

УДК 69.04

Фардиев Р.Ф. – ассистент

Каюмов Р.А. – доктор физико-математических наук, профессор

Мустафин И.И. – кандидат технических наук, доцент

E-mail: fardiev@kgasu.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

РАСЧЁТ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТОГО ЭЛЕМЕНТА, УСИЛЕННОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ОБОЙМОЙ, С УЧЁТОМ ПРЕДЫСТОРИИ ЗАГРУЖЕНИЯ И НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ БЕТОНА

АННОТАЦИЯ

При реконструкции зданий одним из вопросов проектирования является расчёт элементов усиления по методике, максимально отражающей действительную работу конструкций. В основу предложенного подхода заложена гипотеза плоских сечений. Поперечное сечение элемента разбивается на области. Для каждой из областей относительные деформации элементов выражаются через кривизну и начальные деформации. Последние являются неизвестными в системе уравнений равновесия. Для учёта предыстории нагружения предлагается использовать двухстадийный расчёт: до и после усиления. В качестве нелинейной зависимости между деформациями и напряжениями принята зависимость, предложенная в европейских стандартах ЕКБ-ФИП. Результаты расчёта по предложенному подходу дают хорошую корреляцию с результатами экспериментальных исследований.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: усиление обоймой, нелинейные свойства бетона, внецентренно сжатые элементы, предыстория нагружения.

Fardiev R.F. – assistant

Kayumov R.A. – doctor of physical-mathematical sciences, professor

Mustafin I.I. – candidate of technical sciences, associate professor

Kazan State University of Architecture and Engineering

CALCULATION OF NON CENTRIC COMPRESSED ELEMENT, STRENGTHENED BY THE REINFORCED-CONCRETE HOLDER WITH THE ACCOUNT OF BACKGROUND, OF THE WEIGHTING AND NONLINEAR PROPERTIES OF CONCRETE

ABSTRACT

While reconstructing buildings one of the design problems is calculation of elements of strengthening by methods at most reflecting the actual structural behaviour. A suggested approach is based on the flat cross-section hypothesis. The cross-section of an element is divided into areas. Relative deformations of elements for each area are expressed through curvature and initial deformations. The latest are the unknown in the system of equilibrium equation. To take into account historical data of loading it is suggested to use two-step calculation: before and after strengthening. For non-linear relation between deformations and stress is taken a relation recommended in European standards EKB-FIP. The results of calculation under the suggested approach give rather high precision with the results of experimental research.

KEYWORDS: strengthening by a holder, nonlinear properties of concrete, non centric the compressed elements, background of a weighting.

Работа усиленного сжатого элемента в значительной степени отличается от работы обычно сжатого элемента. Это связано с тем, что на момент усиления элемент, подлежащий усилению, находится под нагрузкой, материал в пределах поперечного сечения усиленного элемента имеет разные деформативные и прочностные характеристики, связь между напряжениями и деформациями носит нелинейный характер. Учесть все данные факторы при расчёте прочности усиленных элементов возможно при использовании следующего подхода.

Пусть на железобетонный элемент до усиления действует вдоль оси Z нагрузка F_0 , приложенная с координатой ε_0 (рис 1, а).

Поскольку при внецентренном сжатии напряжения в поперечном сечении элемента будут переменными, то для определения суммарных усилий, каждый элемент разбивается на элементарные площадки dA с одинаковыми в пределах этих площадок напряжениями σ .

Так как в рассматриваемом случае внешняя сила приложена в точке, лежащей на центральной оси X сечения, то напряжения не зависят от координаты y и для любой элементарной площадки можно записать следующее соотношение для относительных деформаций бетона:

$$e_2 = \chi_0 x + e_0, \tag{1}$$

где χ_0 – кривизна элемента в т. О, e_0 – начальные деформации элемента в т. О, x – координата центра тяжести элементарной площадки dA .

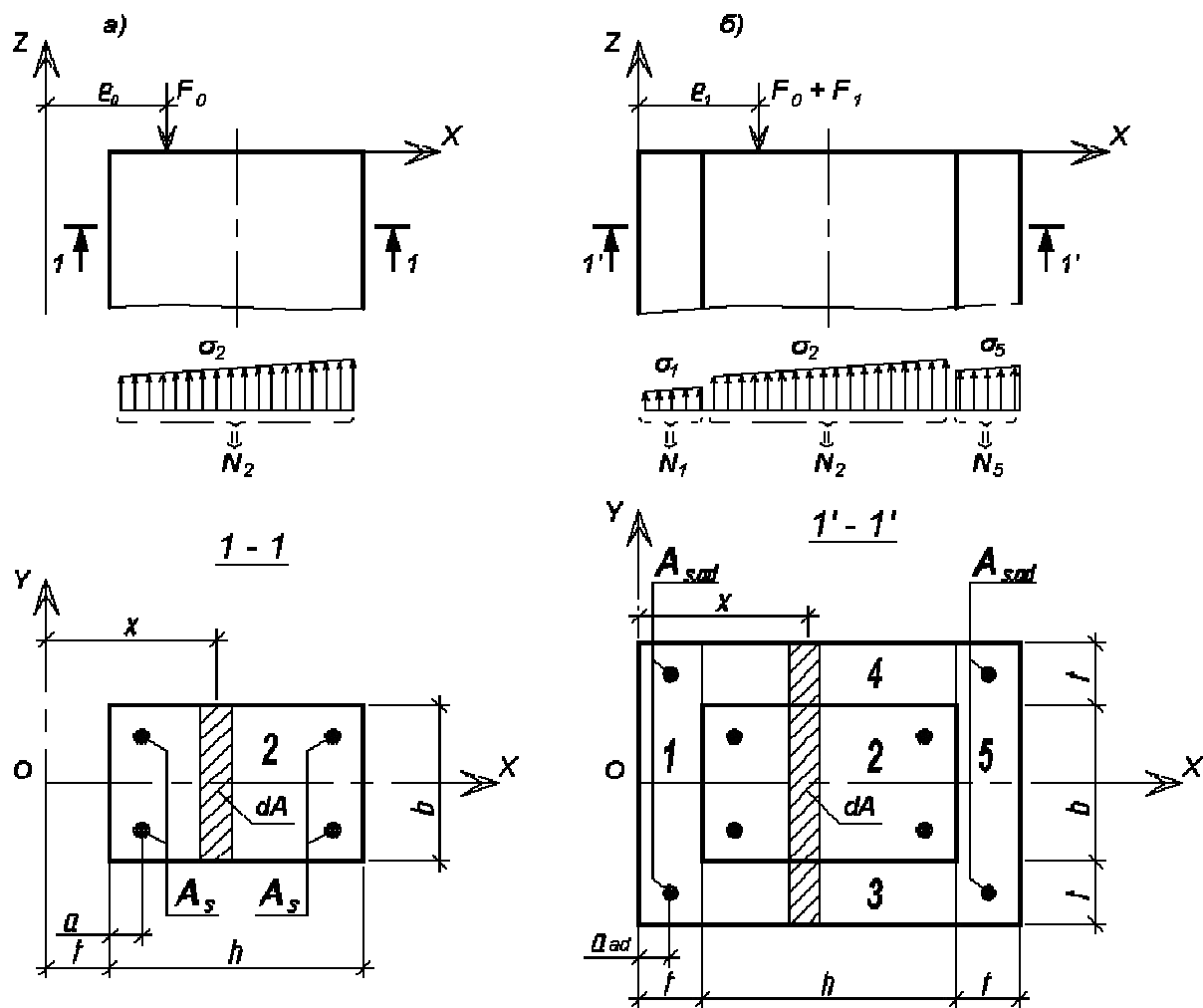


Рис. 1. Расчётная схема элемента:

а) до усиления, б) после усиления,

A_s – площадь арматуры усиливаемого элемента,

$A_{s, ad}$ – площадь арматуры элемента усиления

Связь между деформациями и напряжениями для бетона принята нелинейной согласно методике ЕКБ-ФИП [2]:

$$s_2 = R_{ult} \left(\frac{kh - h^2}{1 + (k - 2)h} \right), \tag{2}$$

где

$$h = \frac{e_2}{e_{ult}},$$

$$k = \frac{E_b e_{ult}}{R_{ult}},$$
(3)

ε_{ult} – предельные относительные деформации сжатия или растяжения бетона, R_{ult} – расчётное сопротивление бетона сжатию или растяжению, где E_2 – модуль деформации (модуль Юнга) элемента без усиления.

Поскольку использование в расчётах выражения (2) затруднительно, кривая по формуле (2) была аппроксимирована квадратной функцией (рис. 2) следующего вида:

$$s_2 = \frac{R_{ult} e_2 (R_{ult} (2e_2 - 2e_{ult}) + E_2 e_{ult} (-2e_2 + 3e_{ult}))}{e_2 e_{ult}^3}.$$
(4)

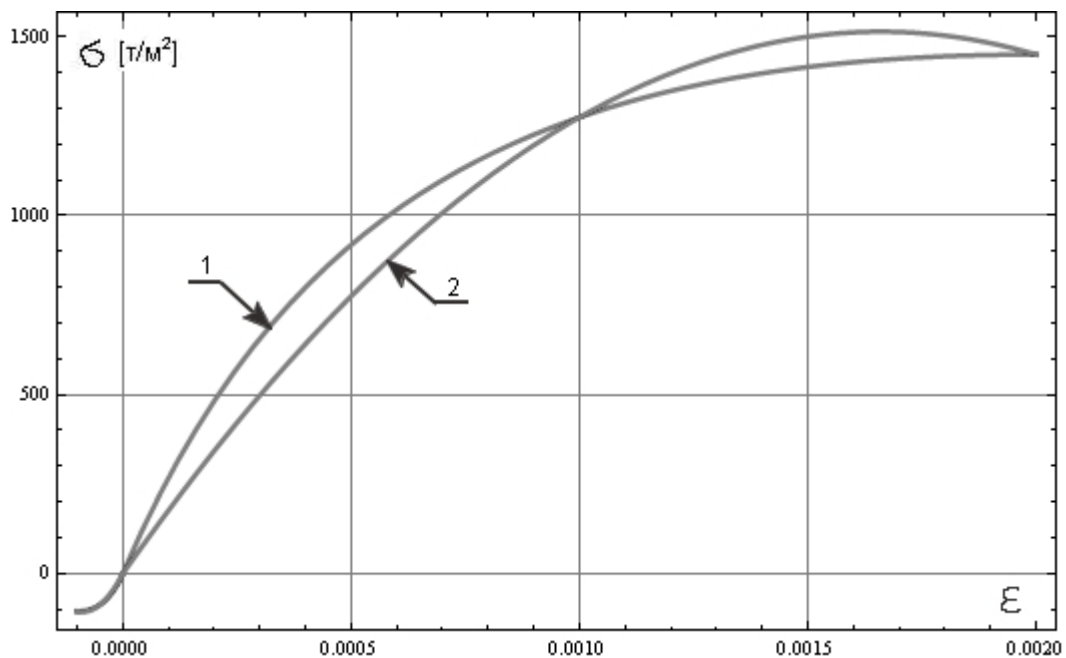


Рис. 2. Исходная (1) и аппроксимированная (2) кривые зависимости напряжений от деформаций для бетона

Равновесие рассматриваемой системы можно описать двумя уравнениями статики:

$$\begin{cases} \Sigma N_z = 0: N_2 + N_c + N_t = F_0, \\ \Sigma M_o = 0: M_2 + M_c + M_t = F_0 e_0, \end{cases}$$
(5)

где N_2 и M_2 – соответственно усилие и момент в бетоне, N_c и M_c – усилие и момент в более сжатой арматуре, N_t и M_t – усилие и момент в менее сжатой арматуре.

Поскольку напряжения в рассматриваемом элементе при внецентренном сжатии меняются в зависимости от координаты x , то суммарные усилия и моменты в них будут равны интегралам напряжений по элементарным площадкам dA :

$$N_2 = \int_{A_2} s_2 dA,$$

$$M_2 = \int_{A_2} s_2 x dA.$$
(6)

Поскольку расположение стержней арматуры в поперечном сечении носит точечный характер, принимается, что напряжения в пределах их постоянны, в этом случае усилия и моменты в стержнях арматуры будут равны:

$$\begin{aligned} N_c &= s_c A_s = (c_0 (t + a) + e_0) A_s, \\ N_t &= s_t A_s = (c_0 (t + h - a) + e_0) A_s, \\ M_c &= N_c (t + a) = (t + a) (c_0 (t + a) + e_0) A_s, \\ M_t &= N_t A_s (t + h - a) = (t + h - a) (c_0 (t + h - a) + e_0) A_s. \end{aligned} \tag{7}$$

С учётом (6), (7) система уравнений (5) примет вид:

$$\begin{cases} \Sigma N_z = 0: \int_{A_2} s_2 dA + (c_0 (t + a) + e_0) A_s + (c_0 (t + h - a) + e_0) A_s = F_0, \\ \Sigma M_o = 0: \int_{A_2} s_2 x dA + (t + a) (c_0 (t + a) + e_0) A_s + \\ + (t + h - a) (c_0 (t + h - a) + e_0) A_s = F_0 e_0. \end{cases} \tag{8}$$

Учитывая (1) и (2), интеграл по площади можно заменить однократным интегралом:

$$\begin{cases} \Sigma N_z = 0: b \int_t^{t+h} s_2 dx + (c_0 (t + a) + e_0) A_s + (c_0 (t + h - a) + e_0) A_s = F_0, \\ \Sigma M_o = 0: b \int_t^{t+h} s_2 x dx + (t + a) (c_0 (t + a) + e_0) A_s + \\ + (t + h - a) (c_0 (t + h - a) + e_0) A_s = F_0 e_0. \end{cases} \tag{9}$$

С учётом (4) система уравнений (9) решается относительно неизвестных ε_0 и χ_0 . Решение системы получено с использованием компьютерных программ и ввиду громоздкости не приводится.

Далее предполагается, что при действии силы F_0 производится усиление элемента и к усиленному элементу дополнительно прикладывается сила F_1 , которая, как и сила F_0 , приложена в точке с координатой $x = \varepsilon_l$ (рис. 1, б).

Поперечное сечение элемента разбивается на 5 областей. По аналогии с предыдущими рассуждениями относительные деформации и напряжения для каждой из областей будут:

$$\begin{aligned} e_i &= (c_0 + c_1) x + e_0 + e_1, \\ s_i &= \frac{R_{ult} e_i (R_{ult} (2e_i - 2e_{ult}) + E_i e_{ult} (-2e_i + 3e_{ult}))}{e_i e_{ult}}, \end{aligned} \tag{10}$$

где ε_l и χ_l – соответственно начальные деформации и кривизна усиленного элемента в т. О от совместного действия сил $F_0 + F_1$.

Выражение (10) запишем отдельно для каждого из рассматриваемых элементов:

$$\begin{aligned} s_1 &= E_1 ((c_0 + c_1) x + (e_0 + e_1)), \quad x \in [0, t], \\ s_2 &= E_2 ((c_0 + c_1) x + (e_0 + e_1)), \quad x \in [t, t + h], \\ s_3 &= s_4 = E_1 ((c_0 + c_1) x + (e_0 + e_1)), \quad x \in [t, t + h], \\ s_5 &= E_1 ((c_0 + c_1) x + (e_0 + e_1)), \quad x \in [t + h, 2t + h], \end{aligned} \tag{11}$$

где E_1 – модуль упругости бетона обоймы, E_2 – модуль упругости бетона колонны.

Равновесие рассматриваемой системы для усиленного элемента также можно описать двумя уравнениями статики:

$$\left\{ \begin{aligned} & (b + 2t) \int_0^t s_1 dx + 2t \int_t^{t+h} s_3 dx + (b + 2t) \int_{t+h}^{2t+h} s_5 dx + ((c_0 + c_1)(t + a) + (e_0 + e_1)) A_s \\ & + ((c_0 + c_1)(t + h - a) + (e_0 + e_1)) A_s + ((c_0 + c_1) a_{ad} + (e_0 + e_1)) A_{s,ad} + \\ & + ((c_0 + c_1)(2t + h - a_{ad}) + (e_0 + e_1)) A_{s,ad} + b \int_t^{t+h} s_2 dx = F_0 + F_1, \\ & (b + 2t) \int_0^t s_1 x dx + b \int_t^{t+h} s_2 x dx + 2t \int_t^{t+h} s_3 x dx + (b + 2t) \int_{t+h}^{2t+h} s_5 x dx + \\ & + (t + h - a) ((c_0 + c_1)(t + h - a) + (e_0 + e_1)) A_s + \\ & + (t + a) ((c_0 + c_1)(t + a) + (e_0 + e_1)) A_s + a_{ad} ((c_0 + c_1) a_{ad} + (e_0 + e_1)) A_{s,ad} + \\ & + (2t + h - a_{ad}) ((c_0 + c_1)(2t + h - a_{ad}) + (e_0 + e_1)) A_{s,ad} = (F_0 + F_1) e_1. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

В системе (12) неизвестными являются ε_I и χ_I . Решение системы (12), как и системы (9), не приводится ввиду его громоздкости.

Полученные соотношения для определения ε_0 , ε_I и χ_0 , χ_I при подстановке в формулы (11) позволяют получить эпюры нормальных напряжений в поперечном сечении элемента.

Для апробации полученных выражений были выполнены расчёты по данным экспериментальных исследований [3]. Результаты расчётов представлены в виде эпюры нормальных напряжений в поперечном сечении (рис. 3) вдоль оси X.

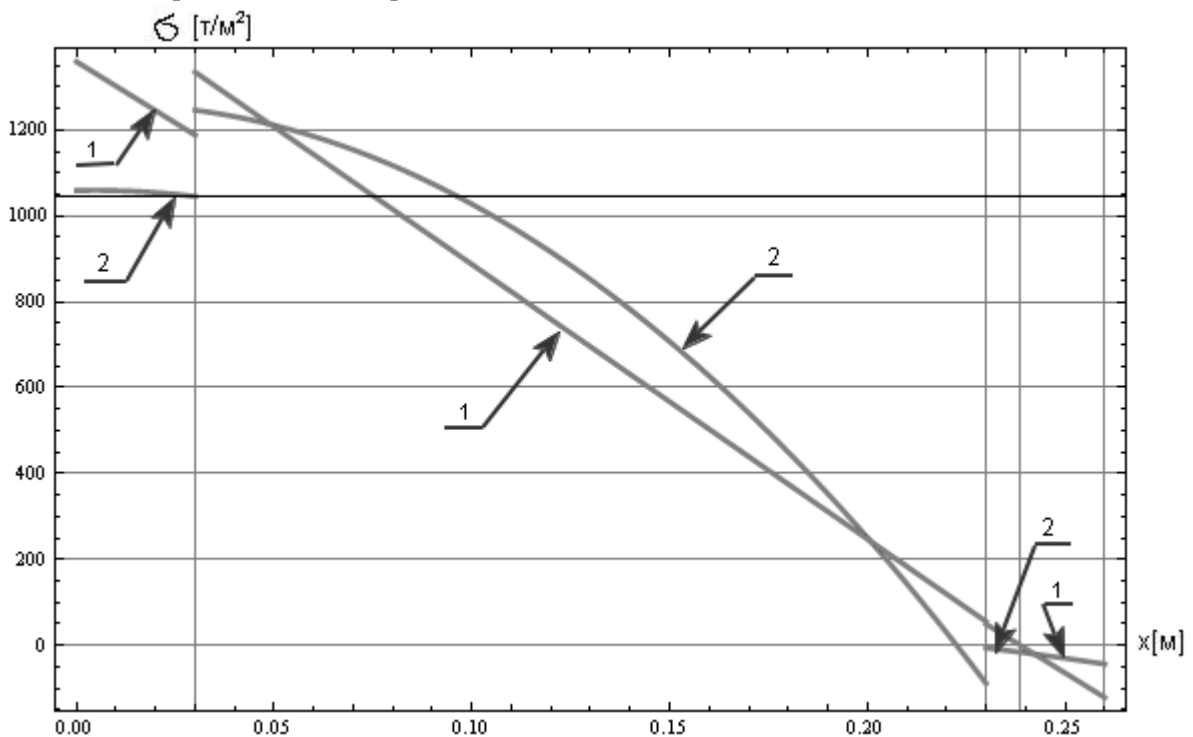


Рис. 3. Эпюра нормальных напряжений в поперечном сечении элемента:
1 – линейное решение, 2 – нелинейное решение

Из рис. 3 видно, что решение с учётом нелинейных свойств бетона значительно отличается от решения в линейной постановке. Отличие по максимальным напряжениям составляет до 25 %.

Согласно полученным результатам расчётов предельное состояние по прочности наступает при достижении в сжатой арматуре предельных напряжений. При этом полученное значение теоретической разрушающей нагрузки практически совпало с экспериментальными данными, разница составила 1,5 %.

Таким образом, предложенный подход расчёта позволил выполнить расчёт внецентренно сжатого элемента, усиленного железобетонной обоймой, с учётом следующих факторов: дискретного расположения в поперечном сечении стержней арматуры усиливаемого элемента и элемента усиления, нелинейной зависимости между деформациями и напряжениями для бетона, различных прочностных и деформативных характеристик бетона в поперечном сечении элемента, предыстории нагружения. Результаты расчёта по предложенному подходу дают хорошую корреляцию с результатами экспериментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А. Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности: учебник для строительных специальностей вузов.– М.: Ассоциация строительных вузов, 1995. – 566 с.
2. CEB – FIP Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings, ENV 1992. –1-1. – Brussels: CEN, 1991. – 253 с.
3. Фардиев Р.Ф., Мустафин И.И. Результаты экспериментальных исследований внецентренно сжатых элементов, усиленных железобетонной обоймой. // Сборник статей. МК-36-10. Строительная индустрия: вчера, сегодня, завтра. – Пенза, 2010. – С. 105-109.

REFERENCES

1. Vardanyan G.S., Andreyev V.I., Atarov N.M, Gorshkov A.A. Strength of materials with basics of theory of elasticity and plastic behaviour: textbook for engineering specialities of higher education institutions; Association of higher education institutions of building construction. – М.: 1995, – 556 p.
2. CEB – FIP Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings, ENV 1992. –1-1. – Brussels: CEN, 1991. – 253 p.
3. Fardiev R.F., Mustafin I.I. Results of experimental research of non-centric compressed elements strengthened by a reinforced concrete collar. Collected works. WK-36-10. Construction engineering: yesterday, today, tomorrow. – Penza, 2010. – P. 105-109.