УДК 624.014, 624.072.32
Фахрутдинов А.Э. – аспирант
E-mail: faxrutdinoff@yandex.ru
Кузнецов И.Л. – доктор технических наук, профессор
E-mail: kuz377@mail.ru
Казанский государственный архитектурно-строительный университет

НАЗНАЧЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ОЧЕРТАНИЯ ОСИ АРКИ ИЗ УНИФИЦИРОВАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

АННОТАЦИЯ

Решается задача нахождения оптимального очертания оси арки, составленной из набора унифицированных прямолинейных элементов, при действии многовариантных загружений от постоянной, снеговой и ветровой нагрузок согласно действующим нормам. Критерием оптимальности в поставленной задаче является минимальное значение массы арки. Приводятся алгоритм, программа и примеры нахождения оптимального очертания арки при различных статических схемах.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: оптимальное очертание, унифицированные прямолинейные элементы, многовариантные загружения.

Fakhrutdinov A.E. – post-graduate student
Kuznetsov I.L. – doctor of technical sciences, professor
Kazan State University of Architecture and Engineering

APPOINTMENT OF AN ARCH MADE FROM UNIFIED ELEMENTS AXIS OPTIMUM OUTLINE

ABSTRACT

The paper deals with a problem of finding an optimum outline of arch made from set of unified rectilinear elements axis under the action of multiple loadings from self-weight, snow load and wind action according to acting standards. The criterion of optimality in a task in view is the minimum value of arch weight. The algorithm, program and examples of finding the optimum outline at various static schemes are given.

KEYWORDS: optimum outline, unified rectilinear elements, multiple loadings.

В работах [1, 2] приведены новые конструктивная схема и способ реализации облегченного арочного здания. Здание включает арки, выполненные из унифицированных тонкостенных прямолинейных элементов, прогоны и ограждение из стальных профилированных листов или поликарбоната. Особенностью данных зданий является возможность придания им при возведении произвольного пролета и очертания. Это достигается тем, что соединение унифицированных элементов может быть реализовано под произвольным углом. Следовательно, изменяя число унифицированных элементов и соединяя их под требуемым углом, обеспечиваем реализацию арки произвольных габаритов. Изменение усилий в этих случаях может быть компенсировано:

- приданием арке оптимального очертания;
- назначением соответствующего шага установки арок;
- изменением статической схемы работы арок;
- включением обшивки в совместную работу.

Наиболее существенным способом повышения эффективности арок и в то же время вызывающим трудности из-за отсутствия рекомендаций является назначение оптимального очертания, что и рассматривается в настоящей статье.

Рассмотрим арку пролетом L и стрелой подъема f при шаге несущих конструкций B, составленную из прямолинейных элементов, узлы соединения которых лежат на некоторой кривой. Арка загружена многовариантной нагрузкой, включающей постоянную, снеговую и ветровую нагрузки согласно [3] (рис. 1).

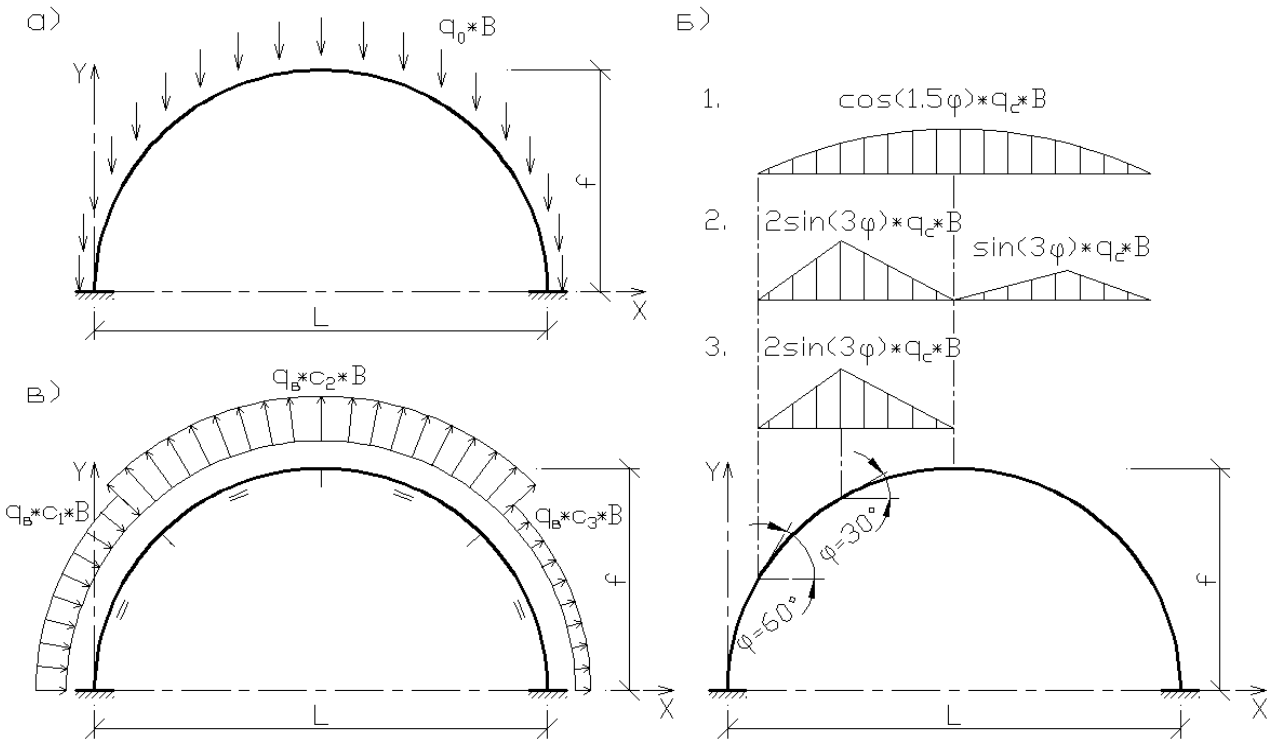

Рис. 1. Схемы загружений арки различными нагрузками:
а) – постоянной нагрузкой от собственного веса конструкций; б) – вариантами снеговой нагрузки:
1 – равномерно распределенной, 2 – неравномерной, 3 – расположенной на половине пролета;
в) – ветровой нагрузкой

Задача оптимизации состоит в нахождении такого очертания оси арки, при котором ее масса достигает минимального значения, т.е.:

$$G = \frac{\varphi_A \cdot \gamma \cdot S}{R_y \cdot \gamma_c} \cdot \left[\left|\frac{M}{\rho}\right| + |N|\right]^{max} = min, \quad (1)$$

Здесь φ_A – конструктивный коэффициент арки, γ – плотность стали, S – длина дуги арки, R_y – расчетное сопротивление стали, γ_c – коэффициент условия работы, N – продольное усилие, M – изгибающий момент. Значение приведенного усилия $\left[\left|M/\rho\right| + |N|\right]^{max}$ принимается максимальным от всех возможных сочетаний нагрузок согласно [3, 4].

Стоит отметить, что расчетное сочетание нагрузок по нормам [3] дает значение приведенного усилия $\left[\left|M/\rho\right| + |N|\right]^{max}$, превышающее аналогичное значение, найденное по нормам [4], на величину до 10 %. Это является следствием увеличения в нормах [3] коэффициента сочетаний при одновременном действии нескольких кратковременных нагрузок для основной по степени влияния с 0,9 до 1.

В качестве функции, описывающей оптимальное очертание оси арки, в данной работе используется полином третьей степени вида:

$$y = A \cdot x + B \cdot x^2 + C \cdot x^3. \quad (2)$$

Как показано в работе [5], представление очертания оси арки в таком виде значительно упрощает поиск ее оптимальной формы и достаточно просто позволяет учитывать изменение действующих на арку нагрузок (рис. 1) в зависимости от ее очертания. Задача же оптимизации сводится к поиску таких значений коэффициентов A, B, C, при которых будет выполняться условие (1).

Для нахождения оптимального очертания оси арки была составлена программа «ARKAMAS» для ЭВМ на языке программирования C++ в среде Borland C++ Builder 3. Блок-схема программы «ARKAMAS» представлена на рис. 2. Входные и выходные данные программы представлены в табл. 1.

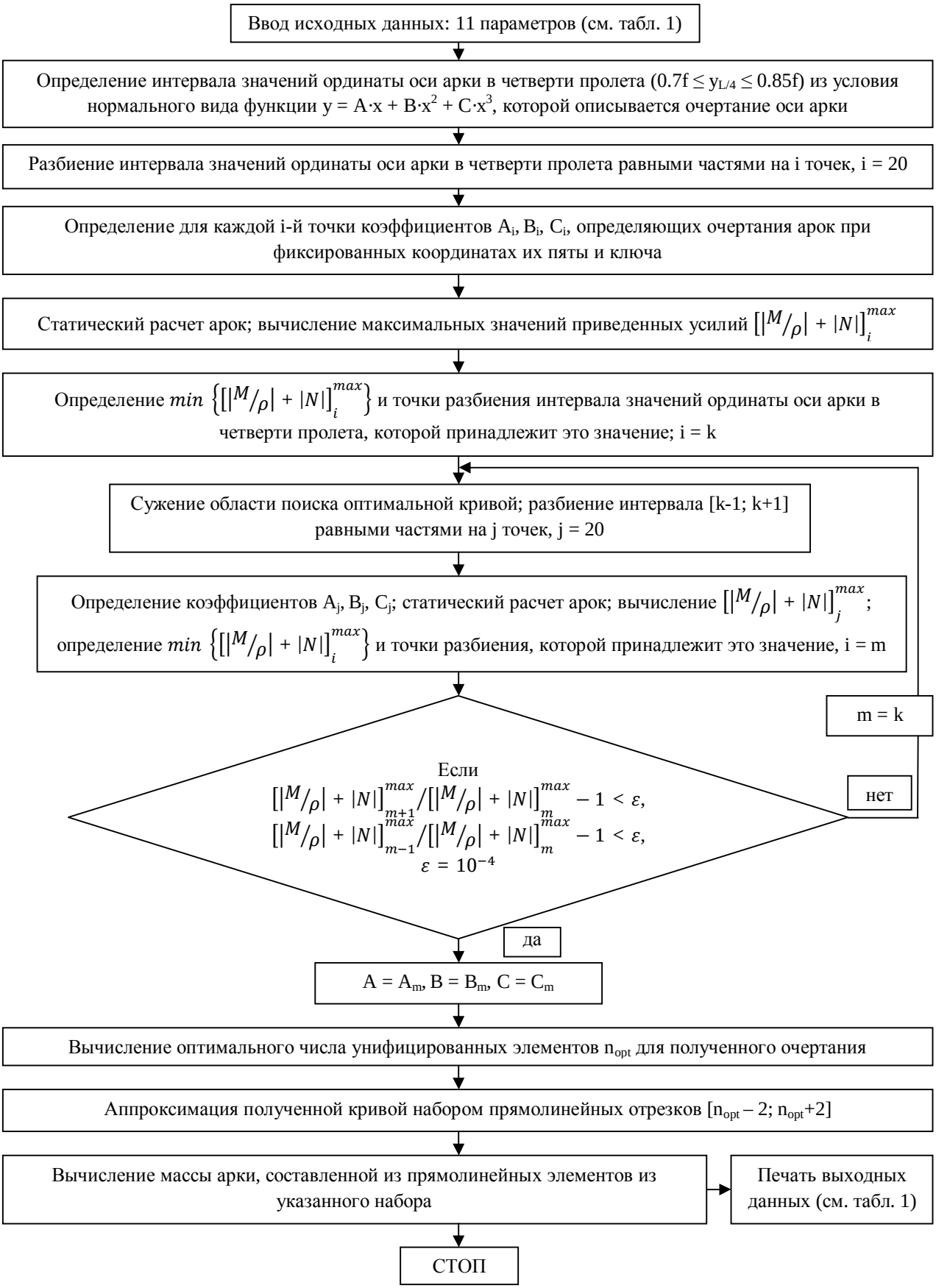

Рис. 2. Блок-схема программы «ARKAMAS»

Таблица 1

Входные и выходные параметры программы «ARKAMAS»

№ п/п	Обозначение параметра	Наименование параметра
Входные параметры		
1	L	Пролет арки, м
2	f	Высота подъема стрелы арки, м
3	n	Число разбиений полупролета арки
4	ρ	Ядровое расстояние сечения унифицированного элемента, см
5	φ_A	Конструктивный коэффициент арки
6	R_y	Расчетное сопротивление стали, кг/см^2
7	γ_c	Коэффициент условия работы
8	q_0	Постоянная нагрузка, кг/м
9	q_c	Снеговая нагрузка, кг/м
10	$q_в$	Ветровая нагрузка, кг/м
11	ξ_2	Параметр для вычисления строительного коэффициента массы узловых фасонок
Выходные параметры		
1	$\left[\left\|M/\rho\right\| + \left\|N\right\|\right]^{max}$	Максимальное значение приведенного усилия от расчетного сочетания нагрузок, кг
2	exc	Эксцентриситет в расчетном сечении, см
3	N_{soch}	Номер загружения, являющегося расчетным сочетанием нагрузок
4	n_{opt}	Оптимальное количество унифицированных элементов
5	A,B,C	Коэффициенты полинома третьей степени, определяющего оптимальное очертание оси арки
6	Графически	Форма арки, эпюры балочных силовых факторов и усилий в арке от всех нагрузок, разбиение полученной оптимальной кривой на заданное количество унифицированных элементов
7	В таблицах	Координаты узлов соединения унифицированных элементов и масса арки при заданном их количестве, усилия в точках разбиения полупролета арки от всех нагрузок и их сочетаний

В качестве примера рассмотрим арку пролетом 12 м и шагом установки несущих конструкций 1 м, варьируя при этом очертанием, высотой подъема стрелы и статической схемой ее работы. Конструкция эксплуатируется в IV снеговом и III ветровом районах, собственная масса конструкций принимается равной 20 кг/м^2. Усилия в арках, очерченных по дуге окружности и квадратной параболе, определялись расчетом в ПК «ЛИРА», а в оптимальных арках – расчетом в разработанной программе «ARKAMAS».

Результаты расчетов приведены в табл. 2 и 3.

Анализируя данные таблиц, можно сделать следующие выводы:

1. назначение оптимального очертания оси арки, как наиболее существенный способ повышения эффективности этой конструкции, позволяет снизить расход металла по сравнению с традиционными очертаниями по дуге окружности и квадратной параболе для трехшарнирных и бесшарнирных арок – до 40 %, для двухшарнирных арок – до 25 %;

2. назначение рационального числа унифицированных элементов для арок, проектируемых по принципу «открытой» типизации, также является эффективной мерой по снижению материалоемкости таких конструкций (в рассмотренных примерах отклонение от оптимального числа унифицированных элементов на две единицы дает перерасход металла до 7 %).

Таблица 2

Сравнение расчетных сочетаний усилий и максимальных приведенных усилий в арках при варьировании их очертанием, относительной высотой подъема стрелы и статической схемой работы

Очертание арки	Статическая схема	Относительная высота подъема стрелы, f/L	Расчетное сочетание усилий		Максимальное приведенное усилие $\left[\left\|M/\rho\right\| + \left\|N\right\|\right]^{max}$, кг	Расчетное сочетание нагрузок	Абсцисса расчетного сечения, м	Ордината расчетного сечения, м
			M, кг·см	N, кг				
По дуге окружности	Трехшарнирная	0,3	82574	-637	20892	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,126	2,963
		0,4	-80778	-1265	20452	пост+снег равномер	1,289	2,603
		0,5	-112659	-1166	27926	пост+снег равномер	1,085	3,441
	Двухшарнирная	0,3	79113	-674	19439	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,126	2,963
		0,4	78944	-445	19197	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,400	4,224
		0,5	86469	-324	20863	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,464	5,438
	Бесшарнирная	0,3	70558	-698	17458	пост+снег на пол, пролета	0,000	0,000
		0,4	78961	-557	19313	пост+снег на пол, пролета	0,000	0,000
		0,5	94839	-981	23508	пост+снег неравномер	0,000	0,000
Квадратная парабола	Трехшарнирная	0,3	111220	-827	27245	пост+снег на пол, пролета+ветер	2,712	2,519
		0,4	97723	-677	23889	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,000	3,600
		0,5	77703	-487	18944	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,600	5,040
	Двухшарнирная	0,3	97598	-873	24055	пост+снег на пол, пролета+ветер	2,712	2,519
		0,4	87015	-700	21369	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,000	3,600
		0,5	72759	-495	17777	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,600	5,040
	Бесшарнирная	0,3	-94269	-1693	24085	пост+снег на пол, пролета+ветер	0,000	0,000
		0,4	-75797	-1454	19458	пост+снег на пол, пролета+ветер	0,000	0,000
		0,5	59370	-568	14670	пост+снег на пол, пролета+ветер	0,000	0,000
Оптимальное	Трехшарнирная	0,3	-73853	-789	18331	пост+снег на пол, пролета	2,500	2,763
		0,4	-70525	-579	17331	пост+снег на пол, пролета+ветер	2,500	3,573
		0,5	65877	-465	16113	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,500	5,181
	Двухшарнирная	0,3	74696	-657	18400	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,000	3,060
		0,4	71647	-450	17468	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,500	4,356
		0,5	68365	-455	16694	пост+снег на пол, пролета+ветер	3,500	5,201
	Бесшарнирная	0,3	63229	-734	15753	пост+снег на пол, пролета	0,000	0,000
		0,4	62029	-584	15318	пост+снег на пол, пролета+ветер	0,000	0,000
		0,5	55448	-562	13733	пост+снег на пол, пролета+ветер	0,000	0,000

Таблица 3

Сравнение масс арок оптимального очертания при варьировании относительной высотой подъема стрелы, статической схемой работы и числом прямолинейных унифицированных элементов

Относительная высота подъема стрелы, f/L	Статическая схема	Уравнение оптимальной кривой	Оптимальное количество унифицированных элементов (n_{opt})	Длина унифицированного элемента при n_{opt}, м	Масса арки из n числа унифицированных элементов, кг				
					$n_{opt}-2$	$n_{opt}-1$	n_{opt}	$n_{opt}+1$	$n_{opt}+2$
0,3	Трехшарнирная	$1{,}655556x - 0{,}251852x^2 + 0{,}012654x^3$	6	2,457	130,95	126,27	125,28	126,07	127,83
	Двухшарнирная	$1{,}68x - 0{,}26x^2 + 0{,}013333x^3$	6	2,461	127,15	123,95	123,80	125,11	127,16
	Бесшарнирная	$1{,}436856x - 0{,}178952x^2 + 0{,}006579x^3$	6	2,427	112,88	108,30	107,12	107,58	108,93
0,4	Трехшарнирная	$2{,}078096x - 0{,}292699x^2 + 0{,}01328x^3$	6	2,711	138,22	132,88	131,58	132,24	133,96
	Двухшарнирная	$2{,}24x - 0{,}346667x^2 + 0{,}017778x^3$	6	2,735	133,79	130,64	130,59	132,05	134,25
	Бесшарнирная	$1{,}742192x - 0{,}180731x^2 + 0{,}00395x^3$	6	2,667	123,71	117,87	116,07	116,23	117,45
0,5	Трехшарнирная	$2{,}3665x - 0{,}288833x^2 + 0{,}010181x^3$	6	2,974	144,09	137,73	135,87	136,22	137,76
	Двухшарнирная	$2{,}40004x - 0{,}300013x^2 + 0{,}011112x^3$	6	2,978	147,61	141,64	140,07	140,64	142,38
	Бесшарнирная	$1{,}93426x - 0{,}144753x^2 - 0{,}001826x^3$	7	2,512	123,24	119,51	118,46	118,85	120,05

Как показали расчеты, в подавляющем большинстве случаев расчетным сочетанием нагрузок является комбинация собственного веса, снега на половине пролета арки и давления ветра со стороны снегового мешка. Следует отметить, что при прочих равных условиях оптимальные арки, работающие по трехшарнирной схеме, несколько превосходят по экономичности арки, работающие по двухшарнирной схеме. Это является следствием того, что при нагрузке от снегового мешка на половине пролета арки, определяющей расчетное сочетание усилий, изгибающие моменты в четвертях пролета практически совпадают по своему значению, что свидетельствует о более равномерном распределении усилий.

На рис. 3 показана область оптимальных кривых, определенных по составленной программе, для арки пролетом 12 м и высотой подъема стрелы 6 м для различных статических схем.

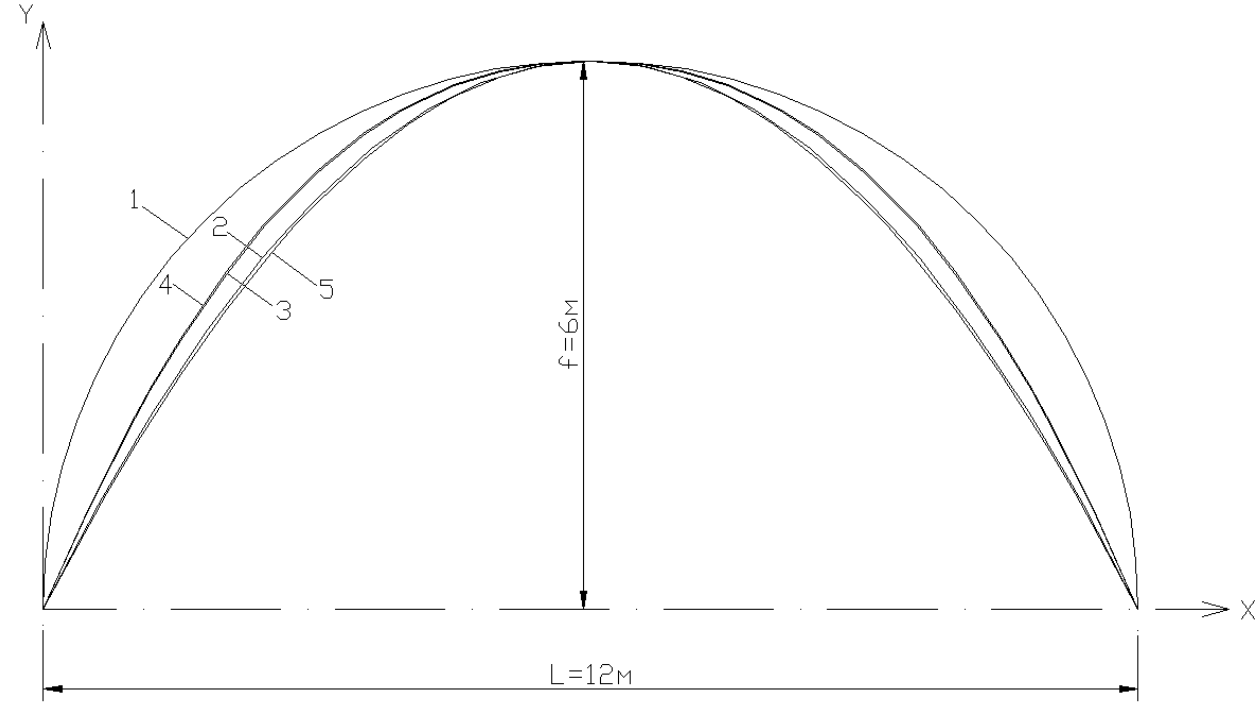

Рис. 3. Область оптимальных кривых для арок пролетом 12 м и высотой подъема 6 м при различных статических схемах работы:
1 – окружность; 2 – квадратная парабола; 3 – оптимальная трехшарнирная арка;
4 – оптимальная двухшарнирная арка; 5 – оптимальная бесшарнирная арка

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов И.Л., Фахрутдинов А.Э. Арочные здания из унифицированных элементов // Известия КазГАСУ, 2010, № 1(13). – С. 122-126.
2. Кузнецов И.Л., Фахрутдинов А.Э. Способ возведения арочного здания. Решение о выдаче патента РФ по заявке № 2009143694/03(062156) от 13.12.2010.
3. СТО 36554501-015-2008. Нагрузки и воздействия. – М., 2008. – 49 с.
4. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия. – М., 1988. – 36 с.
5. Кузнецов И.Л. Расчет и конструирование легких арок. – Казань: КГАСА, 1998. – 144 с.

REFERENCES

1. Kuznetsov I.L., Fakhrutdinov A.E. Arch buildings made from unified elements // News of the KSUAE, 2010, № 1(13). – P. 122-126.
2. Kuznetsov I.L., Fakhrutdinov A.E. The method of erection of arch building. The positive decision on the application for a patent of RF № 2009143694/03(062156) from 25.11.2009.
3. STO 36554501-015-2008. Loads and actions. – M., 2008. – 49 p.
4. SNiP 2.01.07-85. Loads and actions. – M., 1988. – 36 p.
5. Kuznetsov I.L. Calculation and designing of light arches. – Kazan: KSABA, 1998. – 144 p.