонных элементов. В случае близкого расположения в одной плоскости друг к другу двух отводов на  $90^\circ$  возможна П- и Z-образная конфигурация узла, для случая разворота потока на  $180^\circ$  и протока в прямом направлении, соответственно.

В работе рассматривается конструкция узла Z-образного отвода, сопротивление которого сложным образом зависит от расстояния между отдельными отводами, входящими в состав узла, и обусловлено возникающими в поворотах обширными зонами отрыва, взаимодействующими друг с другом. Гидравлическое сопротивление Z-образного отвода не равно сумме сопротивлений отдельных отводов и в значительной мере определяется расстоянием между ними  $l_k$ . Как указывается в [1] при относительном расстоянии между поворотами равном  $2b$  ( $b$  – ширина канала) общее сопротивление узла максимально. Это объясняется тем, что на таком расстоянии от угла первого отвода происходит максимальное поджатие струи. В результате локального возрастания скорости потери давления во втором отводе также увеличиваются по сравнению с одиночно стоящим отводом. При  $l_k/b < 2$  и дальнейшем уменьшении Z-образный отвод будет стремиться по форме к прямому каналу и, соответственно, уменьшению местных потерь. При  $l_k/b > 2$  и дальнейшем увеличении взаимное влияние отводов друг на друга будет все больше ослабевать и на некотором расстоянии прекратится (при  $l_k/b > 10$ ). На этом участке вентиляционной сети их можно рассматривать как отдельные L-образные отводы на  $90^\circ$ .

Исследования узла с последовательно расположенными возмущающими элементами в форме Z проводятся как экспериментально, так и численно. В работе [2] приведены обширные экспериментальные данные о потерях давления для Z-образного отвода в канале квадратного сечения для  $0,4 < l_k/b < 10$ , которые используются в [1] в качестве справочной информации для проектирования. Однако, остается неизвестным насколько точно эти данные применимы к каналам прямоугольной формы. В работе [3] численно смоделирован Z-образный отвод для расстояния между поворотами  $3b$ . При визуализации решения отмечены следующие зоны отрыва: две при срыве потока с острых кромок и две в углах. Валидация полученных результатов осложнялась отсутствием данных других авторов. В качестве модели турбулентности выбрана  $k-\omega$  модель по визуальной оценке формы и размеров вихревых зон. В работах [4, 5] экспериментально и численно для двух отводов под углом  $90^\circ$ , в работе [6] для других углов, а в [7] для узлов состоящих из более чем двух отводов более подробно исследованы отрывные зоны, даны их основные размеры, но только для чисел  $Re\ 300 \div 2000$ , то есть для ламинарного режима течения, в то время как для каналов систем вентиляции характерен развитый турбулентный режим. Для прямоугольных каналов можно отметить работу [8], где экспериментально и численно исследуются две конфигурации сдвоенных отводов – Z- и U-образные со скруглением углов по радиусу от 1 до 3 гидравлических диаметров канала для разных соотношений поперечных размеров канала от 1:5 и до 5:1. Причем такой широкий диапазон изменения размеров конфигурации узла исследовался численно, а экспериментально проводилось определение изменения скорости и падения давления для одной конфигурации, которая далее использовалась для валидации результатов, получаемых численно. По результатам сравнения экспериментального распределения скорости в поперечных сечениях канала и расчетов с помощью модели турбулентности «Рейнольдсовых напряжений» получено хорошее соглашение и дальнейшее исследование проводится с ее использованием. Численное распределение скорости по оси канала с Z-образным отводом показывает, что ее значение после узла возвращается к своему первоначальному значению на расстояниях более 80-120 диаметров и зависит от соотношения поперечных размеров, что показывает порядок длин зон влияния фасонных элементов друг на друга. С другой стороны, здесь, по-видимому, нужно различать зоны влияния по полям скоростей и по сопротивлениям. Также не приводятся данные о влиянии на сопротивление расстояния между отводами. В работе [9] также численно, но с использованием RNG разновидности  $k-\epsilon$  модели турбулентности в сочетании со «стандартными» пристеночными функциями в двумерной постановке исследовано изменение коэффициента местного сопротивления (КМС) от расстояния между двумя острыми отводами в Z-образной конфигурации. Здесь для определения влияния расстояния КМС узла сравнивался с удвоенным значением КМС одиночного отвода. Показано, что на расстояниях более 5 калибров они становятся равны и тем самым взаимное влияние отводов прекращается. Кроме того, получаемые численно значения КМС хорошо совпадают с данными справочника [1] до расстояний порядка 3 калибров между отводами, а при больших расстояниях отличаются уже сильнее, но все таки

удовлетворительно (отличие составляет около 15 %). Снижение сопротивления вентиляционных каналов актуальная задача как, с точки зрения энергосбережения систем вентиляции самих по себе, так и с точки зрения увеличения эффективности работы входящих в нее компонентов – местных вытяжных [10, 11] и очистных устройств [12, 13] систем промышленной вытяжной вентиляции. В [14] уже предпринята попытка исследовать течение в канале с двумя отводами, конструкция которых усовершенствована. Для этого из предыдущих исследований одиночных отводов взяты наиболее оптимальные формы отводов и, комбинируя их в U- и Z- образных конфигурациях, определялись значения КМС. Даже несмотря на то, что в данном подходе не учитывается существенное отличие очертаний вихревых зон в одиночных и спаренных отводах, авторами получено некоторое снижение сопротивлений от 2,2 до 9,8 % в зависимости от конфигурации отвода. В отличие от предыдущей работы, в [15] исследуется семейство кривых Безье для наиболее оптимального, с точки зрения минимума потерь давления, соединения двух отводов в Z-образную конфигурацию. В результате оптимизации получено снижение сопротивления, но поскольку не подробно описаны результаты, сложно оценить процент снижения КМС.

Рассмотренные способы снижения сопротивления фасонных элементов имеют один общий недостаток – из-за скругления острых кромок увеличивается габарит фасонной детали и такие способы, как и более простые, но не менее эффективные скругления по радиусу окружности, не используются на практике, поскольку для систем вентиляции характерны большие размеры воздуховодов, и в обычно стесненных условиях их размещения, дополнительное увеличение габарита часто невозможно. Этого недостатка лишены способы при которых снижение сопротивления фасонной детали достигается введением дополнительных устройств – вставок [16, 17], экранов [18], направляющих лопаток. Но это приводит к усложнению технологии изготовления детали, а значит удорожанию производства, и для систем вентиляции зданий и сооружений, где стоимость деталей невысока, такой способ также становится нерационален. Это же можно сказать и о способе усовершенствования фасонных элементов вентиляционных сетей с использованием топологической оптимизации, который сейчас активно развивается и имеются работы по оптимизации различных конфигураций отводов [19], тройников [20] и других элементов. Получающиеся в результате такой оптимизации детали имеют очень сложную форму поверхности, изготовление которых возможно только с использованием аддитивных технологий, что также из-за дороговизны ограничивает их применение в системах вентиляции зданий и сооружений, а используется в основном в трубопроводах и каналах автомобильной [21] и самолетостроительной [22, 23] отраслях.

Указанных выше недостатков лишен способ снижения сопротивления по очертаниям вихревых зон – он не приводит к увеличению габаритов, а также при использовании современных технологических линий по раскрою листового металла на станках с ЧПУ не приведет и к изменению технологии изготовления детали, а значит не будет ее удорожания. В работах [24, 25] в двумерной турбулентной постановке смоделирован и исследован Z-образный отвод для расстояния между поворотами 0,4b, 1b, 2b, 5b, 10b, 15b, 35b. Выбор модели турбулентности проводился по изменению значения КМС от величин, характеризующих степень измельчения расчетной сетки и по визуальной оценке очертаний вихревых зон. В качестве расчетного принято сочетание моделей k-ε при расширенном пристеночном моделировании. В [25] проведено исследование по определению сопротивления, очертаний зон отрыва, зон влияния возмущающего элемента на поток для широкого диапазона размеров канала между поворотами. А также, по очертаниям зон отрыва, в двумерной постановке, разработаны усовершенствованные энергоэффективные Z-отводы с сопротивлением сниженным на величину от 60 до 80 %.

Для применения на практике способа снижения сопротивления таких Z-образных конфигураций отводов представляет интерес провести их моделирование в ранее неисследованной трехмерной постановке. При этом нередко используется нестационарная постановка, которая в некоторых случаях позволяет получить более хорошие результаты, но, тем не менее, для каналов с поворотами дают заниженные на величину до 20 % величины сопротивления [26, 27].

При этом, как и для любого численного моделирования, наиболее важным этапом является валидация – определение такого набора всех настроек и моделей решения – «численной схемы», при использовании которой результаты решения будут хорошо согласовываться с уже известными и достоверными экспериментальными данными.

Таким образом, целью работы является исследование поведения компьютерной модели и ее валидация при использовании различных настроек «численной схемы» для течения в воздуховодах с Z-образными отводами. Для достижения цели проверялось влияние нестационарности, разных видов задания граничных условий, моделей турбулентности и способов пристеночного моделирования на результаты решения задач о течении воздуха в трехмерных Z-образных отводах.

## 2. Методы исследования

В работе проводится численное решение задач о течении воздуха в трехмерном канале с Z-образным отводом, при этом исследуется влияние на получаемый результат постановки задачи, моделей турбулентности и граничных условий. Для исследования выбрано два варианта расположения двух отводов под  $90^\circ$  друг за другом в узле «Z-образный отвод» – одно- и разноплоскостной (рис. 1 а). Ширина канала  $b=0,1$  м; глубина  $a=0,1$  м, относительное расстояние между отводами  $l_k/b=5$ , относительная длина канала до первого отвода  $l_{до}/b=6$ , после второго отвода –  $l_{после}/b=25$ . Длины каналов до и после исследуемого участка приняты по итогам предварительного исследования, в котором были смоделированы существенно протяженные каналы –  $l_{до}/b=40$ ,  $l_{после}/b=40$ . В этом случае по исследованиям профиля скорости было получено выравнивание поля течения на расстояниях меньше чем  $6b$  после входной границы и менее  $25b$  после Z-образного отвода. Уменьшение длин каналов позволяет снизить затрачиваемую вычислительную мощность.

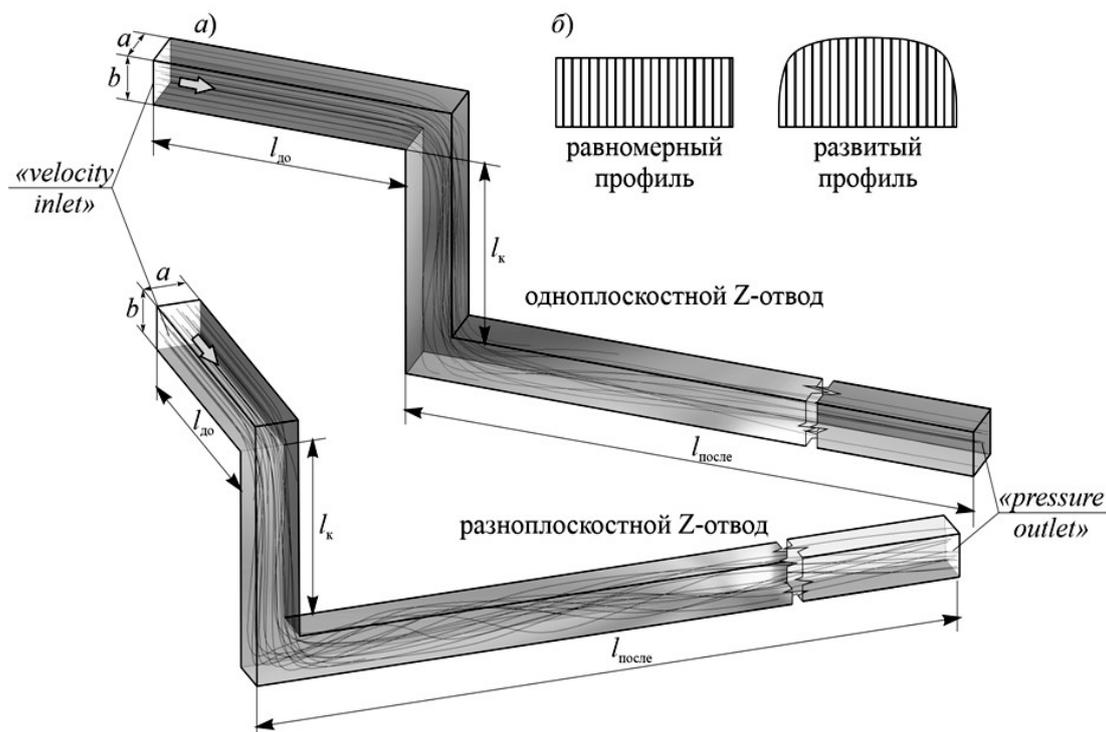


Рис. 1. а) геометрия канала с Z-образным одноплоскостным и разноплоскостным отводами; б) равномерный и развитый профили скорости на входной границе (иллюстрация авторов)

При построении расчетной сетки использовался метод разрешения пограничного слоя ячейками необходимого размера, при котором размер первой пристенной ячейки вычислялся из условия равенства единице безразмерного параметра  $y^+$ , характеризующего необходимую степень измельчения сетки в пограничном слое (1):

$$y^+ = y_1 \cdot u_\tau / \nu = 1, \quad (1)$$

где  $y_1$  – расстояние до первой пристенной ячейки, м;  $u_r = \sqrt{\tau_u / \rho}$  – динамическая скорость, м/с;  $\tau_u = C_f \cdot \rho u_0^2 / 2$  – напряжение сдвига, Па;  $C_f = [2 \log(\text{Re}) - 0,65]^{-2,3} = 4,9 \cdot 10^{-3}$  [28] – коэффициент трения;  $\text{Re} = u_0 \cdot D_T / \nu = 2,3 \cdot 10^5$  – число Рейнольдса;  $u_0 = 35$  м/с – среднерасходная скорость в канале;  $D_T = a \cdot b / (a+b) = 0,1$  м – гидравлический диаметр канала;  $\rho$  и  $\nu$  – плотность, кг/м<sup>3</sup> и кинематическая вязкость, м<sup>2</sup>/с воздуха. Отсюда

$$y_1 = \frac{y^+ \cdot \nu}{u_0 \sqrt{0,5 \cdot C_f}} = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Остальные ячейки поперек пограничного слоя строились с увеличением так, чтобы каждый последующий слой ячеек был больше предыдущего не более чем в 1,2 раз. Таким образом строилось 20 рядов, а далее ядро канала разрешалось сеткой размерами 0,01 м. Общее количество расчетных ячеек составило 295488.

Метод RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) часто используется для течений без больших зон отрыва, поскольку позволяет при меньшей вычислительной стоимости быстрее приводить к правильному решению задачи. Для случая профилированных фасонных элементов он является оптимальным [24]. Считается, что для внутренних течений с большими отрывными зонами, большим количеством ячеек расчетной сетки использование RANS подхода зачастую не приводит к хорошему результату, поскольку характеристики течения, в том числе осредненного зависят от моделирования крупных вихрей, которые в этом случае имеют нестационарную структуру. При этом может применяться нестационарный метод осреднения уравнений Навье-Стокса по Рейнольдсу (URANS – Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes). Для него также используются модели турбулентности и пристеночные функции. Кроме этого известно, что невозможно создать «универсальный» набор констант в модели турбулентности, пригодный во всех ситуациях и учитывающий специфику развития течения в каждом конкретном случае [29]. Поэтому важным этапом численного исследования всегда остается валидация – проверка разных моделей на адекватность и точность получаемых численно результатов, путем сравнения получаемых результатов с известными достоверными данными эксперимента или аналитического решения.

В вычислительном комплексе AnsysFluent (ANSYS® Academic Research Mechanical and CFD, Release 18.2) имеется широкий набор основных наиболее универсальных моделей турбулентности, а также, так называемых, пристеночных функций. В случае, когда нет необходимости подробно учитывать процессы происходящие в пограничном слое – течения в помещениях и с низкими градиентами характеристик потока в пограничном слое используются, так называемые, высокорейнольдсовые модели (например, SKE) и в этом случае нет необходимости разрешать сеткой весь пограничный слой – буферный слой и вязкий подслой не моделируется, а для расчета скорости и трения у стенки используются «стандартные» пристеночные функции. При этом относительное безразмерное расстояние характеризующее достаточность расчетных ячеек в пограничном слое составляет  $y^+ \geq 15$  [30]. В случае, когда важно правильно смоделировать погранслои, например, при расчете течений вблизи твердых непроницаемых поверхностей и в каналах, пристеночная область должна быть разрешена достаточным количеством ячеек расчетной сетки – значение  $y^+$  рекомендуется около 1 [30]. При этом при использовании высокорейнольдсовых моделей рекомендуется использовать так называемые двухслойные пристеночные функции, которые в программном комплексе Ansys Fluent используются в «расширенном пристеночном моделировании» (EWT). Этот подход соединяет в себе двухслойную модель и «расширенные пристеночные функции». Если сетка вблизи стенки достаточно мелкая ( $y^+ \approx 1$ ), то этот подход становится идентичным двухслойной модели, а в случае несколько более грубой сетки, когда ( $3 < y^+ < 10$ ) используются «расширенные пристеночные функции», которые для расчета параметров течения вблизи стенки используют алгебраические зависимости – «линейные» и «логарифмические» законы стенки для ламинарного «вязкого» и турбулентного подслоя соответственно. Модель турбулентности  $k-\omega$  и ее разновидности в том числе Shear Stress Transport (SST) разрабатывались специально для моделирования сильно закрученных потоков с высоким

градиентом скорости [31], что позволяет использовать ее при моделировании течений в каналах, имеющих повороты без дополнительных пристеночных моделей. Поэтому для валидации численное исследование течения в трехмерном канале с Z-образным «острым» отводом проводилось в стационарной постановке с использованием «стандартной» k-ε модели турбулентности с «расширенным пристеночным моделированием» (SKEEWT), k-ω модели турбулентности Ментера (KWSST) и в нестационарной постановке KWSST.

На выходе из канала задано граничное условие (ГУ) «Pressureoutlet» с избыточным давлением, установленным равным нулю, на стенках канала – условие непротекания и непроскальзывания (ГУ «Wall»). Для входного граничного условия «Velocityinlet» задано среднее значение скорости  $u_0 = 35 \text{ м/с}$  ( $Re = 2,3 \cdot 10^5$ ), для задания уровня турбулентности в программном комплексе AnsysFluent предлагаются такие пары турбулентных параметров:

- кинетическая энергия турбулентности (2):

$$k = \frac{\left( \overline{(u'_x)^2} + \overline{(u'_y)^2} + \overline{(u'_z)^2} \right)}{2} = \frac{3}{2} (u_0 \cdot I_T)^2 \quad (2)$$

и ее диссипация (3):

$$\varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{l} = C_\mu \frac{k^2}{v \cdot R_T} = 1 \text{ м}^2/\text{с}^3; \quad (3)$$

- интенсивность турбулентности (4):

$$I_T = u_0 / u'; \quad (4)$$

- относительная турбулентная вязкость (5):

$$R_T = \mu_T / \mu, \quad (5)$$

здесь  $u_0$  и  $u'$  – средняя скорость и ее пульсация,  $\overline{(u'_i)^2}$  – квадрат  $i$ -й компоненты осредненной пульсации скорости;  $\mu$  и  $\mu_T$  – молекулярная и турбулентная вязкость потока,  $C_\mu = 0,09$  – константа модели турбулентности;  $l$  – линейный масштаб турбулентности, м. Обычно считается, что для более точного задания турбулентных параметров на границах можно использовать эмпирические выражения. К примеру, для развитого течения в каналах считается, что  $l = 0,07 \cdot D_T = 0,007 \text{ м}$ , здесь  $D_T = 0,1 \text{ м}$  – гидравлический диаметр канала. А для расчета интенсивности турбулентности предлагается эмпирическая формула:  $I_T = 0,14 \cdot Re^{-0,079}$  [32], и значит для исследуемого случая  $I_T = 5,27 \%$ . С использованием этих данных возможно определить остальные параметры:  $k = 1,5 \cdot (u_0 \cdot I_T)^2 = 5,1 \text{ м}^2/\text{с}^2$ ;  $\varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{l} = 271,1 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ,  $R_T = C_\mu \frac{k^2}{v \cdot \varepsilon} = 577,7$ . При этом в программном

комплексе по умолчанию предлагаются следующие значения параметров:  $k = 1 \text{ м}^2/\text{с}^2$  и  $\varepsilon = 1 \text{ м}^3/\text{с}^2$  и  $I_T = 5 \%$  и  $R_T = 10$ . Видно, что если интенсивность турбулентности соответствует предлагаемому по умолчанию значению, то остальные параметры существенно отличаются. Считается, что завышение значений этих параметров, может приводить к подавлению турбулентности и соответственно уменьшать получающиеся в отводе потери давления. Для сравнения получаемых результатов и определения влияния турбулентных параметров на сопротивление Z-образного отвода, в работе будут проведены расчеты с установками турбулентных параметров по двум вариантам: который используется в программном комплексе по умолчанию:  $k = 1 \text{ м}^2/\text{с}^2$  и  $\varepsilon = 1 \text{ м}^3/\text{с}^2$  и рекомендуемый для моделирования турбулентности среднего уровня:  $I_T = 5 \%$  и  $R_T = 100$ .

Как было указано выше, для скорости используется ГУ «velocityinlet» и по умолчанию задается ее равномерное распределение, то есть прямоугольный профиль (рис. 1б), однако возможно задание любого профиля, описываемого аналитической зависимостью или массивом значений. Это позволяет смоделировать на входной границе развитый турбулентный поток с профилем, характерным для данного режима течения, для чего предварительно была решена задача о течении воздуха в прямом канале длиной 4 м, и контролировалась развитость течения по сравнению профилей скорости. Полученный таким образом профиль скорости (рис. 1б) записывался в файл и далее использовался в качестве граничного условия на входе в канал с Z-образным отводом.

Условием схождения решения, при стационарной постановке, считалось снижение невязок во всех уравнениях до величин менее  $1 \cdot 10^{-5}$  и отсутствие изменения значений полного давления на выходе и входе в канал на протяжении более 50 итераций. При нестационарном решении характерные параметры – значения полного давления на входе и выходе контролировались на каждом временном шаге. Внутри каждого шага по времени проводится не менее 20 итераций, в течение которых все невязки падают как минимум на 1 порядок. Временной шаг  $\tau$  выбирался равным  $0,0005\text{с}$ , то есть характерное время процесса  $t = u_0/b = 4\text{с}$  разрешалось за 8000 шагов по времени.

Для контроля итерационного процесса созданы мониторы полного давления на входной и выходной границе, при этом при нестационарной постановке итерационный процесс делится на два временных периода (на основе данных мониторинга – рис. 2): период выхода на установившийся режим (рис. 2а) и установившийся режим (рис. 2б).

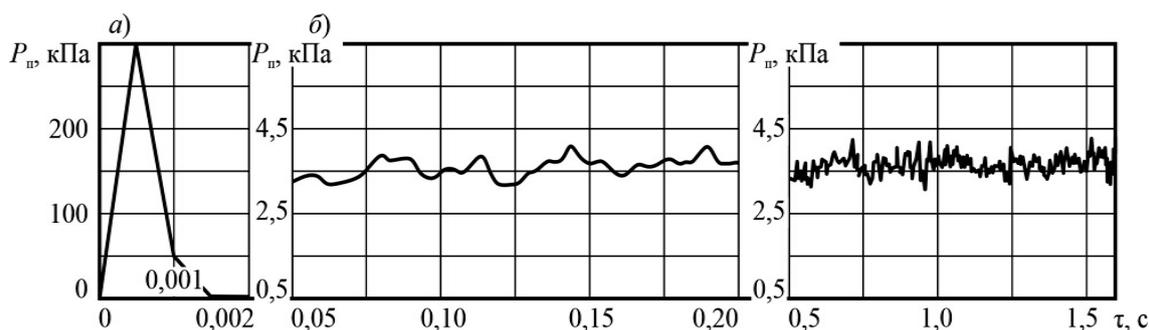


Рис. 2. Изменение полного давления на выходной границе в нестационарной постановке:  
а) неустановившийся и б) установившийся режимы (иллюстрация авторов)

Для периода выхода на установившийся режим характерно сильное изменение величин во времени (их рост или уменьшение). Для установившегося режима характерно периодическое изменение величин во времени относительно некоторого среднего значения. Это среднее значение и принимается за окончательное решение задачи. Определение значений коэффициентов местного сопротивления по данным численного решения проводится по методике подробно описанной в работах [33, 34].

### 3. Результаты и обсуждение

Проводилось исследование влияния нестационарности, моделей турбулентности и особенностей задания турбулентных параметров и профиля скорости на входной границе расчетной области.

Нестационарность и модели турбулентности

В результате численного решения задач и обработки полученных полей давления и скорости определены значения коэффициентов местных сопротивлений (таблица 1). Для сравнения в таблице приведены данные из [1] и [2].

Таблица 1

**Коэффициенты местного сопротивления, полученные при разных способах моделирования**

Конструкция Z отвода	Модель	КМС		
		Численное моделирование	Данные [1], [2]	Отличие, %
Одноплоскостной	RANS SKEEWT	3,05	3,22	5,3
	RANS KWSST	Сходящееся решение не получено		-
	URANS KWSST	3,88		20,5
Разноплоскостной	RANSSKEEWT	2,77	3,19	13,2
	RANS KWSST	Сходящееся решение не получено		-
	URANS KWSST	3,36		4,9

При сравнении представленных данных и исследований [25] можно сделать вывод о том, что стационарная постановка задач с использованием «стандартной»  $k-\varepsilon$  модели турбулентности также подходит для решения задач о течениях в каналах с Z-образными

отводами. Для исследованной конструкции одноплоскостного отвода такая компьютерная модель показывает даже несколько лучшее совпадение с известными экспериментальными данными, а для разноплоскостного – совпадение хуже, но отличие также небольшое. При использовании  $k-\omega$  модели в стационарной постановке для обеих конструкций сходящееся решение не получено. Это, по-видимому, связано с особенностями моделирования вихревой структуры отрывной зоны с использованием  $k-\omega$  модели турбулентности, и позволяет использовать эту модель для течения в Z-образных отводах лишь в нестационарной постановке. С точки зрения вычислительной стоимости нестационарная постановка более затратная. На ее решение было использовано 216 часов на компьютере следующей конфигурации – процессор Intel Core i5 8300H частотой 2,3 ГГц и оперативной памятью 8Гб, что в 50 раз больше, чем для RANS. Таким образом, подтверждается, что сочетание SKEEWT в стационарной постановке является, в данном случае, наиболее рациональной компьютерной моделью для такого рода течений.

Параметры граничного условия на входе. Для проверки влияния задания параметров на входной границе решались задачи с использованием ранее валидированной численной модели – RANS SKE EWT в стационарной постановке и разной комбинацией турбулентных параметров и профиля скорости (табл. 2) для конфигурации одноплоскостного Z-образного отвода.

Таблица 2

**Зависимость коэффициента местного сопротивления (КМС)  
от параметров на входной границе**

№ варианта	Турбулентные параметры	Профиль скорости	КМС	Отличие от [2], %
1	$k = 1 \text{ м}^2/\text{с}^2, \varepsilon = 1 \text{ м}^3/\text{с}^2$	Равномерный	3,05	5,3
2 (2D[24])	$k = 1 \text{ м}^2/\text{с}^2, \varepsilon = 1 \text{ м}^3/\text{с}^2$	Равномерный	2,89	10,2
3	$I_T = 5 \%, R_T = 100$	Равномерный	3,04	5,6
4	$I_T = 5 \%, R_T = 100$	Развитый	3,02	6,2

Для сравнения в табл. 2 приведены результаты более ранних исследований течения в канале аналогичной конфигурации, но в двумерной постановке (вариант 2 [24]). Видно, что все варианты моделирования показывают близкие между собой значения, а также и их отличие от известного экспериментального значения несущественно. Это говорит о том, что для разработанной модели указанные выше особенности задания турбулентных параметров и профиля скорости на входной границе не так важны и объясняется тем, что при построении этой численной модели длина канала до отвода была достаточной для исключения влияния граничного условия. Кроме того, хотя численное моделирование в трехмерной постановке ближе к экспериментальному, двумерная модель также показывает достаточно хорошие результаты при определении сопротивления канала.

#### 4. Заключение

В работе приведены результаты численного расчета течения в трехмерном вентиляционном канале с двумя отводами на  $90^\circ$  расположенными последовательно друг за другом на расстоянии 5 калибров в одно- и разноплоскостной Z-образной конфигурации. Приведенная конфигурация часто встречается на практике и служит источником сильных возмущений потока и потерь давления в системах вентиляции. Компьютерное моделирование и подробное исследование получающегося течения позволит определить очертания вихревых зон и разработать аэродинамически усовершенствованные конструкции подобных фасонных элементов систем вентиляции. Для проведения корректного численного исследования необходима подробная валидация.

В результате проверки нестационарной постановки задачи, показано, что получающееся при этом отличие от известных экспериментальных значений коэффициента местного сопротивления (КМС) составляет порядка  $5 \div 20 \%$ , для стационарной постановки –  $5 \div 1 \%$ . То есть стационарная постановка имеет тот же порядок точности и может быть использована для решения задач о внутренних течениях.

В качестве модели турбулентности и пристеночных функций выбрано сочетание «стандартной»  $k-\varepsilon$  модели с расширенными пристеночными функциями SKEEWT, так как при меньших временных затратах позволяет получить адекватное решение.

Более точное моделирование турбулентных параметров и профиля скорости на входной границе также не приводит к существенному уточнению определения значения КМС при наличии достаточной длины канала.

Таким образом, при сравнении результатов решения задач с разными видами граничных условий, моделей турбулентности и способов пристеночного моделирования, а также при использовании стационарной и нестационарной постановки разработана следующая «численная схема» решения задач о течении в воздуховодах с Z-образными отводами: для уменьшения затрачиваемой вычислительной мощности исследование течений в каналах с отводами в разной конфигурации возможно проводить в стационарной постановке, а также использовать модель SKEEWT упрощенные условия на входных границах, при возможности смоделировать канал длиной, необходимой для установления развитого профиля скорости.

Дальнейшим развитием этого исследования видится проверка возможности уменьшить длину входного канала при использовании уточненных профилей скорости, значений турбулентных параметров, а также исследование влияния распределения давления на входной границе. Такое уменьшение канала как до, так и после исследуемого фасонного элемента, существенно снизит затрачиваемые вычислительные мощности, что особенно актуально при решении трехмерных задач.

### Список библиографических ссылок

1. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М. : Машиностроение, 1992. 672 с.
2. Веревкин Н. Н. Гидравлические сопротивления изолированных и составных колен прямоугольного сечения // Промышленная аэродинамика: Воздуховоды. Вып. 7. М. : Оборонгиз, 1956. С. 25–51.
3. Debnath R., Bhattacharjee S., Bengal W. A comparative study with flow visualization of turbulent fluid flow in an elbow // Int. J. Eng. Sci. Technol. 2010. Vol. 2. № 9. P. 4108–4121.
4. Izumi R., Yamashita H., Oyakawa K. Fluid Flow and Heat Transfer in Corrugated Wall Channels (1st Report, Analysis in the Case Where Channels Are Bent Perpendicularly Two Times) // Bull. JSME. 1981. Vol. 24. № 194. P. 1425–1432.
5. Izumi R., Oyakawa K., Kaga S., Yamashita H. Fluid Flow and Heat Transfer in Corrugated Wall Channels (2nd Report, Experiments in the Case Where Channels Are Bent Perpendicularly Two Times) // Bull. JSME. 1981. Vol. 24. № 198. P. 2098–2106.
6. Izumi R., Yamashita H., Oyakawa K., Mori N. Fluid Flow and Heat Transfer in Corrugated Wall Channels (3rd Report, Effects of Bending Angles in the Case Where Channels Are Bent Two Times) // Bull. JSME. 1983. Vol. 26. № 216. P. 1027–1035.
7. Izumi R., Yamashita H., Oyakawa K. Fluid Flow and Heat Transfer in Corrugated Wall Channels (4th Report, Analysis in the Case Where Channels Are Bent Many Times) // Bull. JSME. 1983. Vol. 26. № 217. P. 1146–1153.
8. Zhao J., Li A., Gao R., Chen S., Zhang Y. Coupling effect of ventilation duct bend with different shapes and sizes // Build. Simul. 2015. Vol. 9. № 3. P. 311–318. DOI: 10.1007/s12273-015-0267-y.
9. Zmrhal V., Schwarzer J. Numerical simulation of local loss coefficients of ventilation duct fittings // Eleventh International IBPSA Conference July 27-30, 2009. Glasgow, Scotland, 2009. T. I. C. 1761–1766.

10. Logachev K. I., Ziganshin A. M., Popov E. N., Averkova O. A., Kryukova O. S., Gol'tsov A. B. Experiment determining pressure loss reduction using a shaped round exhaust hood // *Build. Environ.* 2021. Vol. 190. P. 107572. DOI: 10.1016/j.buildenv.2020.107572.
11. Logachev K., Ziganshin A., Kryukova O., Averkova O., Kryukov I., Gol'tsov A. Improving dust capture efficiency with local exhaust hoods in manicure shops // *Build. Environ.* 2020. Vol. 181. P. 107124. DOI: 10.1016/j.buildenv.2020.107124.
12. Замалиева А. Т., Зиганшин М. Г. Повышение энергетической и экологической эффективности систем газоочистки на ТЭС // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов.* 2019. Vol. 330. № 9. P. 143–153.
13. Belyaeva G. I., Zamalieva A. T., Ziganshin M. G. Numerical and experimental studies of gas cleaning in multi-cyclone elements with filter inserts // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2019. Vol. 481. № 1. DOI: 10.1088/1757-899X/481/1/012041.
14. Gao R., Fang Z., Li A., Liu K., Yang Z., Cong B. Numerical simulation and experimental study on resistance reduction optimization of the cambered surface of elbows under adjacent influence // *Procedia Eng. Elsevier B.V.*, 2017. Vol. 205. P. 3985–3992. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.864.
15. Srinivasan K., Balamurugan V., Jayanti S. Shape optimisation of curved interconnecting ducts // *Def. Sci. J.* 2015. Vol. 65. № 4. P. 300–306. DOI: 10.14429/dsj.65.8353.
16. Malanichev I., Akhmadiev F. Pressure loss reduction in ventilation ducts by shape optimization of the removable profiled components // *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 2020. Vol. 890. P. 012154. DOI: 10.1088/1757-899X/890/1/012154.
17. Li A., Chen X., Chen L. Numerical investigations on effects of seven drag reduction components in elbow and T-junction close-coupled pipes // *Build. Serv. Eng. Res. Technol.* 2015. Vol. 36. № 3. P. 295–310. DOI: 10.1177/0143624414541453.
18. Gao R., Liu K., Li A., Fang Z., Yang Z., Cong B. Study of the shape optimization of a tee guide vane in a ventilation and air-conditioning duct // *Build. Environ.* Elsevier Ltd, 2018. Vol. 132. P. 345–356. DOI: 10.1016/j.buildenv.2018.02.006.
19. Demirel G., Acar E., Celebioglu K., Aradag S. CFD-driven surrogate-based multi-objective shape optimization of an elbow type draft tube // *Int. J. Hydrogen Energy.* Elsevier Ltd, 2017. Vol. 42. № 28. P. 17601–17610. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2017.03.082.
20. Courtais A., Lesage F., Privat Y., Frey P., Latifi A. Adjoint system method in shape optimization of some typical fluid flow patterns // *Comput. Aided Chem. Eng.* 2019. Vol. 46. P. 871–876. DOI: 10.1016/B978-0-12-818634-3.50146-6.
21. Turbine Optimization Potential to Improve Automotive Rankine Cycle Performance. DOI: 10.10https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.116559.
22. Feppon F., Allaire G., Dapogny C., Jolivet P. Body-fitted topology optimization of 2D and 3D fluid-to-fluid heat exchangers // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 2021. Vol. 376. P. 113638. DOI: 10.1016/j.cma.2020.113638.
23. Gaymann A., Montomoli F., Pietropaoli M. Fluid topology optimization: Bio-inspired valves for aircraft engines // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2019. Vol. 79. P. 108455. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2019.108455.
24. Ziganshin A., Solodova E., Logachev K. Numerical simulation of a Z-shaped ventilation elbow and reduction of its resistance // *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 2020. Vol. 890. P. 012146. DOI: 10.1088/1757-899X/890/1/012146.

25. Зиганшин А. М., Солодова Е. Э. Валидация численного решения задачи о течении в Z-образном отводе // Качество внутреннего воздуха и окружающей среды = Indoor air quality and environment : материалы XVIII Международной научной конференции, 25-29 сентября 2020 г., г. Москва. Волгоград : ВолгГМУ, 2020. Р. 248–255.
26. Панов Д. О., Юхнев А. Д. Потери давления в канале с резким поворотом на 180°. Результаты URANS- и LES-расчетов в сопоставлении с данными измерений // Тепловые процессы в технике. 2018. Vol. 10. № 5-6. Р. 192–197.
27. Панов Д. О., Рис В. В., Смирнов Е. М. Вихреразрешающее численное моделирование трехмерного турбулентного течения в канале с резким поворотом на 180 градусов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. 2017. Vol. 10. № 4. Р. 21–33.
28. Schlichting H., Gersten K. Boundary-Layer Theory. 9th ed. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2017. 805 p. DOI: 10.1007/978-3-662-52919-5.
29. Wilcox D. C. Turbulence Modeling for CFD. 3rd ed. DCW Industries, 2006. 522 p.
30. ANSYS® Academic Research Mechanical and CFD, Release 18.2, Help System, Coupled Field Analysis Guide, ANSYS, Inc.
31. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. 1994. Vol. 32. № 8. Р. 1598–1605. DOI: 10.2514/3.12149.
32. Russo F., Basse N. T. Scaling of turbulence intensity for low-speed flow in smooth pipes // Flow Meas. Instrum. 2016. Vol. 52. Р. 101–114. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2016.09.012.
33. Зиганшин А. М., Беляева Е. Э., Соколов В. А. Снижение потерь давления при профилировании острого отвода и отвода с нишей // Известия ВУЗов. Строительство. 2017. № 1. С. 108–116.
34. Зиганшин А. М., Посохин В. Н., Бадыкова Л. Н., Гимадиева Г. А. Численное моделирование течения в двухмерном тройнике // Известия ВУЗов. Строительство. 2015. № 5. С. 89–95.

**Solodova Evgeniya Eduardovna**

design engineer of heating and ventilation systems

Email: bel.ewgenija@yandex.ru

**GC «Fortex» LTD «Sovremennoe proectirovanie»**

The organization address: 420034, Russia, Kazan, Suleymanov st., 3

**Features of flows numerical modelling in Z-shaped elbows  
of ventilation and air conditioning systems of buildings and structures****Abstract**

*Problem statement.* When developing ventilation systems, the main difficulty lies in determining the resistance of shaped parts connected in a combination of two or more elements. If two consecutive 90° elbows are located close, a Z-shaped configuration of the unit is possible. The hydraulic resistance of such a node is not equal to the sum of the resistances of the individual components and largely depends on the distance between them. To conduct their modelling in a previously unexplored three-dimensional setting is of interest.

The purpose of the research is to conduct numerical studies using the computational fluid dynamics complex AnsysFluent to select the most optimal structure of the computational grid, parameters of the numerical scheme, configure the turbulence model options, control the convergence process of the solution for the problems of airflow in a rectangular duct with a shaped element in the form of a «sharp» Z-shaped elbow.

*Results.* As a result of checking the non-stationary formulation of the problem, it is showed that the difference from the known experimental values of the local resistance coefficient is about 5-20 %, for the stationary formulation – 1÷5 %. As a model of turbulence, the «standard» k-ε model of turbulence with «enhanced wall treatment» is proved to be suitable. For boundary conditions, the choice of a uniform and developed velocity profile at the input boundary, as well as setting the turbulence intensity and relative turbulent viscosity instead of kinetic energy and dissipation, leads to the same result – the difference between the local resistance coefficient and the reference data is no more than 5-10 %.

*Conclusions.* The significance of the results for the construction industry is in the development of a «numerical scheme» of the solution for studies of flows in channels with complex units of shaped elements, which allows to determine the shape of the vortex zones and to develop aerodynamically improved designs of such shaped elements of ventilation systems.

**Keywords:** numerical methods, turbulence model, non-stationary, local resistance coefficient, Z-shaped elbow, ventilation channel.

**For citation:** Solodova E. E. Features of flows numerical modeling of Z-shaped elbows of ventilation and air conditioning systems of buildings and structures // *Izvestiya KGASU*. 2021. № 1 (55). P. 71–84. DOI: 10.52409/20731523\_2021\_1\_71.

### References

1. Idelchik I. E. Guide of hydraulic resistance. M. : Mashinostroenie, 1992. 672 p.
2. Verevkin, N. N. The hydraulic resistance of the isolated and compound rectangular knees // *Promyshlennaya aerodinamica: Vozdykhovody*. Iss. 7. M. : Oborongiz, 1956. P. 25–51.
3. Debnath R., Bhattacharjee S., Bengal W. A comparative study with flow visualization of turbulent fluid flow in an elbow // *Int. J. Eng. Sci. Technol*. 2010. Vol. 2. № 9. P. 4108–4121.
4. Izumi R., Yamashita H., Oyakawa K. Fluid Flow and Heat Transfer in Corrugated Wall Channels (1st Report, Analysis in the Case Where Channels Are Bent Perpendicularly Two Times) // *Bull. JSME*. 1981. Vol. 24. № 194. P. 1425–1432.
5. Izumi R., Oyakawa K., Kaga S., Yamashita H. Fluid Flow and Heat Transfer in Corrugated Wall Channels (2nd Report, Experiments in the Case Where Channels Are Bent Perpendicularly Two Times) // *Bull. JSME*. 1981. Vol. 24. № 198. P. 2098–2106.
6. Izumi R., Yamashita H., Oyakawa K., Mori N. Fluid Flow and Heat Transfer in Corrugated Wall Channels (3rd Report, Effects of Bending Angles in the Case Where Channels Are Bent Two Times) // *Bull. JSME*. 1983. Vol. 26. № 216. P. 1027–1035.
7. Izumi R., Yamashita H., Oyakawa K. Fluid Flow and Heat Transfer in Corrugated Wall Channels (4th Report, Analysis in the Case Where Channels Are Bent Many Times) // *Bull. JSME*. 1983. Vol. 26. № 217. P. 1146–1153.
8. Zhao J., Li A., Gao R., Chen S., Zhang Y. Coupling effect of ventilation duct bend with different shapes and sizes // *Build. Simul*. 2015. Vol. 9. № 3. P. 311–318. DOI: 10.1007/s12273-015-0267-y.
9. Zmrhal V., Schwarzer J. Numerical simulation of local loss coefficients of ventilation duct fittings // *Eleventh International IBPSA Conference July 27-30, 2009. Glasgow, Scotland, 2009*. T. i. P. 1761–1766.
10. Logachev K. I., Ziganshin A. M., Popov E. N., Averkova O. A., Kryukova O. S., Gol'tsov A. B. Experiment determining pressure loss reduction using a shaped round exhaust hood // *Build. Environ*. 2021. Vol. 190. P. 107572. DOI: 10.1016/j.buildenv.2020.107572.

11. Logachev K., Ziganshin A., Kryukova O., Averkova O., Kryukov I., Gol'tsov A. Improving dust capture efficiency with local exhaust hoods in manicure shops // *Build. Environ.* 2020. Vol. 181. P. 107124. DOI: 10.1016/j.buildenv.2020.107124.
12. Zamalieva A. T., Ziganshin M. G. Improve energy and environmental efficiency of gas treatment systems on TPP // *Izvestija Tomskogo politehnicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov.* 2019. Vol. 330. №. 9. P. 143–153.
13. Belyaeva G. I., Zamalieva A. T., Ziganshin M. G. Numerical and experimental studies of gas cleaning in multi-cyclone elements with filter inserts // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2019. Vol. 481. № 1. DOI: 10.1088/1757-899X/481/1/012041.
14. Gao R., Fang Z., Li A., Liu K., Yang Z., Cong B. Numerical simulation and experimental study on resistance reduction optimization of the cambered surface of elbows under adjacent influence // *Procedia Eng. Elsevier B.V.,* 2017. Vol. 205. P. 3985–3992. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.864.
15. Srinivasan K., Balamurugan V., Jayanti S. Shape optimisation of curved interconnecting ducts // *Def. Sci. J.* 2015. Vol. 65. № 4. P. 300–306. DOI: 10.14429/dsj.65.8353.
16. Malanichev I., Akhmadiev F. Pressure loss reduction in ventilation ducts by shape optimization of the removable profiled components // *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 2020. Vol. 890. P. 012154. DOI: 10.1088/1757-899X/890/1/012154.
17. Li A., Chen X., Chen L. Numerical investigations on effects of seven drag reduction components in elbow and T-junction close-coupled pipes // *Build. Serv. Eng. Res. Technol.* 2015. Vol. 36. № 3. P. 295–310. DOI: 10.1177/0143624414541453.
18. Gao R., Liu K., Li A., Fang Z., Yang Z., Cong B. Study of the shape optimization of a tee guide vane in a ventilation and air-conditioning duct // *Build. Environ.* Elsevier Ltd, 2018. Vol. 132. P. 345–356. DOI: 10.1016/j.buildenv.2018.02.006.
19. Demirel G., Acar E., Celebioglu K., Aradag S. CFD-driven surrogate-based multi-objective shape optimization of an elbow type draft tube // *Int. J. Hydrogen Energy.* Elsevier Ltd, 2017. Vol. 42. № 28. P. 17601–17610. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2017.03.082.
20. Courtais A., Lesage F., Privat Y., Frey P., Latifi A. Razak. Adjoint system method in shape optimization of some typical fluid flow patterns // *Comput. Aided Chem. Eng.* 2019. Vol. 46. P. 871–876. DOI: 10.1016/B978-0-12-818634-3.50146-6.
21. Turbine Optimization Potential to Improve Automotive Rankine Cycle Performance. DOI: 10.10https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.116559.
22. Feppon F., Allaire G., Dapogny C., Jolivet P. Body-fitted topology optimization of 2D and 3D fluid-to-fluid heat exchangers // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 2021. Vol. 376. P. 113638. DOI: 10.1016/j.cma.2020.113638.
23. Gaymann A., Montomoli F., Pietropaoli M. Fluid topology optimization: Bio-inspired valves for aircraft engines // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2019. Vol. 79. P. 108455. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2019.108455.
24. Ziganshin A., Solodova E., Logachev K. Numerical simulation of a z-shaped ventilation elbow and reduction of its resistance // *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 2020. Vol. 890. P. 012146. DOI: 10.1088/1757-899X/890/1/012146.
25. Ziganshin A. M., Solodova E. E. Validation of the numerical solution of the flow problem in a Z-shaped elbow // *Kachestvo vnutrennego vozdukha i okruzhayshei sredy = Indoor air quality and environment: materials of the XVIII International Scientific Conference, 25-29 September 2020. Volgograd: VolgGMU,* 2020. P. 248–255.

26. Panov D. O., Uhniv A. D. Pressure loss in the channel with a sharp 180° turn. Results of URANS-and LES-calculations in comparison with measurement data // *Teplovye processy v tehnikе*. 2018. Vol. 10. № 5-6. P. 192–197.
27. Panov D. O., Ris V. V., Smirnov E. M. Eddy-resolving numerical simulation of a three-dimensional turbulent flow in a channel with a sharp 180-degree turn // *Nauchno-tehnicheskie vedomosti Sankt-Petersburgskogo gosudarstvennogo politeknicheskogo universiteta. Fiziko-matematicheskie nauki*. 2017. Vol. 10. № 4. P. 21–33.
28. Schlichting H., Gersten K. *Boundary-Layer Theory*. 9<sup>th</sup> ed. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2017. 805 p. DOI: 10.1007/978-3-662-52919-5.
29. Wilcox D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. 3rd ed. DCW Industries, 2006. 522 p.
30. ANSYS® Academic Research Mechanical and CFD, Release 18.2, Help System, Coupled Field Analysis Guide, ANSYS, Inc.
31. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA J.* 1994. Vol. 32. № 8. P. 1598–1605. DOI: 10.2514/3.12149.
32. Russo F., Basse N. T. Scaling of turbulence intensity for low-speed flow in smooth pipes // *Flow Meas. Instrum.* 2016. Vol. 52. P. 101–114. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2016.09.012.
33. Ziganshin A. M., Belyaeva E. E., Sokolov V. A. Pressure losses reduction with profiling of sharp elbow and elbow with dead-end // *Izvestiya VUZov. Stroitelstvo*. 2017. № 1. P. 108–116.
34. Ziganshin A. M., Posokhin V. N., Badykova L. N., Gimadeeva G. A. Numerical simulation of two-dimensional tee flow // *Izvestiya VUZov. Stroitelstvo*. 2015. № 5. P. 89–95.