

УДК 624.011.2

М.В. Колобов – аспирант, инженер

E-mail: nnmiha@mail.ru

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет

**ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СЖАТО-ИЗГИБАЕМЫХ СОСТАВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ВЕРХНЕГО ПОЯСА ДОЩАТЫХ ФЕРМ ПОКРЫТИЯ С СОЕДИНЕНИЯМИ
НА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЛАСТИНАХ**

АННОТАЦИЯ

Приводится решение задачи об определении вероятности неразрушения (надежности) сжато-изгибаемых составных дощатых элементов на металлических зубчатых пластинах.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: металлические зубчатые пластины, надежность, вероятность отказа, напряжение, композиции гауссовских распределений.

M.V. Kolobov – post-graduate student, engineer

Nizhegorodskiy State University of Architecture and Engineering

**ESTIMATION OF RELIABILITY OF COMPRESSED-BENT COMPONENTS
OF THE TOP BELT OF BOARD FARMS OF THE COVERING WITH CONNECTIONS
ON METAL NAIL PLATES**

ABSTRACT

The decision of a problem on probability definition undestruction (reliability) of compressed-bent compound board elements on metal nail plates is resulted.

KEYWORDS: metal nail plates, reliability, probability of refusal, pressure, compositions gauss distributions.

Наиболее распространенными несущими конструкциями покрытия из досок с соединениями на металлических зубчатых пластинах (МЗП) являются треугольные фермы. Для изготовления ферм используются пиломатериалы хвойных пород древесины толщиной 40...60 мм и шириной 100...150 мм. Пиломатериалы шириной свыше 150 мм уже сейчас являются дефицитным материалом. Поэтому для увеличения высоты поперечного сечения верхнего пояса таких ферм они выполняются составными, как правило, из двух досок шириной 100...150 мм, соединенных по длине пояса металлозубчатыми пластинами.

Элементы верхнего пояса таких ферм работают от совместного действия продольной сжимающей силы N и изгибающего момента M . Сжимающее усилие N в наиболее напряженной опорной панели верхнего пояса треугольных ферм пролетом Z , загруженных равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q , может быть определено по формуле:

$$N = \psi \cdot \frac{q \cdot z}{n \cdot \sin \alpha}, \quad (1)$$

где ψ – множитель, зависящий от числа панелей n [1] (например, для $n = 4$ $\psi = 1,5$, а для $n = 6$ – $\psi = 2,5$); α – угол наклона верхнего пояса.

Для дощатых ферм на МЗП пролетом $Z = 9...12$ м с целью уменьшения расхода древесины на элементы решетки и количества узловых соединений число панелей $n = 4$.

Расчет на прочность сжато-изгибаемых составных деревянных элементов на МЗП может быть выполнен по формуле [2]:

$$\frac{N}{F_{нт}} + 1,1 \cdot \frac{M_{д}}{W_{нт}} \leq R_c, \quad (2)$$

где $F_{нт}$ и $W_{нт}$ – соответственно площадь и момент сопротивления расчетного сечения нетто; R_c – расчетное сопротивление сортной древесины при сжатии; $M_{Д} = M / \xi$ – изгибающий момент от действия поперечных и продольных нагрузок, определяемый из расчета по деформированной схеме; ξ – коэффициент, учитывающий дополнительный момент от продольной силы:

$$\xi = 1 - \frac{\lambda_{пр}^2}{3000} \cdot \frac{N}{F_{бр} \cdot R_c}, \quad (3)$$

где $\lambda_{пр} = \lambda \cdot \mu$ – приведенная гибкость составного элемента [3]; $\lambda = l_{п} / 0,289 \cdot h$; $l_{п}$ – длина панели верхнего пояса; h – высота сечения пояса; $\mu = \sqrt{K_{ж}}$ – коэффициент жесткости [3, 4].

Анализ выполненных расчетов показал, что для двуслойных верхних поясов треугольных дощатых ферм с расчетной длиной панели $l_{п} = 2,5 \dots 3,2$ м, когда краевое напряжение сжатия $\sigma \cong R_c$, коэффициент (3) имеет устойчиво постоянное значение, равное $\xi = 0,76$. Тогда зависимость (2) может быть представлена в виде:

$$\frac{N}{F_{нт}} + 1,45 \cdot \frac{M}{W_{нт}} \leq R_c. \quad (4)$$

Для сжато-изгибаемых элементов соотношение значений M и N характеризуется величиной эксцентриситета $e = M/N$. Воспользуемся величиной относительного эксцентриситета, представляющего отношение абсолютного эксцентриситета e к радиусу ядра сечения $\rho = W_{нт} / F_{нт}$, т.е.:

$$m = \frac{e}{\rho} = \frac{M}{N} \cdot \frac{F_{нт}}{W_{нт}}. \quad (5)$$

С учетом (5) из (4) получим:

$$\frac{N}{F_{нт}} \cdot (1 + 1,45 \cdot m) \leq R_c, \quad (6)$$

или

$$N = \frac{R_c \cdot F_{нт}}{1 + 1,45 \cdot m}. \quad (7)$$

Для прямоугольного поперечного сечения:

$$m = e \cdot \frac{6 \cdot b \cdot h}{b \cdot h^2} = e \cdot \frac{6}{h}. \quad (8)$$

Тогда из (7) получим:

$$N = \frac{R_c \cdot b \cdot h^2}{h + 8,7 \cdot e}. \quad (9)$$

Поскольку верхний пояс ферм состоит из двух досок шириной h_1 каждая, то $h = 2 \cdot h_1$. Следовательно:

$$N_c = \frac{4 \cdot R_c \cdot b \cdot h_1^2}{2 \cdot h_1 + 8,7 \cdot e}. \quad (10)$$

По формуле (10) может быть определена величина продольной сжимающей силы, воспринимаемая расчетным сечением сжато-изгибаемого элемента.

В этом случае условие прочности может быть представлено в виде:

$$N \leq N_c, \quad (11)$$

где N – продольная сжимающая сила, определенная от внешних нагрузок.

Функциональная зависимость величин, входящих в выражение (11), может быть представлена выражениями:

$$N = \Phi(q, z); \quad (12)$$

$$N_c = \Phi(R_c, b, h_1, e). \quad (13)$$

В выражениях (12) и (13) величины q, z, R_c, b, h_1 и e являются случайными. С учетом изменчивости величин, входящих в выражения (12) и (13), должно выполняться условие:

$$N + \Delta N \leq N_c + \Delta N_c, \quad (14)$$

где ΔN и ΔN_c – изменчивость величин N и N_c .

Известно, что изменчивость этих величин может быть описана законом нормального распределения [5, 6]. Тогда по теореме о композиции гауссовских распределений [композиция нормальных (гауссовских) распределений при любом числе слагаемых дает нормальное распределение] величины ΔN и ΔN_c симметричны и распределены по Гауссу [5].

Преобразуя (14), получим:

$$N - N_c \leq \Delta N_c - \Delta N = \tilde{N}_\Delta. \quad (15)$$

В этом неравенстве левая часть является постоянной величиной, а правая случайной величиной \tilde{N}_Δ , характеризуемой отклонением действительных параметров от их расчетных значений.

Для определения среднеквадратического отклонения величин N и N_c выполним дифференцирование выражений (1) и (10) по их случайным аргументам:

$$\frac{\partial N}{\partial q} = \frac{\psi \cdot z}{n \cdot \sin \alpha} = \Gamma_1; \quad (16)$$

$$\frac{\partial N}{\partial z} = \frac{\psi \cdot q}{n \cdot \sin \alpha} = \Gamma_2; \quad (17)$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial R_c} = \frac{4 \cdot b \cdot h_1^2 \cdot (2 \cdot h_1 + 8,7 \cdot e)}{4 \cdot h_1^2 + 34,8 \cdot h_1 \cdot e + 76 \cdot e^2} = \Gamma_3; \quad (18)$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial b} = \frac{4 \cdot R_c \cdot h_1^2 \cdot (2 \cdot h_1 + 8,7 \cdot e)}{4 \cdot h_1^2 + 34,8 \cdot h_1 \cdot e + 76 \cdot e^2} = \Gamma_4; \quad (19)$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial h} = \frac{R_c \cdot b \cdot h_1 \cdot (8 \cdot h_1 + 70 \cdot e)}{4 \cdot h_1^2 + 34,8 \cdot h_1 \cdot e + 76 \cdot e^2} = \Gamma_5; \quad (20)$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial e} = \frac{-34,8 \cdot R_c \cdot b \cdot h_1^2}{4 \cdot h_1^2 + 34,8 \cdot h_1 \cdot e + 76 \cdot e^2} = \Gamma_6. \quad (21)$$

По теореме о композиции гауссовских процессов дисперсия \dot{N}_Δ случайной величины \tilde{N}_Δ может быть определена по формуле:

$$\dot{N}_\Delta = \dot{N}_{\Delta N} + \dot{N}_{\Delta N_c}, \quad (22)$$

в которой значения дисперсий $\dot{N}_{\Delta N}$ и $\dot{N}_{\Delta N_c}$ определяются из выражений:

$$\dot{N}_{\Delta N} = \Gamma_1^2 \cdot \dot{q} + \Gamma_2^2 \cdot \dot{z}; \quad (23)$$

$$\dot{N}_{\Delta N_c} = \Gamma_3^2 \cdot \dot{R}_c + \Gamma_4^2 \cdot \dot{b} + \Gamma_5^2 \cdot \dot{h} + \Gamma_6^2 \cdot \dot{e}. \quad (24)$$

Следовательно, среднеквадратическое отклонение \hat{N}_Δ случайной величины \tilde{N}_Δ определяется по формуле:

$$\hat{N}_{\Delta} = \sqrt{\Gamma_1^2 \cdot \hat{q} + \Gamma_2^2 \cdot \hat{z} + \Gamma_3^2 \cdot \hat{R}_c + \Gamma_4^2 \cdot \hat{b} + \Gamma_5^2 \cdot \hat{h} + \Gamma_6^2 \cdot \hat{e}}. \quad (25)$$

Дисперсии геометрических параметров пиломатериалов определены по данным исследований авторов, которые составили [7]: $\hat{z} = 73 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$; $\hat{b} = 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$; $\hat{h} = 7,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$. Дисперсия эксцентриситета e принимается равной $\hat{e} = (0,1 \cdot \rho)^2$, где $\rho = W_{нт} / F_{нт}$ – ядровое расстояние сечения [8]. Дисперсия интенсивности нагрузки q составляет $\hat{q} = (V_q \cdot q)^2$, где $V_q = 0,3$ – коэффициент вариации интенсивности нагрузки [9]. Дисперсия сопротивления древесины R_c равняется $\hat{R}_c = (V_R \cdot R_c)^2$, где $V_R = 0,2$ – коэффициент вариации прочности древесины [9].

Тогда вероятность отказа составного сжато-изгибаемого элемента на МЗП можно определить по формуле [5]:

$$V = 0,5 - 0,5 \cdot \Phi\left(\frac{N_c - N}{\hat{N}_{\Delta}}\right) = 0,5 - 0,5 \cdot \Phi(t), \quad (26)$$

где $\Phi(t)$ – функция Лампласа.

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot dx. \quad (27)$$

Надежность (вероятность неразрушения) определяется из выражения:

$$P = 1 - V. \quad (28)$$

При определении начальной безотказности (надежности) введем в расчет математические ожидания нагрузки и прочности, оценкой которых могут служить нормативная нагрузка [10] и временное сопротивление сортной древесины $\bar{R}_{сп}$ [9].

Пример: Проверить прочность и определить надежность составной из двух досок бЧн₁=44Ч94 мм опорной панели длиной $l = 2,41 \text{ м}$ верхнего пояса четырехпанельной треугольной фермы на МЗП пролетом 9 м ($\sin \alpha = 0,3557$). Ферма загружена равномерно распределенной нормативной нагрузкой интенсивностью $q^H = 2028 \text{ Н/м}$. Среднее значение коэффициента надежности по нагрузке $\gamma_f = 1,38$. Площадь и момент сопротивления расчетного сечения нетто верхнего пояса составляют $F_{нт} = 82,72 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ и $W_{нт} = 259 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$. Ферма изготовлена из древесины сосны 2-го сорта ($R_c = 13 \text{ МПа}$, $\bar{R}_{вр} = 31 \text{ МПа}$).

Расчетная сжимающая сила (1):

$$N = \frac{1,5 \cdot 2028 \cdot 1,38 \cdot 9}{4 \cdot 0,3557} = 26554 \text{ Н}.$$

Приведенная гибкость [3,4]:

$$l_{np} = l \cdot m = \frac{2,41}{0,289 \cdot 0,188} \cdot 1,23 = 54,6.$$

Коэффициент ξ (3):

$$\chi = 1 - \frac{54,6^2}{3000} \cdot \frac{26554}{82,72 \cdot 10^{-4} \cdot 13 \cdot 10^6} = 0,76.$$

Изгибающие моменты в панели верхнего пояса от расчетной нагрузки (с учетом коэффициента надежности по ответственности здания [11]) $q = 2484 \text{ Н/м}$, перпендикулярной скату:

$$M = 1803 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_D = 2372 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка прочности по формуле (2):

$$\frac{26554}{82,72 \cdot 10^{-4}} + 1,1 \cdot \frac{2372}{259 \cdot 10^{-6}} \approx 13 \text{ МПа} = R_c.$$

Прочность обеспечена.

Значения продольной сжимающей силы и изгибающего момента в опорной панели от действия нормативных нагрузок $q^H = 2028 \text{ Н/м}$ и $q^H = 2484/1,38 = 1800 \text{ Н/м}$: $N^H = 19242 \text{ Н}$ и $M^H = 1302 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Эксцентриситет $e = M^H / N^H = M/N = 0,068 \text{ м}$.

Величина продольной сжимающей силы N_c , воспринимаемой сечением (10):

$$N_c = \frac{4 \cdot 31 \cdot 10^6 \cdot 0,044 \cdot 0,094^2}{0,188 + 8,7 \cdot 0,068} = 61838 \text{ Н}.$$

Значения дисперсий в формуле (25):

$$\begin{aligned} \delta_q &= (0,3 \cdot 2028)^2 = 370150 \left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)^2; \\ \delta_z &= 73 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; \\ \delta_{R_c} &= (0,2 \cdot 31)^2 = 38,44 (\text{МПа})^2; \\ \delta_b &= 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; \quad \delta_h = 7,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; \\ \delta_e &= \left(0,1 \cdot \frac{259 \cdot 10^{-6}}{82,72 \cdot 10^{-4}}\right)^2 = 9,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2. \end{aligned}$$

Значения частных производных (16)...(21) составили:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= 9,48 \text{ м}; \quad \Gamma_2 = 2138 \text{ Н/м}; \quad \Gamma_3 = 0,002 \text{ м}^2; \quad \Gamma_4 = 1,4 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad \Gamma_5 = 1,16 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \\ \Gamma_6 &= 0,7 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \end{aligned}$$

Дисперсии (23) и (24) соответственно равны $N_{\Delta N} = 33265862 \text{ (Н)}^2$ и $N_{\Delta N_c} = 177547120 \text{ (Н)}^2$.

Значение среднеквадратического отклонения, определенное по формуле (25), составит $\hat{N}_d = 14519,4 \text{ Н}$.

Тогда вероятность разрушения (отказа) (26) равняется:

$$\begin{aligned} V &= 0,5 - 0,5 \cdot \Phi\left(\frac{61838 - 19242}{14519,4}\right) = 0,5 - 0,5 \cdot \Phi(2,93) = \\ &= 0,5 - 0,5 \cdot 0,9966 = 0,0017 \text{ (0,17 \%)}. \end{aligned}$$

Надежность (вероятность неразрушения) (28) составит:

$$P = 1 - 0,0017 = 0,9983 \text{ (99,83 \%)}.$$

Дисперсия продольной сжимающей силы, воспринимаемой сечением $\hat{N}_{\Delta N_c} = 177547120 \text{ (Н)}^2$, а среднеквадратическое отклонение $\hat{N}_{\Delta N_c} = 13324,7 \text{ Н}$. В этом случае:

$$\begin{aligned} K &= \frac{61838}{19242} = 3,2; \\ V_{N_c} &= \frac{13324,7}{61838} = 0,215; \\ t_S &= \frac{3,2 - 1}{\sqrt{0,3^2 + 3,2^2 \cdot 0,215^2}} = 2,93. \end{aligned}$$

Вероятность разрушения составит:

$$V = 0,5 - \Phi(2,93) = 0,5 - 0,5 \cdot 0,9966 = 0,0017 (0,17 \%).$$

Для повышения степени надежности составных сжато-изгибаемых элементов любой из серии изготовленных дощатых ферм на МЗП необходимо усовершенствовать весь технологический процесс изготовления и тем самым уменьшить изменчивость характеристик качества, а, следовательно, и значение $\hat{N}_{\Delta N_c}$. Если это по каким-либо причинам окажется невозможным, то необходимо увеличить размеры поперечного сечения элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Отрешко А.И. Справочник проектировщика. Деревянные конструкции. – М.: Госстройиздат, 1957. – 262 с.
2. Цапаев В.А., Колобов М.В. Расчет сжато-изгибаемых составных элементов дощатых конструкций на податливых связях // Приволжский научный журнал, 2010, № 1. – С. 26-29.
3. Карлсен Г.Г., Большаков В.В., Касан М.Е., Свечинской Г.В. Деревянные конструкции. – М., – Л.: Госстройиздат, 1952. – 747 с.
4. Пособие по проектированию деревянных конструкций (к СНиП II-25-80) / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1986. – 216 с.
5. Авиром Л.С. Надежность конструкций сборных зданий и сооружений. – Л. Стройиздат, 1971. – 215 с.
6. Цапаев В.А., Колобов М.В., Торопов А.С. Статистическая оценка распределения прочности составных деревянных балок на МЗП // Актуальные проблемы строительного и дорожного комплексов – 2009. Межвузовский сборник научных статей. – Йошкар-Ола, 2009. – С. 95-100.
7. Цапаев В.А., Колобов М.В. Изменчивость геометрических параметров пиломатериалов // Строительные материалы, 2010, № 1 – С. 61-63.
8. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании. – М.: АСВ, 1998. – 304 с.
9. Знаменский Е.М. О совокупной оценке и нормировании уровня надежности деревянных конструкций по доминирующим факторам // Исследования в области деревянных конструкций: Сб. научн. тр. / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М., 1985. – С. 12-23.
10. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1981. – 351 с.
11. Цапаев В.А., Колобов М.В. Нормирование уровня надежности соединений деревянных конструкций на металлических зубчатых пластинах по доминирующим факторам // Итоги строительной науки. Материалы V международной научно-технической конференции. – Владимир, 2009. – С. 37-42.