

УДК 624.011.2

**Колобов М.В.** – инженер, магистр техники и технологий, аспирант

E-mail: [nnmiha@mail.ru](mailto:nnmiha@mail.ru)

**Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет**

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗЕРВА ПРОЧНОСТИ ПРИ ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ СЖАТО-ИЗГИБАЕМЫХ СОСТАВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДОЩАТЫХ ФЕРМ ПОКРЫТИЯ С СОЕДИНЕНИЯМИ НА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЛАСТИНАХ**

### **АННОТАЦИЯ**

Приводится методика оценки надежности сжато-изгибаемых составных дощатых элементов на металлических зубчатых пластинах с применением резерва прочности. Резерв прочности определен с учетом относительного эксцентриситета и начальных искривлений стержня.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** Металлические зубчатые пластины, надежность, вероятность отказа, осевое сжимающее напряжение, резерв прочности, начальные искривления стержня, относительный эксцентриситет.

**Kolobov M.V.** – the engineer, the master of technics and technologies, the post-graduate student  
**Nizhegorodskiy State University of Architecture and Engineering**

## **USE OF THE RESERVE OF DURABILITY AT THE ESTIMATION OF RELIABILITY OF COMPRESSED-BENT COMPONENTS OF THE TOP BELT OF BOARD FARMS OF THE COVERING WITH CONNECTIONS ON METAL NAIL PLATES**

### **ABSTRACT**

The technique of an estimation of reliability of is compressed-bent compound board elements on metal gear plates with application of a reserve of durability is resulted. The durability reserve is defined taking into account relative eccentricity and initial curvatures of a core.

**KEYWORDS:** metal nail plates, reliability, probability of refusal, axial compressing pressure, durability reserve, initial curvatures of a core, relative eccentricity.

Для сплачивания деревянных элементов по высоте сечения, а также для решения узлов при проектировании и изготовлении деревянных конструкций широко используются металлические зубчатые пластины (МЗП) (рис.). МЗП являются эффективным видом связи и имеют неоспоримые преимущества по сравнению с другими видами механических связей [1].

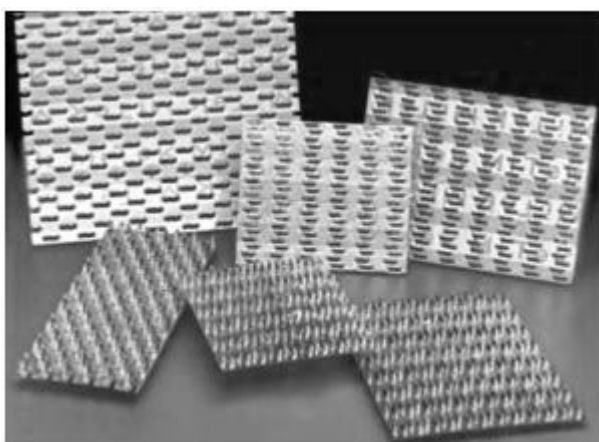


Рис. 1 Зубчатые пластины фирмы «MiTek»

Во-первых, это низкий расход древесины на единицу площади покрытия здания. Во-вторых, малая масса конструкций положительно сказывается на скорости их монтажа. Небольшие легкие

конструкции могут устанавливаться вручную или с применением кранов небольшой грузоподъемности. Компактная конструкция соединений позволяет перевозить готовые изделия в пакетах, благодаря чему рационально используется грузоподъемность транспорта. Наконец, дороговизна земли в центре крупных городов приводит к необходимости реконструкции существующих зданий с плоской или холодной чердачной кровлей. Надстройка мансардного этажа с легкими несущими деревянными конструкциями на металлических зубчатых пластинах позволяет успешно решить эту задачу как с технической точки зрения (незначительная нагрузка на фундамент, легкость монтажа), так и с архитектурной (возможность создания выразительной кровли любой формы). С учетом вышеизложенного происходит снижение цены на 15-20 % за счет резкого уменьшения трудозатрат на строительные-монтажные работы, а экономия материала при применении деревянных строительных конструкций на МЗП достигает 40 %, по сравнению с конструкциями, изготовленными по традиционным технологиям.

Экономическая эффективность сквозных деревянных конструкций с соединениями на МЗП подтверждена опытом строительства зданий различного назначения в разных странах.

Одним из видов деревянных конструкций, в которых используются металлозубчатые пластины, являются треугольные и трапецевидные фермы. Верхний пояс таких ферм работает от совместного действия сжимающей силы  $N$  и изгибающего момента  $M$ . Расчет на прочность сжато-изгибаемых составных деревянных элементов на металлических зубчатых пластинах выполняется по формуле [2,3]:

$$\frac{N}{F_{нт}} \cdot (1 + 1,45 \cdot m) \leq R_c, \quad (1)$$

где  $N$  – продольная сжимающая сила;  $F_{нт}$  – площадь расчетного сечения нетто;  $m = \frac{M}{N} \cdot \frac{F_{нт}}{W_{нт}}$  –

относительный эксцентриситет;  $R_c$  – расчетное сопротивление сортной древесины при сжатии.

Представим зависимость (1) в виде:

$$\sigma_0 \cdot (1 + 1,45 \cdot m) \leq R_c, \quad (2)$$

где  $\sigma_0$  – осевое сжимающее напряжение.

Тогда резервом прочности будет величина:

$$\tilde{S} = \tilde{R}_c - \tilde{\sigma}_0 - 1,45 \cdot \tilde{\sigma}_0 \cdot \tilde{m}. \quad (3)$$

Для относительного эксцентриситета  $\tilde{m}$  воспользуемся выражением [4]:

$$\tilde{m} = \tilde{\alpha} + \lambda_{пр}^2 \cdot \tilde{\beta}, \quad (4)$$

где  $\lambda_{пр}$  – приведенная гибкость, являющаяся детерминированной величиной;  $\tilde{\alpha}$  и  $\tilde{\beta}$  – случайные величины, для которых можно принять нормальное распределение с центром в начале координат [4].

В этом случае:

$$\tilde{S} = \tilde{R}_c - \tilde{\sigma}_0 - 1,45 \cdot \tilde{\sigma}_0 \cdot (\tilde{\alpha} + \lambda_{пр}^2 \cdot \tilde{\beta}). \quad (5)$$

Вычислим частные производные функции  $\tilde{S}$  по ее случайным аргументам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial R_c} &= 1; \quad \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \sigma_0} = -1 - 1,45 \cdot (\tilde{\alpha} + \lambda_{пр}^2 \cdot \tilde{\beta}); \\ \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \alpha} &= -1,45 \cdot \tilde{\sigma}_0; \quad \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \beta} = -1,45 \cdot \tilde{\sigma}_0 \cdot \lambda_{пр}^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя в эти выражения вместо случайных величин их центры распределения  $\bar{\sigma}_0$ ,  $\bar{\alpha} = 0$  и  $\bar{\beta} = 0$ , получим коэффициенты линейной аппроксимации функции  $\tilde{S}$  (5), которая будет иметь вид:

$$\tilde{S} = \bar{S} + A \cdot (\tilde{R}_c - \bar{R}_c) + B \cdot (\tilde{\sigma}_0 - \bar{\sigma}_0) + C \cdot \tilde{\alpha} + D \cdot \tilde{\beta}, \quad (7)$$

где  $A = 1$ ;  $B = -1$ ;  $C = -1,45 \cdot \bar{\sigma}_0$ ;  $D = -1,45 \cdot \bar{\sigma}_0 \cdot \lambda_{пр}^2$ . (8)

Приближенные значения центра распределения  $\bar{S}$  и дисперсии  $\hat{S}$  составят:

$$\bar{S} = \bar{R}_c - \bar{\sigma}_0; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{S} &= A^2 \cdot \hat{R}_c + B^2 \cdot \hat{\sigma}_0 + C^2 \cdot \hat{\alpha} + D^2 \cdot \hat{\beta} = \\ &= \hat{R}_c + \hat{\sigma}_0 + 2,1 \cdot \bar{\sigma}_0^2 \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}). \end{aligned} \quad (10)$$

Отсюда определим изменчивость (коэффициент вариации)  $\tilde{S}$ :

$$V_S = \frac{\sqrt{\hat{S}}}{\bar{S}} = \frac{\sqrt{\hat{R}_c + \hat{\sigma}_0 + 2,1 \cdot \bar{\sigma}_0^2 \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta})}}{\bar{R}_c - \bar{\sigma}_0}. \quad (11)$$

Из (11) получим:

$$V_S^2 \cdot (\bar{R}_c - \bar{\sigma}_0)^2 = \hat{R}_c + \hat{\sigma}_0 + 2,1 \cdot \bar{\sigma}_0^2 \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}). \quad (12)$$

В выражении (12) левая часть составит:

$$\begin{aligned} V_S^2 \cdot (\bar{R}_c - \bar{\sigma}_0)^2 &= V_S^2 \cdot (\bar{R}_c^2 - 2 \cdot \bar{R}_c \cdot \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_0^2) = \\ &= V_S^2 \cdot \bar{R}_c^2 \cdot (1 - 2 \cdot \frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{R}_c} + \frac{\bar{\sigma}_0^2}{\bar{R}_c^2}). \end{aligned} \quad (13)$$

Введем безразмерную величину [4]:

$$\psi = \frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{R}_c}, \quad (14)$$

с учетом которой получим следующее выражение:

$$V_S^2 \cdot \bar{R}_c^2 \cdot (1 - 2 \cdot \psi + \psi^2) = \hat{R}_c + \hat{\sigma}_0 + 2,1 \cdot \bar{\sigma}_0^2 \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}). \quad (15)$$

Разделим левую и правую часть выражения (15) на  $\bar{R}_c^2$ , в результате чего получим:

$$\begin{aligned} V_S^2 \cdot (1 - 2 \cdot \psi + \psi^2) &= \frac{\hat{R}_c}{\bar{R}_c^2} + \frac{\hat{\sigma}_0}{\bar{R}_c^2} + 2,1 \cdot \frac{\bar{\sigma}_0^2}{\bar{R}_c^2} \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}) = \\ &= V_R^2 + \frac{V_{\sigma_0}^2 \cdot \bar{\sigma}_0^2}{\bar{R}_c^2} + 2,1 \cdot \frac{\bar{\sigma}_0^2}{\bar{R}_c^2} \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}) = \\ &= V_R^2 + V_{\sigma_0}^2 \cdot \psi^2 + 2,1 \cdot \psi^2 \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}). \end{aligned} \quad (16)$$

Далее получим:

$$\begin{aligned} (1 - 2 \cdot \psi + \psi^2) &= \frac{V_R^2}{V_S^2} + \psi^2 \cdot \frac{V_{\sigma_0}^2}{V_S^2} + \psi^2 \cdot \frac{2,1}{V_S^2} \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}) = \\ &= 1 - 2 \cdot \psi + \psi^2 - \frac{V_R^2}{V_S^2} - \psi^2 \cdot \frac{V_{\sigma_0}^2}{V_S^2} - \psi^2 \cdot \frac{2,1}{V_S^2} \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}) = \\ &= \psi^2 - \psi^2 \cdot \frac{V_{\sigma_0}^2}{V_S^2} - \psi^2 \cdot \frac{2,1}{V_S^2} \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}) - 2 \cdot \psi + (1 - \frac{V_R^2}{V_S^2}). \end{aligned} \quad (17)$$

Откуда:

$$\psi^2 \cdot \left[ 1 - \frac{V_{\sigma_0}^2}{V_S^2} - \frac{2,1}{V_S^2} \cdot (\hat{\alpha} + \lambda_{np}^4 \cdot \hat{\beta}) \right] - 2 \cdot \psi + (1 - \frac{V_R^2}{V_S^2}) = 0 \quad (18)$$

В выражении (18):

$$\frac{V_{\sigma_0}^2}{V_s^2} = \frac{0,3^2}{0,36^2} = 0,694; \quad \frac{2,1}{V_s^2} = \frac{2,1}{0,36^2} = 16,2;$$

$$\left(1 - \frac{V_R^2}{V_s^2}\right) = \left(1 - \frac{0,2^2}{0,36^2}\right) = 0,69. \quad (19)$$

Следовательно:

$$\psi^2 \cdot (1 - 0,694 - 16,2 \cdot (\alpha + \lambda_{np}^4 \cdot \beta)) - 2 \cdot \psi + 0,69 = 0, \quad (20)$$

или

$$\psi^2 \cdot (0,306 - 16,2 \cdot (\alpha + \lambda_{np}^4 \cdot \beta)) - 2 \cdot \psi + 0,69 = 0 \quad (21)$$

После выполнения преобразований (21) получим приведенное квадратное уравнение:

$$\psi^2 - a^* \cdot \psi + c^* = 0, \quad (22)$$

где коэффициент  $a^*$  и свободный член  $c^*$  определяются по формулам:

$$a^* = \frac{2}{0,306 - 16,2 \cdot (\alpha + \lambda_{np}^4 \cdot \beta)}; \quad (23)$$

$$c^* = \frac{0,69}{0,306 - 16,2 \cdot (\alpha + \lambda_{np}^4 \cdot \beta)}. \quad (24)$$

Дисперсии относительных эксцентриситетов  $\alpha$  приложения продольной силы к торцам стержня, согласно рекомендациям А.Р. Ржаницина, принимаются равными (0...0,5) [4]. Внецентренность приложения продольной силы к торцу стержня зависит прежде всего от точности разметки и производства работ [4]. Для выполнения расчетов примем среднее значение  $\alpha = 0,25$ .

Величину  $\beta$  можно выразить через начальный прогиб  $f_{п}$  следующим образом [4]:

$$\beta = \frac{f_{п}}{l} \cdot \frac{z}{l}. \quad (25)$$

Для симметричных сечений  $z = 0,5 \cdot h$  и

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{п}}{l} \cdot \frac{h}{l}. \quad (26)$$

Пример: Определить надежность составной из двух досок  $b \times h_1 = 44 \times 94$  мм опорной панели длиной  $l = 2,41$  м верхнего пояса четырехпанельной треугольной фермы на МЗП пролетом 9 м ( $\sin \alpha = 0,3557$ ). Ферма загружена равномерно распределенной нормативной нагрузкой интенсивностью  $q^H = 2028$  Н/м. Среднее значение коэффициента надежности по нагрузке  $\gamma_f = 1,38$ . Площадь и момент сопротивления расчетного сечения нетто верхнего пояса составляют  $F_{нт} = 82,72 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup> и  $W_{нт} = 259 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>. Ферма изготовлена из древесины сосны 2-го сорта ( $R_c = 13$  МПа,  $\bar{R}_{вр} = 31$  МПа).

Прогиб составного элемента  $f_{п}$  на МЗП выразим через прогиб элемента цельного сечения  $f_{п} = 0,00325$  м по формуле:

$$f_{п} = f_{ц} \cdot K_f = 0,00325 \cdot 1,56 = 0,005 \text{ м}, \quad (27)$$

где  $K_f$  - коэффициент приведения прогиба [5]:

$$K_f = \frac{1}{K_{ж}} = \frac{1}{0,64} = 1,56, \quad (28)$$

$K_{ж}$  - коэффициент жесткости, определяемый по формуле [6]:

$$K_{ж} = \frac{1}{1 + (n^2 - 1) \cdot \frac{\delta}{\delta_{п}}} = \frac{1}{1 + (2^2 - 1) \cdot \frac{1}{5,36}} = 0,64, \quad (29)$$

$n = 2$  - число слоев в составном элементе;  $\delta = 1$  мм (табл. 21 [6]);  $\delta_{п}$  - определяется из выражения [6]:

$$\delta_{п} = \frac{n \cdot l}{300 \cdot K_{\theta}} = \frac{2 \cdot 2410}{300 \cdot 3} = 5,36 \text{ мм}. \quad (30)$$

Следовательно, величина  $\beta$  по (26) составит:

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,005}{2,41} \cdot \frac{0,188}{2,41} = 8 \cdot 10^{-5}. \quad (31)$$

Согласно [4] дисперсия начальных искривлений стержня  $\beta$  при условии, когда стандарт величины  $\beta = f_{п} \cdot z / l^2$  равен  $8 \cdot 10^{-5}$ , принимается равной  $\hat{\beta} = 64 \cdot 10^{-10}$ .

С учетом полученных данных коэффициенты квадратного уравнения (22) получаются равными  $a^* = -0,426$  и  $c^* = -0,147$ . В этом случае:

$$\psi^2 + 0,426 \cdot \psi - 0,147 = 0. \quad (32)$$

Из решения уравнения (32) получим  $\psi = 0,23$ . Согласно (14) осевое сжимающее напряжение составит  $\sigma_0 = 0,23 \cdot R_c$ . Отметим, что согласно исследований Н.Д. Денеш [7] и В.А. Цепяева [2] для сжато-изгибаемых элементов верхнего пояса треугольных ферм покрытия осевое напряжение составляет  $\sim 23\%$  от суммарного напряжения при полном использовании прочности древесины. В данном случае величина продольной сжимающей силы, воспринимаемая сечением, вычисленная с учетом внецентренности приложения силы и начальных искривлений  $N_c = \sigma_0 \cdot F_{нт} = 0,23 \cdot 31 \cdot 10^6 \cdot 82,72 \cdot 10^{-4} = 58979 \text{ Н}$ , получается несколько меньшей, чем в работе [3] (61838 Н).

Вероятность разрушения определяется [3]:

$$V = 0,5 - 0,5 \cdot \Phi\left(\frac{N_c - N}{\hat{N}_{\Delta}}\right) = 0,5 - 0,5 \cdot \Phi(t), \quad (33)$$

где  $\Phi(t)$  - функция Лапласа [8].

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot dx; \quad (34)$$

$N = 19242 \text{ Н}$  - продольная сжимающая сила [3];  $\hat{N}_{\Delta} = 14519,4 \text{ Н}$  - среднеквадратическое отклонение случайной величины  $\tilde{N}_{\Delta}$  [3].

$$\begin{aligned} V &= 0,5 - 0,5 \cdot \Phi\left(\frac{58979 - 19242}{14519,4}\right) = 0,5 - 0,5 \cdot \Phi(2,74) = \\ &= 0,5 - 0,5 \cdot 0,9939 = 0,00305 \text{ (0,305 \%)} \end{aligned}$$

Вероятность неразрушения (надежность):

$$P = 1 - 0,00305 = 0,99695 \text{ (99,695 \%)}.$$

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Колобов М.В. Металлические зубчатые пластины – перспективный вид соединения деревянных конструкций // Сб. тр. аспирантов и магистрантов. Технические науки / Нижегород. архитектур.-строит. ун-т. – Н.Новгород, 2010. – С. 34-39.
2. Цапаев В.А. Расчет сжато-изгибаемых составных элементов дощатых конструкций на податливых связях / В.А. Цапаев, М.В. Колобов // Приволжский научный журнал / Нижегород. архитектур.-строит. ун-т. – Н.Новгород, 2010. – № 1. – С. 26-29.
3. Колобов М.В. Оценка надежности сжато-изгибаемых составных элементов верхнего пояса дощатых ферм покрытия с соединениями на металлических зубчатых пластинах. // Известия КазГАСУ, 2010 - № 1. – С. 111-116.
4. Ржаницин А.М. Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.
5. Карлсен Г.Г. Деревянные конструкции / Г.Г. Карлсен, В.В. Большаков, М.Е. Каган, Г.В. Свенцицкой. – М-Л.: Госстройиздат, 1952. – 747 с.
6. Пособие по проектированию деревянных конструкций (к СНиП II-25-80) / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1986. – 216 с.
7. Денеш Н.Д. К расчету деревянных сжато-изгибаемых элементов конструкций. // Известия вузов. Строительство и архитектура, 1991, № 3. – С. 13-17.
8. Авиром Л.С. Надежность конструкций сборных зданий и сооружений. – Л.: Госстройиздат, 1971. – 215 с.

**REFERENCES**

1. Kolobov M.V. Metal nail plates – perspective view of connection of wooden constructions / M.V.Kolobov// The collection of works of post-graduate students and the master. Engineering science / Nizhegorodskii State University of Architecture and Engineering – N.Novgorod, 2010. – P. 34-39.
2. Tsepaev V. A. Calculation of is compressed-bend elements of board constructions on pliable communications / V.A.Tsepaev, M.V.Kolobov // Privolzhsky scientific magazine / Nizhegorodskii State University of Architecture and Engineering – N.Novgorod, 2010. – № 1. – P. 26-29.
3. Kolobov M.V. Estimation of reliability of compressed-bent components of the top belt of board farms of the covering with connections on metal nail plates / M.V.Kolobov // News of the KSUAE / Kazanskii State University of Architecture and Engineering – Kazan, 2010 - №1. – P. 111-116.
4. Rzhanitsin A.M. Theor of calculation of building constructions on reliability / A.M.Rzhanitsin. – M: Stroyizdat, 1978. – 239 p.
5. Karlsen G.G. Wooden constructions / G.G.Karlsen, V.V. Bolshakov, M.E.Kagan, G.V.Sventsitskoj. – M-L.: Gosstroiiizdat, 1952. – 747 p.
6. The grant on designing of wooden constructions (to BNaR II-25-80) / ZNIISK name V.A.Kucherenko. – M: Stroyizdat. 1986 – 216 p.
7. Denesh N.D. To calculation of wooden is compressed-bent elements of designs / N.D.Denesh // The High School news. Building and architecture. – 1991. - № 3. – P. 13-17.
8. Avirom L.S. Reliability of designs of modular buildings and constructions / L.S. Avirom – L: Gosstroiiizdat, 1971. – 215 p.