

УДК 536.24+532.52

Марфина О.П. – кандидат технических наук

E-mail: o_marfina@mail.ru

Володин Ю.Г. – кандидат технических наук, доцент

E-mail: yu.g.volodin@mail.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

Математическое моделирование нестационарного течения несжимаемого газа с теплообменом в осесимметричных каналах технологического оборудования**Аннотация**

С позиций параметрических методов представлена математическая модель турбулентного пограничного слоя, описывающая нестационарное неизотермическое течение несжимаемого газа в осесимметричных каналах с теплообменом. Уравнения движения, неразрывности и энергии, замыкающие соотношения для коэффициентов трения и теплоотдачи, при соответствующих краевых условиях позволяют выполнить анализ влияния конкретного воздействия на процессы трения и теплоотдачи с последующим синтезом явлений – изучением их совместного воздействия и установления корреляционных связей между ними.

Ключевые слова: нестационарность, неизотермичность, математическая модель, газовый поток, осесимметричный канал.

Технологические процессы, параметры в которых изменяются во времени, называют нестационарными. Нестационарности как фактору, характеризующему технологический процесс, физиками различных отраслей науки и техники уделяется всё большее внимание. Среди нестационарных процессов, в которых параметры изменяются по аperiодическому закону, следует выделить режимы пуска-останова оборудования, маневровые режимы, которые по сути своей являются процессами горения в устройствах и аппаратах для производства энергии либо работы. Перед розжигом в технологический аппарат организуется подача рабочего тела (газ или жидкость), характеризующегося гидрогазодинамикой потока, на течение которого и накладывается быстротечный процесс, сопровождаемый нестационарностью, температурной неоднородностью, продольным градиентом давления и т.д.

Нестационарность приводит к существенному отклонению параметров течения и теплообмена и может существенно изменить протекание динамических, тепловых, массообменных и химических процессов. Не учет таких возмущающих факторов в ряде случаев приводит к существенным ошибкам при конструировании, выборе режимов функционирования и разработке систем контроля и автоматического регулирования. Технологические аппараты и энергетические установки содержат в своей конструкции большое количество осесимметричных каналов различной длины и конфигурации, представляющих собой подводящие и отводящие трубопроводы, сопловые блоки и жаровые патрубки, камеры сгорания различных двигателей, проточные элементы ГТУ, компрессоров и т.п. Работа названных устройств протекает в сложных термогазодинамических условиях, обусловленных наличием различных возмущающих факторов, переменностью во времени тепловых и кинематических параметров, взаимосвязанных условиями технологического процесса. Знание механизма протекания нестационарных процессов, умение надежно прогнозировать структуру, рассчитывать гидравлические потери и теплоотдачу необходимы как при проектировании энергетических установок, так и при разработке надежных систем контроля и автоматического управления.

Указанные обстоятельства определяют актуальность проведения систематических исследований влияния данных факторов на гидромеханические и тепломассообменные процессы. Поэтому изучение нестационарного теплообмена и гидромеханики при турбулентных режимах течения газообразных сред в условиях совместного воздействия на

поток тепловой и динамической нестационарности, неизотермичности, продольного градиента давления в зоне формирования пограничных слоев при больших температурных напорах и разработка методик их расчета представляют актуальную прикладную задачу.

В основу математической модели, описывающей нестационарное неизотермическое течение несжимаемого газа в осесимметричных каналах с теплообменом, положены уравнения движения, неразрывности и энергии, записанные в следующей форме:

$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial t} + \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_r \frac{\partial w_x}{\partial r} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r\tau)}{\partial r}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho r}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w_x r)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_r r)}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial h^*}{\partial t} + \rho w_x \frac{\partial h^*}{\partial x} + \rho w_r \frac{\partial h^*}{\partial r} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(rq)}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (3)$$

$$h^* = h_i + \frac{w_x^2}{2}; h_i = \int_0^T C p_i \delta T. \quad (4)$$

Система уравнений (1)-(4) совместно с заданными в форме (5) начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} G &= f(t), \\ T_0^* &= f(t), \\ T_w &= f(t, x), \end{aligned} \quad (5)$$

и необходимыми замыкающими соотношениями (6)-(7):

$$\sqrt{\frac{C_f}{2}} = \int_{\omega_1}^1 \sqrt{\rho/\rho_0} \delta \omega \left/ \int_{\xi_1}^1 \sqrt{\bar{\tau}/\bar{\tau}_0} \frac{\partial \xi}{\partial \xi} \right., \quad (6)$$

$$St = \sqrt{\frac{C_f}{2}} \int_{\vartheta_1}^1 \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} d\vartheta \left/ \int_{\xi_{h1}}^1 \frac{\bar{q}}{\bar{q}_0} \sqrt{\frac{\bar{\tau}_0}{\bar{\tau}}} \frac{d\xi_h}{\partial \xi_h} \right., \quad (7)$$

описывает нестационарное неизотермическое течение несжимаемого газа в осесимметричных каналах цилиндрической и конфузorno-диффузорной формы.

В рассматриваемом случае имеют место следующие возмущающие течение факторы: неизотермичность, тепловая нестационарность, динамическая нестационарность, продольный градиент давления.

В основу аналитического исследования положен параметрический метод, разработанный в трудах Кутателадзе С.С. и Леонтьева А.И. [1]. Суть его заключается в изучении влияния конкретного воздействия на процессы трения и теплоотдачи с последующим синтезом явлений – изучением их совместного воздействия и установления корреляционных связей между ними.

Предположим, что при достаточно большом периоде осреднения нестационарных параметров, по сравнению с временным масштабом турбулентности, нестационарность не оказывает влияния на структуру турбулентности пограничного слоя. При этом останутся справедливыми основные предпосылки полуэмпирических теорий турбулентности.

Воспользуемся уравнениями (1) и (3) в виде, преобразованном к интегральным соотношениям импульсов:

$$\frac{1}{\rho_0 w_0^2} \cdot \frac{\partial \rho_0 w_0 \delta^*}{\partial t} + \frac{\partial \delta^{**}}{\partial x} + \delta^{**} \left[(2+H) \cdot \frac{1}{w_0} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \frac{1}{r_0} \cdot \frac{\partial r_0}{\partial x} \right] = \frac{C_f}{2}, \quad (8)$$

и энергии:

$$\frac{1}{\Delta h w_0} \cdot \frac{\partial \Delta h \delta_h^*}{\partial t} + \frac{\partial \delta_h^{**}}{\partial x} + \frac{\delta_h^{**}}{w_0} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\delta_h^*}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \frac{\delta_h^{**}}{\Delta h} \cdot \frac{\partial \Delta h}{\partial x} + \frac{\delta_h^{**}}{r_0} \cdot \frac{\partial r_0}{\partial x} = St. \quad (9)$$

Соотношение импульсов является уравнением первого порядка в частных производных. Для численной его реализации:

$$D \frac{\partial W_0}{\partial t} + E \frac{\partial W_0}{\partial X} = \mathcal{K}, \quad (10)$$

используем метод характеристик. Это позволяет при переходе к новым характеристическим координатам в квазилинейном приближении представить уравнение (10) в виде системы дифференциальных уравнений в полных производных:

$$\begin{cases} \frac{dt}{D} = \frac{dX}{E}; & \frac{dt}{dX} = \frac{D}{E} \\ \frac{dX}{E} = \frac{dW_0}{\mathcal{K}}, & \frac{dW_0}{dX} = \frac{\mathcal{K}}{E} \end{cases} \quad (11)$$

где

$$\mathcal{K} = \text{Re}_1 \frac{C_{f_0}}{2} \Psi_{\Sigma} \cdot W_0^2 \cdot \bar{r}_0 - \left(\text{Re}^{**} \cdot W_0 + \text{Re}^{**} \cdot H \cdot W_0 - \frac{\text{Re}_1}{4} \cdot W_0^2 \cdot \bar{r}_0 \right) \cdot \frac{\partial \bar{r}_0}{\partial X}, \quad (12)$$

$$E = \text{Re}^{**} \bar{r}_0 + W_0 \bar{r}_0 \frac{\partial \text{Re}^{**}}{\partial W_0} + \text{Re}^{**} H \bar{r}_0 + \text{Re}^{**} W_0 \bar{r}_0 \frac{\partial H}{\partial W_0} + H W_0 \bar{r}_0 \frac{\partial \text{Re}^{**}}{\partial W_0} - W_0 \bar{r}_0^2 \frac{\text{Re}^{**}}{4}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \text{Re}^{**}}{\partial W_0} = \frac{L\mathcal{K} - KB}{NB + H\bar{r}_0\mathcal{K}}, \quad (14)$$

$$L = \frac{\text{Re}_1}{4} \bar{r}_0^2 - \text{Re}^{**} \bar{r}_0 \frac{\partial H}{\partial W_0}, \quad (15)$$

$$K = \text{Re}^{**} \bar{r}_0 + \text{Re}^{**} H \bar{r}_0 + \text{Re}^{**} W_0 \bar{r}_0 \frac{\partial H}{\partial W_0} - W_0 \bar{r}_0^2 \frac{\text{Re}_1}{4}, \quad (16)$$

$$N = W_0 \bar{r}_0 + H W_0 \bar{r}_0, \quad (17)$$

$$B = \left(\text{Re}^{**} H - \frac{\text{Re}_1}{2} W_0 \bar{r}_0 \right) \frac{\partial \bar{r}_0}{\partial X} - \frac{\text{Re}_1}{4} \bar{r}_0^2 \frac{2\bar{r}_0}{w_{01} \rho_{01}} \frac{1}{\rho_{01}} \frac{\partial \rho_{01}}{\partial t} - \frac{\text{Re}^{**} H \cdot \bar{r}_0}{W_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1 - \phi_h}{\phi_h} \right), \quad (18)$$

$$D = \text{Re}^{**} \bar{r}_0 \frac{2r_{01}}{w_{01}} \frac{\partial H}{\partial W_0} + H \bar{r}_0 \frac{2r_{01}}{w_{01}} \frac{\partial \text{Re}^{**}}{\partial W_0}. \quad (19)$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{4H \text{Re}^{**} \bar{r}_0}{\text{Re}_1} = W_0 \bar{r}_0^2 - 1. \quad (20)$$

Уравнение энергии:

$$\frac{\partial \text{Re}_h^{**}}{\partial X} = -\text{Re}_h^{**} \left[\frac{1}{h_0^* - h_w} \frac{\partial}{\partial X} (h_0^* - h_w) + \frac{1}{\bar{r}_0} \frac{\partial \bar{r}_0}{\partial X} \right] + \frac{\text{ReSt}_0 \Psi_{\Sigma_n}}{\bar{r}_0} + \frac{1}{h_0^* - h_w} \frac{\partial}{\partial t} h_0^* \bar{\rho}_0 \bar{r}_0 \frac{\bar{r}_0}{2w_{01}} \text{Re}, \quad (21)$$

где

$$\text{Re} = \bar{\rho}_0 \bar{r}_0 W_0 \text{Re}_1, \quad (22)$$

$$\text{Re}_1 = \frac{\rho_{01} w_{01} 2r_{01}}{\mu_{01}}, \quad (23)$$

$$\bar{\rho}_0 = \frac{\rho_0}{\rho_{01}}; \quad W_0 = \frac{w_0}{w_{01}}; \quad \bar{r}_0 = \frac{r_0}{r_{01}}, \quad (24)$$

Заслуживает внимания временная производная в уравнении (22). Видно, что:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho r h^* = \frac{\partial}{\partial t} \rho_0 r_0 h_0^*, \quad (25)$$

т.е. комплекс величин $\rho r h$ изменяется во времени одинаково по всему сечению канала. Это довольно удобное свойство системы, так как существенно понижает сложность численной реализации уравнения (21), переводя его в класс обыкновенных

дифференциальных уравнений, так как величина $\rho_0 r_0 h_0^*$ определяется начальными условиями для случая течения в коротких каналах.

Таким образом, соотношения (10-21), замыкающиеся зависимостями (6) и (7) для коэффициентов трения и теплоотдачи с начальными и граничными условиями (5), позволяют рассчитать значения коэффициентов трения и теплоотдачи, интегральных и тепловых характеристик и параметры течения с теплообменом несжимаемого газа в целом в осесимметричных каналах переменной геометрии.

Содержание параметров трения и теплоотдачи, определяющих различные виды дестабилизирующих воздействий, вытекает из граничных условий при аппроксимации профилей касательных напряжений и тепловых потоков по сечению пограничного слоя [3] и представляет собой:

$$\bar{\tau}'_w = \left(\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \xi} \right)_{\xi \rightarrow 0}; \quad \bar{q}'_w = \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial \xi_h} \right)_{\xi_h \rightarrow 0}. \quad (26)$$

Здесь $\bar{\tau} = \tau/\tau_w$, $\bar{q} = q/q_w$.

Данные производные определяются из уравнений движения и энергии, записанных для области потенциального ядра и пристенной области.

Обобщающий параметр трения $\bar{\tau}'_w$:

$$\rho_0 \frac{\partial w_0}{\partial t} + \rho_0 w_0 \frac{\partial w_0}{\partial x} = - \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (27)$$

$$- \frac{\partial P}{\partial x} + \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial r \tau}{\partial r} \right) \right]_{\xi \rightarrow 0} = 0. \quad (28)$$

Подставляя (27) в (28) и умножая полученный результат на δ/τ_w , получаем:

$$- \frac{\delta}{\tau_w} \rho_0 \frac{\partial w_0}{\partial t} - \frac{\delta}{\tau_w} \rho_0 w_0 \frac{\partial w_0}{\partial x} = \frac{\delta}{\tau_w} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau) \right]_{\xi \rightarrow 0}. \quad (29)$$

Раскрывая производную в правой части (29) и замечая, что $\tau_w = \frac{C_f}{2} \rho_0 w_0^2$, получаем:

$$\bar{\tau}'_w = \left(\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \xi} \right)_{\xi \rightarrow 0} = z + \lambda - \frac{\delta}{r_0}, \quad (30)$$

где параметр динамической нестационарности:

$$z = - \frac{2}{C_f} \cdot \frac{\delta}{w_0^2} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial t}, \quad (31)$$

параметр продольного градиента давления:

$$\lambda = - \frac{2}{C_f} \cdot \frac{\delta}{w_0} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial x}. \quad (32)$$

Обобщающий параметр теплоотдачи \bar{q}'_w :

$$\rho_0 \frac{\partial h_0^*}{\partial t} + \rho_0 w_0 \frac{\partial h_0^*}{\partial x} = 0, \quad (33)$$

$$\rho_w \frac{\partial h_w^*}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial y}. \quad (34)$$

Проведя преобразования, подобные обобщающему параметру трения, получим:

$$\bar{q}'_w = \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial \xi_h} \right)_{\xi_h \rightarrow 0} = z_h + \lambda_h - \frac{\delta_h}{r_0}. \quad (35)$$

Здесь параметр тепловой нестационарности:

$$z_h = - \frac{\delta_h}{St \cdot w_0 \cdot \phi_h (h_0^* - h_w)} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (h_0^* - h_w), \quad (36)$$

параметр продольного градиента энтальпии:

$$\lambda_h = -\frac{\delta_h}{St \cdot \phi_h (h_0^* - h_w)} \cdot \frac{\partial h_0^*}{\partial x}, \quad (37)$$

Следуя [2], зависимость для коэффициента трения запишем в виде:

$$\sqrt{\frac{C_f}{2}} = \int_{\omega_1}^1 \sqrt{\rho/\rho_0} \partial \omega \left/ \int_{\xi_1}^1 \sqrt{\bar{\tau}/\bar{\tau}_0} \frac{\partial \xi}{\xi} \right. \quad (38)$$

Входящее в (38) распределение плотности по сечению турбулентного пограничного слоя в стационарных условиях определяется интегралом Крокко [3]. Сделаем допущение, что и в нестационарных условиях имеет место данная зависимость, т.е.

$$\rho/\rho_0 = [\phi_h + (1 - \phi_h) \cdot \omega]^1, \text{ где } \phi_h = T_w/T_0. \quad (39)$$

Обозначим знаменатель в (38) через A' :

$$A' = \int_{\xi_1}^1 \sqrt{\bar{\tau}/\bar{\tau}_0} \frac{\partial \xi}{\xi}, \quad (40)$$

Интегрируя (38) с учетом (39) и (40), получим:

$$\sqrt{\frac{C_f}{2}} = \frac{2(1 - \omega_1)}{(1 - \omega_{10}) [1 + \sqrt{\phi_h + (1 - \phi_h)\omega_1}] A'}. \quad (41)$$

Введем функции относительного изменения коэффициента трения $\Psi_\Sigma = (C_f/C_{f_0})_{Re^{**}}$, где согласно [5] $C_{f_0} = 0.0256/Re^{**0.25}$.

Преобразуя (41), находим:

$$\sqrt{\frac{C_f}{C_{f_0}}} = \sqrt{\Psi_\Sigma} = \frac{2 \cdot (1 - \omega_1) \ln \xi_{10}}{(1 - \omega_{10}) \cdot [1 + \sqrt{\phi_h + (1 - \phi_h)\omega_1}] A}. \quad (42)$$

Здесь $A = \int_{\xi_1}^1 \sqrt{\bar{\tau}/\bar{\tau}_0} \frac{\partial \xi}{\xi}$, ω_{10} и ξ_{10} значения относительной скорости на границе вязкого

подслоя и его толщина в стандартных условиях. Как видно из (42), конечная реализация зависимости связана с распределением касательных напряжений. Следуя Федяевскому К.К. [5] и Фафуруину А.В. [2], запишем их в:

$$\frac{\bar{\tau}}{\bar{\tau}_0} = 1 + \frac{\bar{\tau}'_w \xi}{\Psi_\Sigma (1 + 2\xi)}; \bar{\tau}'_{w0} \geq 0, \quad (43)$$

$$\frac{\bar{\tau}}{\bar{\tau}_0} = 1 + \frac{(\Psi_\Sigma + \bar{\tau}'_{w0})\xi}{(1 - \xi)\Psi_\Sigma} - \frac{(\Psi_\Sigma + \bar{\tau}'_{w0})\xi^d}{(1 - \xi)\Psi_\Sigma}; \bar{\tau}'_{w0} < 0, \quad (44)$$

где $d = \bar{\tau}'_{w0}/(\Psi_\Sigma + \bar{\tau}'_{w0})$.

Соотношения (42–44) совместно с зависимостями для относительных толщин вязкого подслоя и скорости на его границе:

$$\xi_1 = 11,6 \left\{ Re_w^{**} \frac{\delta}{\delta^{**}} \sqrt{\frac{C_f}{2} \left(1 + \bar{\tau}'_w \frac{\xi_1}{2} \right)} \right\}^{-1}, \quad (45)$$

$$\omega_1 = Re_w^{**} \frac{\delta}{\delta^{**}} \left\{ \frac{C_f}{2} \xi_1 \left(1 + \bar{\tau}'_w \frac{\xi_1}{2} \right) \right\}, \quad (46)$$

образуют систему уравнений, которая при заданных значениях Re^{**} , $\bar{\tau}'_{w0}$, ϕ_h и $\frac{\delta}{r_0}$ позволяет рассчитать эволюцию относительного коэффициента трения. На рис. 1 показано влияние числа Рейнольдса и обобщающего параметра трения в изотермических условиях. В области положительных значений $\bar{\tau}'_w$ (расширяющийся канал или при уменьшении расхода рабочего тела) коэффициент трения меньше своего стандартного аналога. Эволюция проявляется глубже при меньших числах Рейнольдса, т.к. поток менее устойчив к внешним возмущениям и требуется соответственно меньше затрат энергии для его деформации. Увеличение числа Рейнольдса заметно увеличивает сопротивляемость потока к внешнему возмущению.

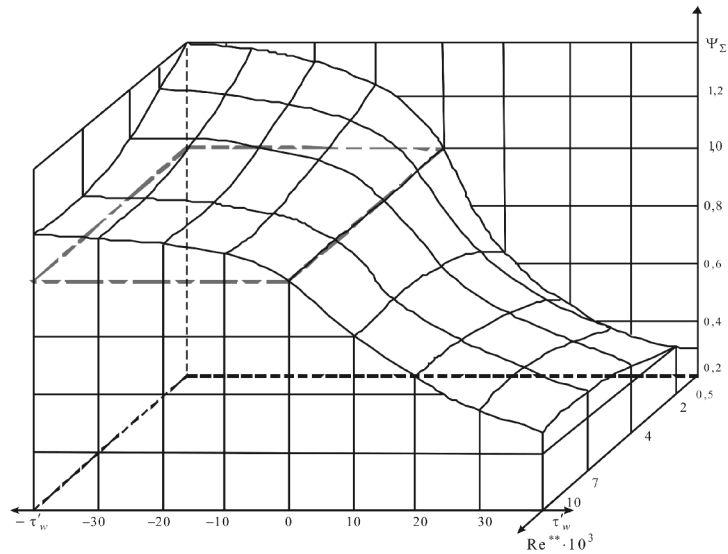


Рис. 1. Влияние числа Re^{**} и параметра трения $\bar{\tau}'_w$ на относительный коэффициент трения в изотермических условиях при $\phi_h = 1,0$

В области отрицательных значений параметра трения (когда поток ускоряется при сужении канала или при увеличении расхода газа) относительный коэффициент трения больше единицы. Меняется и дислокация по числу Рейнольдса, что вызвано перераспределением энергии.

Согласно [2] закон теплоотдачи в общей форме запишем в виде:

$$St = \sqrt{\frac{C_f}{2}} \int_{\vartheta_1}^1 \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} d\vartheta \bigg/ \int_{\xi_{1h}}^1 \frac{\bar{q}}{\bar{q}_0} \sqrt{\frac{\bar{\tau}_0}{\bar{\tau}}} \frac{d\xi_h}{\alpha \xi_h} \tag{47}$$

Подставляя в (47) распределение плотности (39) и интегрируя полученное выражение, находим:

$$St = \frac{2(1 - \vartheta_1) \sqrt{\frac{C_f}{2}}}{\left[1 + \sqrt{\phi_h + (1 - \phi_h) \cdot \vartheta_1} \right] \cdot B}, \tag{48}$$

где

$$B = \int_{\xi_{1h}}^1 \frac{\bar{q}}{\bar{q}_0} \sqrt{\frac{\bar{\tau}_0}{\bar{\tau}}} \frac{d\xi_h}{\alpha \xi_h} \tag{48}$$

Входящее в (49) распределение плотности теплового потока может быть аппроксимировано полиномом Федяевского К.К. [5] в области $\bar{q}'_w > 0$ и степенным полиномом Фафурина А.В. [2] при $\bar{q}'_w < 0$.

Имеем:

$$\frac{\bar{q}}{\bar{q}_0} = 1 + \frac{\bar{q}'_{w0} \xi_h}{\Psi_{\Sigma_h} (1 + 2\xi_h)}; \bar{q}'_{w0} \geq 0, \quad (50)$$

$$\frac{\bar{q}}{\bar{q}_0} = 1 + \frac{(\Psi_{\Sigma_h} + \bar{q}'_{w0}) \xi_h}{\Psi_{\Sigma_h} (1 + \xi_h)} - \frac{(\Psi_{\Sigma_h} + \bar{q}'_{w0}) \xi_h^{d_h}}{\Psi_{\Sigma_h} (1 + \xi_h)}; \bar{q}'_{w0} < 0, \quad (51)$$

$$d_h = \bar{q}'_{w0} / (\Psi_{\Sigma_h} + \bar{q}'_{w0}), \quad (52)$$

\bar{q}'_{w0} – параметр теплоотдачи, $\Psi_{\Sigma_h} = \left(\frac{St}{Re_h^*} \right)$.

Распределение касательных напряжения в (47) аппроксимируется зависимостями (43) и (44). Однако, в силу изменения переменной интегрирования, данные выражения удобнее записать в виде:

$$\frac{\bar{\tau}}{\bar{\tau}_0} = 1 + \frac{\bar{\tau}'_{w0} \xi_h \frac{\delta_h}{\delta}}{\Psi_{\Sigma} \left(1 + 2\xi_h \frac{\delta_h}{\delta} \right)}; \bar{\tau}'_{w0} \geq 0, \quad (53)$$

$$\frac{\bar{\tau}}{\bar{\tau}_0} = 1 + \frac{(\Psi_{\Sigma} + \bar{\tau}'_{w0}) \xi_h \frac{\delta_h}{\delta} - (\Psi_{\Sigma} + \bar{\tau}'_{w0}) \left(\xi_h \frac{\delta_h}{\delta} \right)^{d_h}}{\left(1 - \xi_h \frac{\delta_h}{\delta} \right) \Psi_{\Sigma} - \left(1 - \xi_h \frac{\delta_h}{\delta} \right) \Psi_{\Sigma}}; \bar{\tau}'_{w0} < 0. \quad (54)$$

Безразмерные параметры на границе теплового вязкого подслоя ξ_{1h} и ϑ_1 определяются из условия сопряжения линейной и логарифмической областей профиля температуры по методике [2]:

$$\vartheta_1 = \frac{Re_h^{**} \cdot Pr \cdot \delta_h}{\delta_h^{**}} \left[St \cdot \xi_{1h} \left(1 + \frac{\bar{q}'_w \cdot \xi_{1h}}{2} \right) \right], \quad (55)$$

$$\xi_{1h} = 11.6 \left[Re_h^{**} \cdot \frac{\delta_h}{\delta_h^{**}} \sqrt{St \cdot Pr \left(1 + \frac{\bar{q}'_w \cdot \xi_{1h}}{2} \right)} \right]^{-1}. \quad (56)$$

Выражения, определяющие коэффициент теплоотдачи (47)-(56), непосредственно указывают на воздействие гидродинамических эффектов. Последние проявляют себя не только через диссипацию энергии, т.е. коэффициент трения, но и через профиль касательных напряжений, а также отношение толщин теплового и динамического пограничных слоев. Так как данные величины определяются числом Рейнольдса и параметром трения, то и коэффициент теплоотдачи является функцией данных параметров. Однако влияние их должно быть меньше, чем на коэффициент трения, т.к. коэффициент теплоотдачи пропорционален корню квадратному из этих величин.

На рис. 2 показано изменение относительного коэффициента теплоотдачи для $Re^{**} = Re_h^{**} = 1000$ при различных значениях \bar{q}'_w и $\bar{\tau}'_w$. Положительным значениям параметра теплоотдачи при $\bar{\tau}'_w = 0$ (например, уменьшение температуры газа в потенциальной области потока) соответствуют значения относительного коэффициента теплоотдачи меньше единицы. При отрицательных значениях \bar{q}'_w (например, увеличение температуры газового потока) наблюдается рост числа Стантона относительно стандартного значения. Обобщающий параметр трения воздействует на относительный

коэффициент теплоотдачи обратным образом. В ускоренных, во времени и пространстве, потоках коэффициент теплоотдачи уменьшается, а в замедленных – возрастает. Различные же их сочетания, естественно, могут изменить ситуацию в ту или иную сторону, что и иллюстрируется на рисунке.

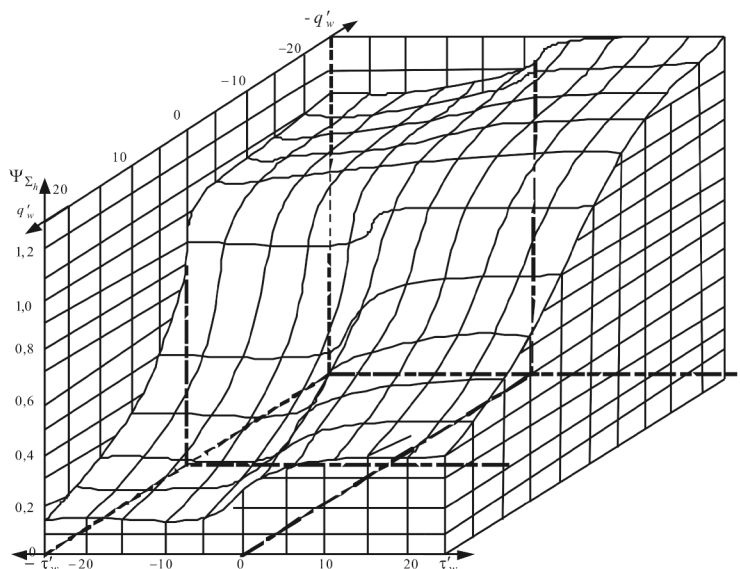


Рис. 2. Зависимость относительного коэффициента теплоотдачи от параметров трения $\bar{\tau}'_w$ и теплоотдачи \bar{q}'_w при $Re^{**} = Re_h^{**} = 10^3$

Вывод

Предложенная методика позволяет рассчитать значения локальных коэффициентов трения и теплоотдачи в функции продольной координаты и времени в осесимметричных каналах постоянного и переменного радиуса при воздействии на газовый поток тепловой и динамической нестационарности, неизотермичности, вызванными изменениями температуры или расхода рабочего тела, и продольного градиента давления, обусловленного изменением диаметра канала в функции продольной координаты.

Список библиографических ссылок

1. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. – Новосибирск: СО АН СССР, 1962. – 180 с.
2. Фафурин А.В. Законы трения и теплоотдачи в турбулентном пограничном слое. // Тепло- и массообмен в двигателях летательных аппаратов, 1979. – Казань. Вып. 2. – С. 62-69.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – М.: Атомиздат, 1979. – 415 с.
4. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. – М.: Энергия, 1972. – 342 с.
5. Федяевский К.К., Гиневский А.С., Колесников А.В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. – Л.: Судостроение, 1973. – 256 с.

Marfina O.P. – candidate of technical science

E-mail: o_marfina@mail.Ru

Volodin Yu.G. – candidate of technical science, associate professor

E-mail: yu.g.volodin@mail.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

**Mathematical model of the unsteady flow of non-compressible gas
with heat transfer in the axle symmetric canals of technological equipment****Resume**

Research in the work based on the numerical solution the unsteady equations on the boundary layer. As trailing ties, necessary for the solution of primary system equations involved expressions for the laws of friction and heat transfer, sensitive to the studied variety's indignant at the affects. Deduction the indicated expressions be built on utilization method the relative conformation, the two layer model the dynamics and heat turbulent boundary layers, the hypothesis Prandtl and Furie, and the specific forms of approximation of the radial distributions of the turbulent tangent tensions of friction and the densities of heat streams in different phases of unsteady process. As the result of the accomplishable mathematical experiment defined the particular qualities of the behavior of dynamic and heat turbulent boundary layers in the conditions of changed temperature pressure or expenditure of the work body.

Keywords: unsteady, non-isothermal, mathematical model, gaseous flow, axle symmetry canal.

Reference list

1. Kutateladse S.S., Leontiev A.I. Turbulent boundary layer of the compressible gas. – Novosibirsk: SS AS USSR, 1962. – 180 p.
2. Fafurin A.V. Laws friction and heat delivery in the turbulent boundary layer // Heat- and mass exchange in motors of the flying apparatus, 1979. – Kazan. Discharge 2. – P. 62-69.
3. Kutateladse S.S. Basics of the theory of heat exchange. – M.: Atom publishing house, 1979. – 415 p.
4. Kutateladse S.S., Leontiev A.I. Heat exchange and friction in the turbulent boundary layer. – M.: Energy, 1972. – 342 p.
5. Fedyayevskiy K.K., Ginevskiy A.S., Kolesnikov A.V. Calculation of the turbulent boundary layer of non-compressed liquid. – L.: Ship construction, 1973. – 256 p.