

УДК 624(075.8)

И.Ю. Майстренко – кандидат технических наук, старший преподаватель

А.З. Манапов – кандидат технических наук, доцент

E-mail: igor_maystr@mail.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ВО ВРЕМЕНИ УРОВНЯ НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

АННОТАЦИЯ

Представлены алгоритмы получения количественной оценки показателей надежности конструктивной системы, основанные на использовании структурных и статистических методов, методов имитационного моделирования и регрессионного анализа. Основные процедуры моделирования процесса изменения во времени уровня надежности рассмотрены на примере главной балки пролетного строения автодорожного моста. Представлен фрагмент имитационного эксперимента, характеризующий области изменения критических значений вероятности отказа системы, ограниченные кусочно-нелинейными функциями регрессии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: моделирование, надежность, мост, имитация, статистический, структурный, система.

I.Yu. Maystrenko – candidate of technical sciences, senior lecturer

A.Z. Manapov – candidate of technical sciences, associate professor

Kazan State University of Architecture and Engineering

SIMULATION OF PROCESS OF CHANGE IN TIME OF RELIABILITY LEVEL OF CONSTRUCTIVE SYSTEM

ABSTRACT

Algorithms of reception of a quantitative estimation of indicators of reliability of the constructive system, based on use of structural and statistical methods, methods of imitating simulation and regression analysis are presented. The basic procedures of simulation of process of change in time of level of reliability are considered on an example of the main beam of a flying structure of the road bridge. The fragment of imitating experiment characterizing areas of change of critical values of probability of refusal of system, the regresses limited to part-nonlinear functions is presented.

KEYWORDS: simulation, reliability, bridge, imitation, simulation, statistical, structural, system.

Уровень надежности конструктивной системы выбирается, как правило, на стадии концепции и формирования требований к продукции. Необходимость количественной оценки показателей надежности конструктивной системы возникает как на стадии проектирования, так и в процессе эксплуатации. В первом случае решение задачи сводится к определению проектного ресурса; во втором – к оценке остаточного ресурса.

Для получения количественных оценок процесса изменения за время эксплуатации уровня надежности конструктивной системы потребуется выполнение пяти основных процедур. Первая состоит в определении конфигурации структурной схемы надежности технического объекта. Вторая процедура заключается в определении мест переходов между стадиями жизненного цикла конструктивной системы. Третья процедура предусматривает анализ использованных при проектировании методов расчета и определение уровня надежности конструктивной системы по стадиям жизненного цикла. Четвертая процедура предполагает выполнение имитационного моделирования процесса изменения определяющего показателя надежности, например, вероятности отказа. Пятая процедура состоит в регрессионном и статистическом анализе полученных моделей.

Рассмотрим процедуры оценки допустимого уровня отказов на примере главной балки 42-метрового пролетного строения автодорожного моста. Тип исполнения стального пролетного строения – северное «Б» [1].

Первая процедура. Для определения взаимосвязей между конструктивными элементами и

деталью внутри конструктивной системы и между конструктивной системой и внешней средой проводится ее идентификация. Эта процедура основывается на использовании структурных методов [2], которые позволяют составить структурно-функциональные схемы из конструктивных элементов и деталей с учетом их функционального назначения.

Структурно-функциональная схема рассматриваемой главной балки включает в себя четыре монтажных блока повышенной заводской готовности без изменения сечения главной балки по длине пролета (далее – конфигурация U) и три фрикционно-сварных стыка монтажных блоков (далее – конфигурация W).

Для конфигурации U функции взаимодействия между расчетными параметрами при вычислении вероятности отказа $F_U(j)$ на основании структурной схемы надежности (далее – RBD) имеют вид:

$$F_U(j) = \left(1 - \prod_{k=1}^{n_{rs}} (1 - F_{U,k}(j)) \right) - \int_0^t r(j) \cdot \prod_{i=1}^3 F_{U,i}(j) dt, \quad (1)$$

$$F_{U,1}(j) \sim \min[F_{U,0}(j)], \quad (2)$$

$$F_{U,2}(j) = F_{U,1}(j) \cdot \frac{t(j)}{t}, \quad (3)$$

$$F_{U,3}(j) = F_{U,1}(j) \cdot \frac{1-t(j)}{t}, \quad (4)$$

где: $F_{U,k}(j)$ – массив j -х случайных реализаций ожидаемой вероятности отказа k -го блока повышенной заводской готовности в начальный момент времени; n_{rs} – число блоков повышенной заводской готовности, приходящихся на одну балку; $r(j)$ – функция плотности распределения внутренних усилий, характеризующая процесс резервирования слабонагруженных частей сечения; $F_{U,i}(j)$ – массив случайных реализаций ожидаемой вероятности отказа слабонагруженных частей сечения: в начальный момент времени, в момент включения в работу в случайный момент времени $t \in [0; t]$ и в течение оставшегося времени $(t - t)$; t – расчетное время эксплуатации балки.

Для конфигурации W функции взаимодействия между расчетными параметрами для вычисления вероятности отказа $F_W(j)$ следующие:

$$F_W(j) = \prod_{k=1}^{n_c} (1 - (1 - F_{W,1}(j)) \cdot (1 - F_{W,2}(j))), \quad (5)$$

здесь: n_c – число фрикционно-сварных стыков, приходящихся на одну балку; $F_{W,1}(j)$ и $F_{W,2}(j)$ – массивы случайных реализаций ожидаемой вероятности отказа болтовой и сварной части k -го комбинированного соединения, определяемые соответственно:

$$F_{W,1}(j) = 1 - \sum_{r=0}^{n_s - z} \binom{n_s}{r} \cdot (1 - F_{w,1}(j))^{n_s - r} \cdot F_{w,1}(j)^r, \quad (6)$$

где: $F_{w,1}(j)$ – массив случайных реализаций ожидаемой вероятности отказа отдельного болтового соединения; n_s – общее число болтов в соединении; $r = 0, 1, \dots, (n_s - z)$ – число расчетных сочетаний; z – компенсирующая составляющая случайных факторов, заложенная в расчете соединения;

$$F_{W,2}(j) = 1 - \prod_{i=1}^u (1 - F_{W,i}(j)), \quad (7)$$

$$F_{W,i}(j) = \prod_{i=1}^k \left(1 - \prod_{i=1}^v (1 - F_{w,2}(j)) \right), \quad (8)$$

где: $F_{W,i}(j)$ – вероятность отказа стыка i -го соединения; $F_{w,2}(j)$ – массив случайных реализаций ожидаемой вероятности отказа отдельного сварного шва; k – число сварных швов в одном соединении; ν – число проходов, необходимых для наплавки расчетного катета шва; u – общее число стыкуемых элементов.

Вторая процедура. Выделим определяющие события режима эксплуатации конструктивной системы:

A_i – система обладает проектным резервом надежности (определяется временем окончания строительно-монтажных работ и ввода системы в эксплуатацию или работ по регенерации потребительских свойств до проектного резерва надежности);

B_i – система находится в исправном состоянии в течение i -го периода (определяется качеством изготовления и монтажа элементов системы);

C_i – нарушение потребительских качеств системы из-за физического износа, нарушение исправного состояния в течение i -го периода (определяется интенсивностью негативного влияния внешних факторов и способностью системы сопротивляться этим факторам);

D_i – система находится в работоспособном состоянии в течение i -го периода (определяется степенью восстановления системы);

E_i – нарушение работоспособного состояния системы (наработка на i -й отказ);

F_i – восстановление наиболее поврежденных элементов для продления i -го периода работоспособного состояния системы при проведении планового технического обслуживания и ремонта;

G_i – регенерация потребительских свойств системы после наработки на i -й отказ до проектного резерва надежности при выполнении работ по капитальному ремонту или реконструкции;

H – переход системы в предельное состояние.

Схема переходов между стадиями жизненного цикла конструктивной системы, для стадии проектирования, показана в виде потоковых графов на рис. 1. Для пролетных строений мостов время появления второго отказа связывают со значением ресурса.

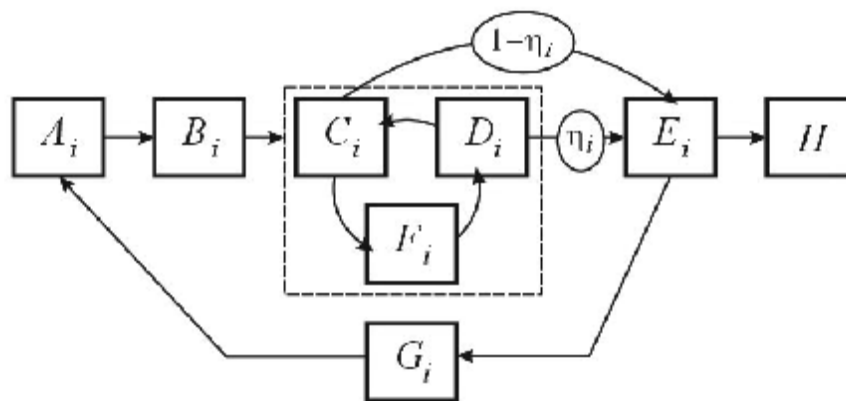


Рис. 1. Структурная схема показателей надежности на стадии проектирования

Очевидно, что значение точки времени, в которой произойдет переход между стадиями, представляет собой некоторую случайную величину. Для определения мест перехода между стадиями жизненного цикла системы t_k удобно воспользоваться методами «Монте-Карло» [3]. Алгоритм получения оценки k -го определяющего параметра включает три основные ступени:

- на первой, каждое событие режима эксплуатации выражается в виде соответствующей функции распределения случайной величины $j(t_k)$ в пределах ожидаемых границ варьирования $t_{k,\text{inf}}$ и $t_{k,\text{sup}}$: $f[t_{k,\text{inf}}; t_{k,\text{sup}}]$.

- на второй, допуская, что оцениваемые случайные величины равновероятны в пределах установленных границ, генерируем их в объеме N с помощью идентифицированных генераторов

случайных чисел по равномерному закону распределения случайной величины: $t_k | N \Rightarrow \text{runif}(N, f[t_{k,\text{inf}}; t_{k,\text{sup}}])$. В результате получим массивы случайных реализаций искомых параметров $t_k \in [t_{k,1}, \dots, t_{k,j}, \dots, t_{k,N}]$.

- на третьей ступени из каждого массива t_k выбираем случайную реализацию $t_{k,j}$. Для случайного выбора проводим генерирование величины j , характеризующей положение реализации $t_{k,j}$ в массиве $t_{k,1}, \dots, t_{k,j}, \dots, t_{k,N}$, считая её появление равновероятным на интервале от 1 до N : $j | N \Rightarrow \text{runif}(N, j [1, N]) \Rightarrow j \Rightarrow t_{u,j}$.

Полученные случайные реализации $t_{k,j}$ будут характеризовать места перехода между стадиями жизненного цикла системы t_k , которые удобно записать в виде вектора событий \mathbf{t} :

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} t_{A1} \\ t_{B1} \\ t_{C1} \\ t_{E1} \\ t_{A2} \\ t_{B2} \\ t_{C2} \\ t_{E2} \\ t_H \end{pmatrix}. \quad (9)$$

При необходимости учета негативного стечения обстоятельств, которые будут определяться отступлением от установленных проектных требований, например, перенос срока или невыполнение ремонта, отдельные элементы вектора (9) могут быть исключены или скорректированы.

Рассмотрим переход между событиями $B_i - E_i$. Этот переход включает в себя два основных потока событий: $B_i - C_i - F_i - D_i - E_i$ и непосредственно $B_i - C_i - E_i$.

В первом случае происходит восстановление наиболее поврежденных элементов за счет мероприятий по содержанию пролетного строения моста. Здесь степень восстановления системы h_i определяется вероятностью выполнения всех предусмотренных мероприятий. Второй случай характеризуется вероятностью невыполнения части запланированных мероприятий $(1-h_i)$ и накоплением внешне неочевидных повреждений.

Процесс восстановления уровня надежности системы h_i в переходе между событиями $B_i - E_i$ может быть представлен комбинированной структурной схемой статистически независимых блоков $X_{i,j}$, $Y_{i,j}$ и $Z_{i,j}$. Эти блоки определяют последовательность выполнения j -х комплексов работ по содержанию, профилактике и планово-предупредительному ремонту соответственно. Мероприятия, проводимые в рамках каждого из этих комплексов, рассматриваются как мероприятия идентичной направленности.

На рис. 2 приведена идеализированная структурная схема восстановления заданного уровня надежности металлического пролетного строения моста, при условии соблюдения периодичности ремонтных мероприятий, рекомендуемой ведомственными нормами [4]. Оценку ожидаемого числа отдельно взятых комплексов работ следует проводить для периода между событиями, которые определяют наличие или восстановление проектного уровня надежности. Для конструктивных систем данного типа такой период может соответствовать времени между капитальными ремонтами.

Степень восстановления системы в рамках отдельно взятого j -го комплекса работ $R_{i,j}$ рассматривается как вероятность выполнения $m_{i,j}$ мероприятий из $n_{i,j}$ запланированных (рис. 2, б), по формуле:

$$R_{i,j} = \sum_{r_{i,j}=0}^{n_{i,j}-m_{i,j}} \frac{n_{i,j}!}{r_{i,j}!(n_{i,j}-r_{i,j})!} \cdot R_{1i,j}^{n_{i,j}-r_{i,j}} \cdot (1-R_{1i,j})^{r_{i,j}}, \quad (10)$$

где: $R_{1i,j}$ – вероятность выполнения отдельного мероприятия j -го комплекса работ, обусловленная случайным сочетанием событий «качество выполнения – эффективность надзора»; $r_{i,j} = 0, 1, \dots, (n_{i,j} - m_{i,j})$ – число сочетаний из $n_{i,j}$ по $m_{i,j}$; $n_{i,j}$ – общее число запланированных мероприятий j -го комплекса работ; $m_{i,j} = \text{unif}[0; n_{i,j}]$ – значение случайной реализации параметра равновероятного в интервале от 0 до $n_{i,j}$, характеризующего объем выполненной работы в рамках j -го комплекса.

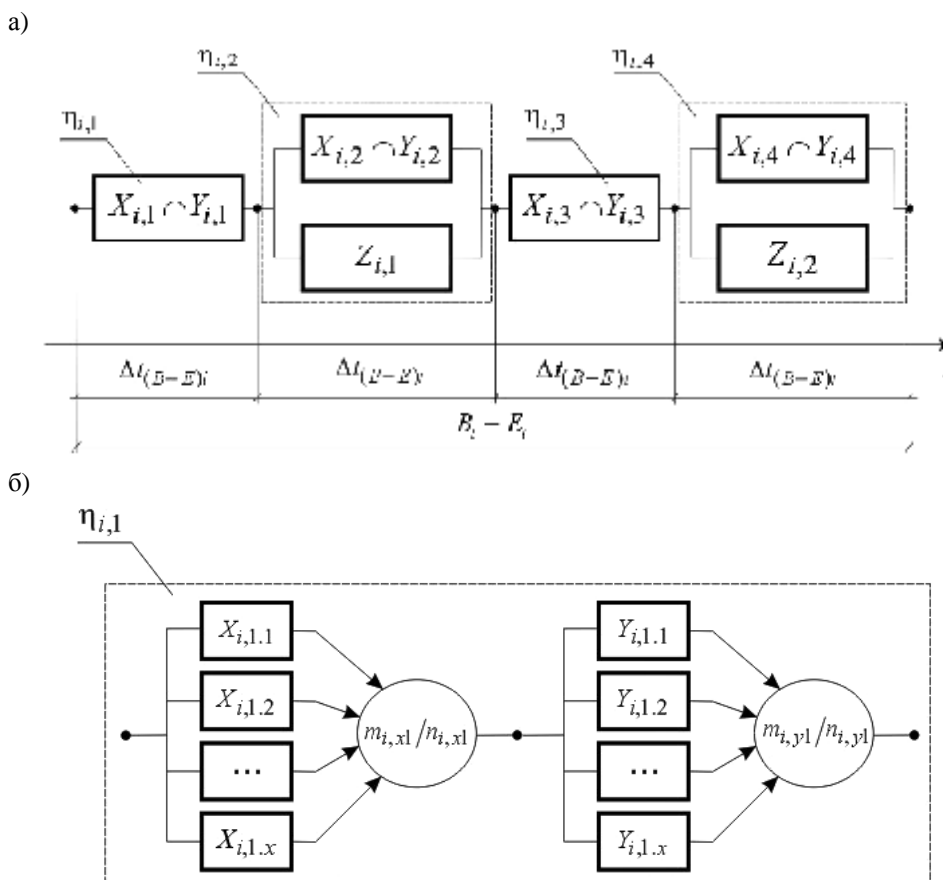


Рис. 2. Идеализированная структурная схема восстановления заданного уровня надежности пролетного строения

За промежуток времени $\Delta t_{(B-E)i}$ выполняется определенная последовательность действий, направленная на устранение возникающих в процессе эксплуатации повреждений, в результате чего происходит изменение показателя надежности системы на величину $h_{i,j}$. В зависимости от конфигурации структурной схемы надежности вычисляется соответствующее значение $h_{i,j}$ по формулам расчета вероятности безотказной работы [2].

Базируясь на гипотезе Пальмгрена-Майнера о линейном накоплении и суммировании повреждений [5], определим характеристику h_i :

$$h_i = 1 - \prod_{j=1}^u (1 - h_{i,j}), \quad (11)$$

где: u – число последовательных изменений показателя надежности.

Для получения характеристики h_i выполняются многократные вычисления с использованием формулы (10) в соответствии с принятой структурной схемой. Число этих вычислений n принимается для каждой системы (подсистемы) индивидуально в соответствии с предъявляемыми требованиями надежности и степени ответственности.

При определении расчетного значения $h_{i,p}$ предполагается использование вариационного принципа Лагранжа-Гамильтона [6]. Из всех полученных значений характеристики $h_{i,1}, h_{i,2}, \dots, h_{i,n}$ отбирается экстремальное (в данном случае минимальное) значение:

$$h_{i,p} \leq \min(h_{i,1}, h_{i,2}, \dots, h_{i,n}). \quad (12)$$

Сформируем исходные данные, необходимые для оценки степени восстановления системы, применительно к нашему примеру. По действующим нормам [4] работы, отнесенные к профилактике, выполняются с периодичностью 1...5 лет; планово-предупредительный ремонт, в зависимости от степени износа элементов, осуществляют с периодичностью 10...15 лет; капитальный ремонт пролетных строений стальных мостов рекомендуется проводить через 40...58 лет. Эти данные определяют ожидаемые границы для промежутка времени $\Delta t_{(B-E)i}$, которые могут составлять от 8,0 до 19,3 лет, и ожидаемое число мероприятий для отдельно взятого комплекса работ: содержание – 31...154, профилактика – 42...132, планово-предупредительный ремонт – 28...55.

Используя указанные выше исходные данные, по формулам (10), (11) и условию (12) выполнены вычисления характеристик h_i в объеме n , равном 10^2 , и отобраны соответствующие расчетные значения $h_{i,p}$. Для первого цикла $B_1 - E_1$ значение $h_{1,p}$ оказалось равным 0,987, для второго цикла $B_2 - E_2$ получено экстремальное значение $h_{2,p} = 0,976$.

Третья процедура. В настоящее время одним из основных методов проектирования конструкций мостов остается метод предельных состояний. При использовании этого метода оценка допустимого уровня отказов выполняется путем анализа использованной системы частных коэффициентов, предусматривающих компенсирующую составляющую возможных ошибок, неточностей, несовершенств и других случайных факторов. Для реализации этой процедуры в первую очередь рассматриваются коэффициенты условий работы (первого и второго вида) и коэффициент надежности по назначению [6].

В общем виде вектор состояний \mathbf{z}_{RBD} формируется из элементов, которые рассматриваются в контексте с элементами вектора событий (9) и характеризуют процесс изменения компенсирующей составляющей в течение всего жизненного цикла системы (подсистемы):

$$\mathbf{z}_{RBD} = \begin{pmatrix} z_{RBD,A1} \\ z_{RBD,B1} \\ z_{RBD,C1} \\ z_{RBD,E1} \\ z_{RBD,A2} \\ z_{RBD,B2} \\ z_{RBD,C2} \\ z_{RBD,E2} \\ z_{RBD,H} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

На стадии проектирования для каждой оцениваемой подсистемы (RBD) строится своя векторная модель вида (13) и выполняется расчет значений элементов вектора состояний. При выборе в качестве критерия оценки вероятности рассматриваемого отказа формула расчета элементов вектора состояний имеет вид:

$$z_k(t_{k,j}) = n_{\langle S \cup S \rangle} \cdot g_n \cdot h_{i,p} \cdot \prod_r m_r(t_{k,j}), \quad (14)$$

где: $n_{\langle s \cup s \rangle}$ – число элементов, идентичных по признаку s и объединенных в составе подсистемы в единую группу; g_n – коэффициент надежности по назначению; $\prod_r m_r(t_{k,j})$ – произведение всех (r) предусмотренных коэффициентов условий работы m_r , принимаемых в расчетах для времени перехода $t_{k,j}$, соответствующего k -ой стадии жизненного цикла системы; $h_{i,p}$ – степень восстановления системы.

Векторы состояний Z_U и Z_W для статистически независимых блоков конфигурации U и W получены следующего вида:

$$Z_U = \begin{bmatrix} n_{rs} \cdot \gamma_n \cdot m \\ n_{rs} \cdot \gamma_n \cdot m \\ n_{rs} \cdot \gamma_n \cdot m \cdot (2 - \eta_{1,p}) \\ n_{rs} \cdot \gamma_n \cdot \eta_{1,p} \\ n_{rs} \cdot \gamma_n \cdot m \\ n_{rs} \cdot \gamma_n \cdot m \\ n_{rs} \cdot \gamma_n \cdot m \cdot (2 - \eta_{2,p}) \\ n_{rs} \cdot \gamma_n \cdot \eta_{2,p} \\ n_{rs} \end{bmatrix} \quad Z_U = \begin{pmatrix} 3.400 \\ 3.400 \\ 3.444 \\ 3.948 \\ 3.400 \\ 3.400 \\ 3.482 \\ 3.904 \\ 4.000 \end{pmatrix} \quad k_U = \frac{Z_U}{n_{rs}} \quad k_U = \begin{pmatrix} 0.850 \\ 0.850 \\ 0.861 \\ 0.987 \\ 0.850 \\ 0.850 \\ 0.870 \\ 0.976 \\ 1.000 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Вектор состояний для конфигурации U

Коэффициент использования

$$Z_W = \begin{bmatrix} n_s \cdot \gamma_n \cdot m \cdot m_b \cdot m_{b1} \\ n_s \cdot \gamma_n \cdot m \cdot m_b \cdot m_{b1} \\ n_s \cdot \gamma_n \cdot m \cdot m_b \cdot m_{b1} \cdot (2 - \eta_{1,p}) \\ n_s \cdot \gamma_n \cdot \eta_{1,p} \\ n_s \cdot \gamma_n \cdot m \cdot m_b \cdot m_{b1} \\ n_s \cdot \gamma_n \cdot m \cdot m_b \cdot m_{b1} \\ n_s \cdot \gamma_n \cdot m \cdot m_b \cdot m_{b1} \cdot (2 - \eta_{2,p}) \\ n_s \cdot \gamma_n \cdot \eta_{2,p} \\ n_s \end{bmatrix} \quad Z_W = \begin{pmatrix} 22.032 \\ 22.032 \\ 22.318 \\ 31.584 \\ 22.032 \\ 22.032 \\ 22.561 \\ 31.232 \\ 32.000 \end{pmatrix} \quad k_W = \frac{Z_W}{n_s} \quad k_W = \begin{pmatrix} 0.688 \\ 0.688 \\ 0.697 \\ 0.987 \\ 0.688 \\ 0.688 \\ 0.705 \\ 0.976 \\ 1.000 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Вектор состояний для конфигурации W

Коэффициент использования

где: m , m_b , m_{b1} – коэффициенты условий работы, соответственно принимаемые в зависимости от области применения конструкции, характеристики стыка (или прикрепления) и характеристики соединения [1]; остальные обозначения – см. примечания к формулам (1), (6), (14).

Четвертая процедура. Перед выполнением имитационного моделирования определяющего показателя надежности системы требуется провести идентификацию распределения вероятностей отдельных конструктивных элементов.

Такая информация может быть получена посредством статистического анализа выборочных данных об авариях и инцидентах, связанных с эксплуатацией аналогичных конструктивных систем, или путем ранжирования отдельных конструктивных элементов, например по ожидаемой частоте возникновения отказов. В любом случае, выбранный подход для идентификации распределения вероятностей однотипных элементов должен быть ориентирован на самый худший случай,

гарантирующий получение достоверного результата. Результаты ранжирования конструктивных элементов рассматриваемой системы с учетом требований ГОСТ 27310-95 [7] по ожидаемой частоте возникновения отказа сведены в таблицу.

Таблица

Код	Элемент	Ожидаемая частота возникновения отказа для индивидуального изделия	Ожидаемая вероятность отказов, F_i	
			$F_{i,inf}$	$F_{i,sup}$
E1	Монтажные блоки повышенной заводской готовности	Практически невероятный отказ	10^{-6}	$5 \cdot 10^{-5}$
E2	Сварные соединения элементов	Редкий отказ	$5 \cdot 10^{-5}$	10^{-3}
E3	Соединения монтажных блоков высокопрочными болтами	Возможный отказ	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-3}$

С использованием данных о распределении вероятностей однотипных элементов (табл.) разработан алгоритм имитационного моделирования вероятности отказа для рассматриваемого примера, который включает три основные ступени:

- на первой, ожидаемая вероятность отказа каждого i -го конструктивного элемента выражается в виде соответствующей функции распределения случайной величины j (F_i) в пределах ожидаемых границ варьирования $F_{i,inf}$ и $F_{i,sup}$: $j [F_{i,inf}; F_{i,sup}]$.

- на второй, допуская, что оцениваемые случайные величины равновероятны в пределах установленных границ, генерируем их в объеме N с помощью идентифицированных генераторов случайных чисел по равномерному закону распределения случайной величины: $F_i|N \Rightarrow \text{runif}(N, j [F_{i,inf}, F_{i,sup}])$. В результате получим массивы случайных реализаций расчетных параметров $F_i \in [F_{i,1}, \dots, F_{i,j}, \dots, F_{i,N}]$.

- на третьей ступени с помощью разработанных функций взаимодействия между расчетными параметрами (1)-(8) для каждого события (9) режима эксплуатации системы выполняем отдельный имитационный эксперимент. При этом в расчетных моделях используются соответствующие значения вектора состояний (15) или (16).

- на четвертой, учитывая, что отказ любого из блоков влечет за собой отказ всей системы, выражаем структурную схему надежности системы в виде последовательного соединения конфигураций U и W и определяем вероятность отказа системы:

$$F_{sistem}(j) = 1 - (1 - F_U(j)) \cdot (1 - F_W(j)). \quad (17)$$

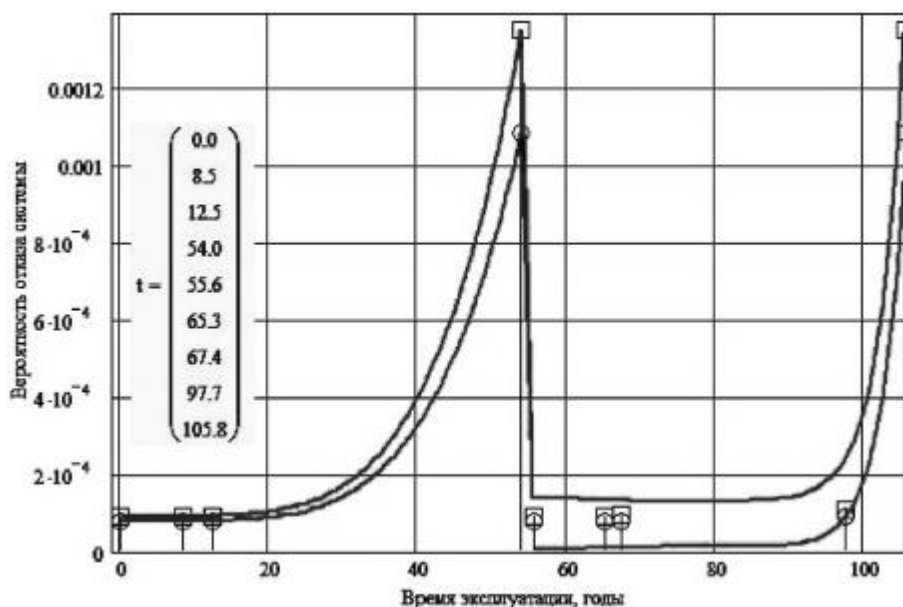


Рис. 3. Фрагмент имитационного моделирования изменения во времени уровня надежности конструктивной системы (по вероятности отказа)

Пятая процедура. Полученные результаты имитационного моделирования подвергаются регрессионному и статистическому анализу для получения моделей, характеризующих процессы изменения во времени уровня надежности системы.

Фрагмент имитационного моделирования изменения во времени уровня надежности рассматриваемой конструктивной системы для одной из копий вектора событий t представлен на рис. 3. Данный фрагмент характеризует области изменения критических значений вероятности отказа системы, ограниченные кусочно-нелинейными функциями регрессии с уровнем доверия 95 %.

По результатам проведенного исследования можно сделать следующий вывод: алгоритмы, разработанные на основании структурных и статистических методов, методов имитационного моделирования и регрессионного анализа, позволяют с достаточной для практики точностью формировать модели изменения за время эксплуатации уровня надежности конструктивных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СНиП 2.05.03-84*. Мосты и трубы.
2. ГОСТ Р 51901.14-2007 (МЭК 61078:2006). Менеджмент риска. Структурная схема надежности и булевы методы.
3. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло: Учеб. пособие для студ. вузов / Г.А. Михайлов, А.В. Войтишек. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 368 с.
4. Рекомендации по содержанию и ремонту металлических пролетных строений автодорожных мостов. – М.: ЦБНТИ Минавтодора РСФСР, 1983.
5. Ziolko J. Naprawa po awarii wiezowego zbiornika na wode // Inzynieria I Budownictwo, 1988, № 1.
6. Райзер В.Д. Методы теории надежности в задачах нормирования расчетных параметров строительных конструкций. – М.: Стройиздат, 1986. – 192 с.
7. ГОСТ 27310-95. Надежность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Общие положения.