



УДК 532.5:621.694

**Золотонос Я.Д.** – доктор технических наук, профессор

E-mail: zolotonosov@mail.ru

**Абрамова Т.Н.** – студент

E-mail: 8atnik@gmail.com

**Бармин К.Е.** – студент

E-mail: kostya.hm2@gmail.com

**Казанский государственный архитектурно-строительный университет**

Адрес организации: 420043, Россия, Казань, ул. Зелёная, д. 1

## Математическое описание теплообменных поверхностей

### Аннотация

В работе предложено математическое описание поверхностей прямолинейных пружинно-витых каналов и труб типа «конфузор-диффузор» при помощи аппарата дифференциальной геометрии. Искомые конфигурации каналов описаны как поверхности заметания. В качестве образующей выбрана окружность, а направляющая представляет собой винтовую линию.

В случае прямолинейного пружинно-витого канала, направляющая линия лежит на круговом цилиндре. Для элемента канала типа «конфузор-диффузор» в качестве подложки выбраны два усеченных круговых конуса для диффузорной и конфузорной частей соответственно.

**Ключевые слова:** поверхность теплообмена, теплообменные элементы, пружинно-витой канал, «конфузор-диффузор», труба.

### Введение

В данной статье приведен метод построения конкретных теплообменных поверхностей при помощи аппарата дифференциальной геометрии [1].

Произвольно параметризованную кривую зададим векторной функцией одного скалярного аргумента  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ , где  $t$  принадлежит множеству действительных чисел.

Пусть тройка единичных ортогональных векторов касательной  $\vec{\tau}$ , главной нормали  $\vec{\nu}$  и бинормали  $\vec{\beta}$  к регулярной кривой  $\vec{r}$  образует сопровождающий репер  $\{\vec{\tau}, \vec{\nu}, \vec{\beta}\}$ :

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|}, \quad \vec{\beta} = \frac{[\vec{r}', \vec{r}'' ]}{|[\vec{r}', \vec{r}'' ]|}, \quad \vec{\nu} = [\vec{\beta}, \vec{\tau}] = \frac{[[\vec{r}', \vec{r}'' ], \vec{r}']}{|[\vec{r}', \vec{r}'' ]| |\vec{r}'|}. \quad (1)$$

Рассмотрим поверхности заметания, получаемые путем перемещения окружности радиуса  $\rho$ , заданной в полярной системе координат с полярным углом  $\phi$ , вдоль некоторой кривой в пространстве.

Параметрическое уравнение такой поверхности запишем в виде:

$$\vec{R}(t, \phi) = \vec{r}(t) + \rho(\cos \phi \vec{\nu}(t) + \sin \phi \vec{\beta}(t)), \quad \phi \in [0, 2\pi], t \in [0, 2\pi n], \quad (2)$$

где  $\vec{r}$  – вектор направляющей кривой,  $n$  – число витков.

Учтем, что первая и вторая круговые векторные функции имеют координаты:

$$\vec{e}(t) = (\cos t, \sin t, 0), \quad \vec{g}(t) = (-\sin t, \cos t, 0). \quad (1)$$

### Прямолинейный пружинно-витой канал [2]

Направляющую кривую  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ , намотанную на круговой цилиндр радиуса  $r_0$ , запишем в базисе  $\{\vec{e}, \vec{g}, \vec{k}\}$ , где  $\vec{k}$  – единичный орт оси OZ.  $b = \frac{\rho}{\pi}$  – параметр, определяющий плотность прилегания витков винтовой кривой:

$$\vec{r}(t) = r_0 \vec{e} + bt \vec{k}. \quad (2)$$

Вычислим первую и вторую производные  $\vec{r}$ , пользуясь (1):

$$\vec{r}' = r_0 \vec{g} + b \vec{k}, \quad \vec{r}'' = -r_0 \vec{e},$$

а также  $\vec{\tau}, \vec{\beta}, \vec{\nu}$  по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.:**

$$\vec{\tau} = \frac{r_0 \vec{g} + b \vec{k}}{\sqrt{r_0^2 + b^2}}, \quad \vec{\beta} = \frac{r_0 \vec{k} - b \vec{g}}{\sqrt{r_0^2 + b^2}}, \quad \vec{\nu} = -\vec{e}. \quad (3)$$

Обозначим через  $Q = \frac{\rho \sin \phi}{\sqrt{r_0^2 + b^2}}$ . Подставляя (2) и (3) в

**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, запишем искомое уравнение поверхности пружинно-витого канала, образованного путем намотки проволоки круглого сечения на круглый цилиндр:

$$\vec{R}(t, \phi) = (r_0 - \rho \cos \phi) \vec{e} - b Q \vec{g} + (bt + Q r_0) \vec{k}. \quad (4)$$

Построим график полученного уравнения поверхности прямого пружинно-витого канала (4) при помощи пакета Mathematica (рис. 1). Результаты построения совпадают с ранее полученными результатами в работах [4-5].

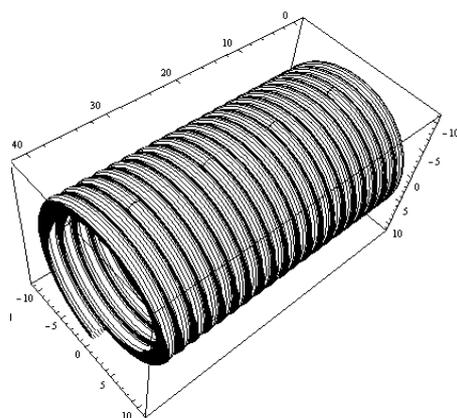


Рис. 1. Поверхность с направляющей в виде винтовой линии, лежащей на поверхности кругового цилиндра

На (рис. 2) изображено сечение прямолинейного пружинно-витого канала плоскостью, проходящей через ось кругового цилиндра.

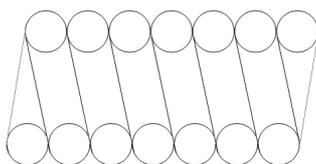


Рис. 2. Сечение прямолинейного пружинно-витого канала

**Пружинно-витой канал типа «конфузор-диффузор» [3]**

Запишем уравнение направляющей кривой, лежащей на усеченном конусе в векторно-параметрическом виде для базиса  $\{\vec{e}, \vec{g}, \vec{k}\}$ :

$$\vec{r} = (r_0 + bt \tan \psi) \vec{e} + bt \vec{k},$$

где  $t \in [0, 2\pi n]$ , а  $\psi = \psi_d, r_0 = r_d$  для диффузора и  $\psi = \psi_k, r_0 = r_k$  для конфузора соответственно.

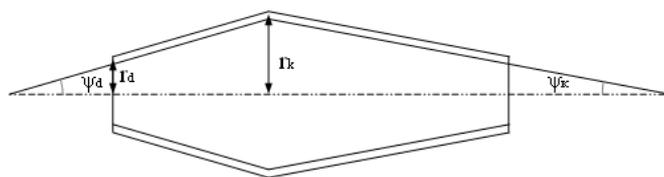


Рис. 3. Фрагмент сегмента пружинно-витого канала типа «конфузор-диффузор»

Обозначим через  $M = r_0 + bt \tan \psi$ . Вычислим первую и вторую производные  $\vec{r}$ :

$$\vec{r}' = b \tan \psi \vec{e} + M \vec{g} + b \vec{k}, \quad \vec{r}'' = 2b \tan \psi \vec{g} - M \vec{e}.$$

Для краткости записи введем следующие обозначения:

$$N = \frac{1}{\sqrt{4b^4 \tan^2 \psi + b^2 M^2 + (2b^2 \tan^2 \psi + M^2)^2}}, \quad P = \frac{1}{\sqrt{b^2 \tan^2 \psi + M^2 + b^2}}.$$

Воспользуемся формулами (1) для вычисления векторов касательной, нормали и бинормали:

$$\vec{\tau} = P(b \tan \psi \vec{e} + M \vec{g} + b \vec{k}), \quad \vec{\beta} = N((2b^2 \tan^2 \psi + M^2) \vec{k} - 2b^2 \tan \psi \vec{e} - bM \vec{g}),$$

$$\vec{\nu} = NP(-M(b^2(1 + 2 \tan^2 \psi) + M^2) \vec{e} + b \tan \psi(2b^2(1 + \tan^2 \psi) + M^2) \vec{g} - b^2 \tan \psi M \vec{k}).$$

Тогда векторно-параметрическое уравнение поверхности пружинно-витого канала типа «конфузор-диффузор» примет вид:

$$\vec{R}(t, \phi) = [M - NP(M \rho \cos \phi (b^2(1 + \tan^2 \psi) + M^2)) - 2Nb^2 \tan \psi \rho \sin \psi] \vec{e} +$$

$$[\rho \cos \phi NP(b \tan \psi(2b^2(1 + \tan^2 \psi) + M^2) - \rho bMN \sin \phi)] \vec{g} +$$

$$[bt - \rho \cos \phi MNPb^2 \tan \psi + \rho N \sin \phi(2b^2 \tan^2 \psi + M^2)] \vec{k}. \quad (5)$$

Построим график полученного уравнения поверхности (5), при помощи пакета Mathematica (рис. 4). Результаты построения совпадают с ранее полученными результатами в работах [6-8].

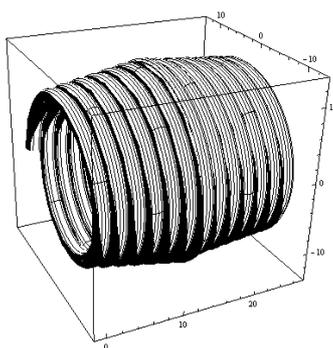


Рис. 4. Поверхность сегмента пружинно-витого канала типа «конфузор-диффузор»

### Список библиографических ссылок

1. Выгодский М.Я. Дифференциальная геометрия. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. – 513 с.
2. Патент РФ № 62694 на полезную модель МПК F28D7/00, 11/04. Теплообменный элемент // Золотоносов А.Я., Золотоносов Я.Д., Конахина И.А. № 2006143517/22, заявл. 07.12.06; опубл. 27.04.07; Бюл. 12.
3. Патент РФ № 64750 на полезную модель МПК F28D7/00, 11/04. Теплообменный элемент // Золотоносов А.Я., Золотоносов Я.Д. № 2007107173/22, заявл. 26.02.07; опубл. 10.07.07; Бюл. 19.
4. Багоутдинова А.Г., Золотоносов Я.Д. Математическое описание и визуализация теплообменных поверхностей в форме пружинно-витых каналов и труб типа «конфузор-диффузор» // Известия вузов. Проблемы энергетики. – Казань: Изд-во КГЭУ, 2012, № 7-8. – С. 80-86.
5. Багоутдинова А.Г., Золотоносов Я.Д., Мустакимова С.А. Геометрическое моделирование сложных поверхностей пружинно-витых каналов теплообменных устройств // Известия КГАСУ, 2011, № 4 (18). – С. 185-193.

6. Золотоносков А.Я., Золотоносков Я.Д., Горская Т.Ю. Совершенствование теплообменных аппаратов типа «труба в трубе» с вращающейся поверхностью теплообмена «конфузор-диффузор» // Известия КГАСУ, 2012, № 2 (20). – С. 112-124.
7. Багоутдинова А.Г., Золотоносков Я.Д., Мустакимова С.А. Энергоэффективные теплообменные аппараты на базе теплообменных элементов в виде пружинно-витых каналов // Известия КГАСУ, 2012, № 3 (21). – С. 86-95.
8. Багоутдинова А.Г., Золотоносков Я.Д., Мустакимова С.А. Энергоэффективные теплообменные аппараты на базе пружинно-витых каналов и труб «конфузор-диффузор» // Деп. Рукопись, 2013, № 353. – 105 с.

**Zolotonosov Ya.D.** – doctor of technical sciences, professor.

E-mail: zolotonosov@mail.ru

**Abramova T.N.** – student

E-mail: 8atnik@gmail.com

**Barmin K.E.** – student

E-mail: kostya.hm2@gmail.com

**Kazan State University of Architecture and Engineering**

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

### Mathematical description of heat-exchange surfaces

#### Resume

We introduced mathematical formulation of spring-twisted linear channels and pipes in the form of «confusor-diffuser» surfaces by differential geometry. These channels' configurations described as sweep-surfaces.

In introduction we reported general techniques for constructing corresponding surfaces and basic equation from differential geometry course. Then we describe spring-twisted linear channel surface. We get this surface by sweep representation of circle along guide curve in the form of spiral. Guide curve lies on cyclic cylinder surface. We wrote spiral equation and deduced corresponding channel surface equation.

In next part we describe «confusor-diffuser» pipe surface. When we generate such surface, we use spiral, wired onto the support in the form of two truncated cones for diffuser and confusor correspondingly. We also included guide curve equation and deduced surface equation.

For illustrative purposes we presented received surface equations graphical representation and further more image of linear spring-twisted tube section, which pass through axis of cylinder.

In conclusion we can use our surface equations for heat-exchange elements description.

**Keywords:** heat transfer elements, the heat-exchange surfaces, spring-twisted channel, «confusor-diffuser», pipe.

#### Reference list

1. Vigodskii M. Ya. Differential geometry. State Publishing House of technical-theoretical literature, 1949. – 513 p.
2. The patent RF № 62694 on utility model MPK F28D7/00, 11/04. Heat-exchange element // Zolotonosov A.Ya., Zolotonosov Ya.D., Konahina I.A. № 2006143517/22, declared 07.12.06; published 27.04.07; Bulletin 12.
3. The patent RF № 64750 on utility model MPK F28D7/00, 11/04. Heat-exchange element // Zolotonosov A.Ya., Zolotonosov Ya.D. № 2007107173/22, declared 26.02.07; published 10.07.07; Bulletin 19.
4. Bagoutinova A.G., Zolotonosov Ya.D. Mathematical description and visualization of heat-exchange surfaces in form of the spring-twisted channels and pipes of type

- «confusor-diffusor» // Proceedings of universities / Energy problems. – Kazan: IZDKGEU, 2012, № 7-8. – P. 80-86.
5. Bagoutinova A.G., Zolotonosov Ya.D., Mustakimova S.A. Geometric modeling of composite surfaces spring-twisted channels of heat-exchange devices // News of the KSUAE, 2011, № 4 (18). – P. 185-193.
  6. Zolotonosov A.Ya., Zolotonosov Ya.D., Gorskaya T.IY. Enhancement heat-exchange devices of type «pipe in pipe» with rotating surface of heat transfer «confusor-diffusor» // News of the KSUAE, 2012, № 2 (29). – P. 112-124.
  7. Bagoutinova A.G., Zolotonosov Ya.D., Mustakimova S.A. Energy-efficient heat-exchange devices based on heat-exchange elements in the form of spring-twisted channels // News of the KSUAE, 2012, № 3 (21). – P. 86-95.
  8. Bagoutinova A.G., Zolotonosov Ya.D., Mustakimova S.A. Energy-efficient heat-exchange devices based on spring-twisted channels and «confusor-diffusor» pipes // Deposited manuscript, 2013, № 353. – 105 p.