

УДК 624.046.5

**Ф.Х. Ахметзянов** – кандидат технических наук, доцент

Тел.: (843) 510-47-05

**Казанский государственный архитектурно-строительный университет**

**ДИАГРАММЫ НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) БЕТОНА  
И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ И КРИТЕРИЕВ  
ПОВРЕЖДАЕМОСТИ ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОМ  
НАГРУЖЕНИЯХ БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
(ЧАСТЬ 1)**

**АННОТАЦИЯ**

В качестве показателя снижения сопротивляемости бетона при нагружении по диаграмме  $\sigma$ - $\epsilon$  предложен параметр повреждаемости  $I$  в виде отношения величины неупругих деформаций бетона к полным. Установлены зависимости параметра повреждаемости от уровня напряжений и прочности бетона с удовлетворительной сходимостью с экспериментальными данными (отклонение не более +9,5 %). Приведены формулы для определения эффективного напряжения, модуля деформаций, текущих относительных деформаций повреждаемого бетона при кратковременном и продолжительном нагружениях.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** неупругие и полные деформации бетона, параметр повреждаемости.

**F.Kh. Akhmetzyanov** – candidate of technical science, associate professor

**Kazan State University of Architecture and Engineering**

**PRESSURE AND DEFORMATION CONCRETE DIAGRAMMES ( $\sigma$ - $\epsilon$ )  
AND THEIR USE FOR DEFINITION OF PARAMETRES AND CRITERIA OF DAMAGEABILITY  
AT SHORT-TERM AND LONG LOADING OF CONCRETE AND FERRO-CONCRETE ELEMENTS  
(PART 1)**

**ABSTRACT**

As an indicator of decrease of resistibility of concrete at loading on the diagramme  $\sigma$ - $\epsilon$  the parameter of concrete damage  $I$  in the form of the relation of size of non-elastic deformations of concrete to full is offered. Dependences of parameter of damageability on the level of stress and durability of concrete with satisfactory convergence with experimental data (a deviation no more than +9,5 %) are established. Formulas for definition of effective pressure, the module of deformations, current relative deformations of damaged concrete are brought at short-term and long loadings.

**KEYWORDS:** non-elastic and full deformations of concrete, damages, parameter, criteria of damage.

1. Диаграмма  $\sigma$ - $\epsilon$  в подавляющем большинстве экспериментов и наблюдений является результатом измерений относительных деформаций на поверхности элементов (электротензорезисторами, тензомерами, с помощью оптических покрытий). Деформации  $\epsilon$  являются результатом воздействий напряжений  $\sigma$ . Остальные факторы, например, температуру, считаем постоянными.

Возникновение повреждений в объемах (начинающихся с микродефектов) в наиболее напряженных или слабых местах материала можно фиксировать разными способами: изменением скорости ультразвука, модуля упругости, измерением акустической и световой эмиссии, диэлектрических свойств, свето- и газопроницаемости [1]. Этими методами получают усредненные данные о поврежденности. Большую информацию о конкретной микроструктуре дефектов указывают инфракрасная спектроскопия и рассеяние рентгеновских лучей.

Определение напряженно-деформированного состояния строительных элементов из бетона и железобетона от нагрузок и воздействий относится к области механики твердого деформируемого тела [2]. В этой области возникла как самостоятельная ветвь механики деформируемого твердого тела механика разрушения [3, 4].

При этом на наших глазах расширяются границы этой новой научной дисциплины, так как при решении проблем разрушения бетона объединяются не только усилия бетоноведов, но и физиков, физико-химиков [5, 6, 7].

Бетон и железобетон до определенного уровня нагружения могут сопротивляться нагрузкам и воздействиям при имеющихся трещинах с ограниченным раскрытием. Поэтому его относят к «квазихрупким» материалам [8, 9].

Размеры трещин, возникающих при малых значениях нагрузок и воздействий, сравнимы с характерными размерами микроструктуры [5, 10]. С увеличением нагрузок и воздействий возрастает количество трещин на удельной площадке и объеме элемента, происходит слияние благоприятно расположенных относительно напряжений и общей траектории величины накопленной в связях деформации.

Поэтому диаграмма напряжения-деформации  $\sigma$ - $\epsilon$  бетона (цементного камня), являясь показателем эволюции в поперечное сечение относительных псевдодеформаций (раскрытия трещин), позволяет проследить этапы процесса постепенного истощения сопротивляемости (наступления глобального разрушения) вследствие изменения физико-механических характеристик материала.

2. Представления о разрушении бетона, необходимые для предложения критериев повреждаемости на основе диаграммы  $\sigma$ - $\epsilon$ , сводятся к следующим положениям:

- а) разрушение бетона (цементного камня) не есть мгновенный акт, а процесс во времени;
- б) распространению магистральной трещины, появляющейся и вызывающей снижение пиковой (максимальной) сопротивляемости, предшествуют предварительные этапы: появление и накопление микротрещин; их эволюция в макротрещины;
- в) размер микротрещины обуславливается характерным размером основных структурных кристаллитов, зерен цементного камня.

3. На поверхности (в поверхностном слое) строительных элементов в среднем концентрация дефектов максимальна (превышает концентрацию в более глубоко от поверхности расположенных слоях).

Это объясняется максимальным воздействием наружной среды (температуры, солнечной радиации, атмосферных осадков) и тем, что в атомах и молекулах поверхности имеются не компенсированные взаимодействием с другими атомами и молекулами электростатические (кулоновские) силы в противоположность расположенным глубже от поверхности.

Кроме этого, могут иметься усадочные трещины в поверхностном слое элемента. Вследствие того, что концентрация напряжений в зоне трещин в десятки и сотни раз превышает концентрацию напряжений вокруг пор (максимальная концентрация вокруг круглых пор трехкратно) относительно напряжений на бездефектных участках [3], то при рассмотрении диаграммы  $\sigma$ - $\epsilon$  влиянием пористости можно пренебречь.

Пренебрегаем и влиянием шероховатости поверхности элементов на диаграмму  $\sigma$ - $\epsilon$ .

4. Рассмотрим вид и участки диаграммы  $\sigma$ - $\epsilon$  бетона в зоне чистого изгиба, растягиваемого механической нагрузкой образцов [10] (рис. 2, 5).

В этой работе, благодаря использованию голографической интерферометрии, точность фиксации раскрытия трещин увеличена на порядок в сравнении с измерением тензомерами. Ширина раскрытия первой силовой трещины в момент ее выявления на интерферограмме в среднем равнялась 2..5 мкм, а тензорезисторами указанная трещина выявлялась при ширине раскрытия примерно 20..25 мкм, при уровне напряжений соответственно  $0,7 R_{bth}$  и при  $(0,9..0,95)R_{bth}$ .

На диаграмме  $S_{bt} - e_{bt}$  начальный угол (между осью абсцисс и диаграммой) является наименьшим в интервале нагрузки от 0 до  $0,7 R_{bth}$ . Начальный участок при уровне нагружения  $\sim 0,1 R_{bth}$  (точнее,  $0,093$ ). Переходит на больший угол с  $75^\circ$  до  $85^\circ$  (с  $0,56 R_{bth}$  до  $0,7 R_{bth}$  на  $91^\circ$ ), т.е. модуль упругости увеличивается. Этот участок соответствует деформационному упрочнению бетона. Отметим, что деформационное упрочнение на диаграмме сжатия  $\sigma$ - $\epsilon$  описано в горных породах [12]. Упрочнение проявляется в увеличении модуля упругости и коэффициента Пуассона. На упрочнение бетона при растяжении было обращено внимание [8] и для объяснения механизма упрочнения использовалась концепция Э. Орована, Э. Шмида накоплением дефектов кристаллической решетки в процессе микропластической деформации. Эта концепция используется и при математическом моделировании пластической деформации [13].

Пластическая деформация и трещинообразование в материалах является результатом необратимых смещений атомов (ионов). В кристаллах эти смещения в большинстве случаев

происходят путем движения дислокаций, потому что другие механизмы деформации – диффузионный перенос и зернограничное скольжение – в бетоне затруднены при обычных температурах. Движение дислокаций может вызывать микропластическую деформацию путем либо скольжения, либо двойникования. Деформирование двойникованием идет в случаях, когда скольжение по тем или иным причинам затруднено (при низких температурах, высоких скоростях деформации, большой микронеоднородности структуры). В поликристаллах (типичный бетон) из-за разной ориентации и размеров зерен деформация в них начинается не одновременно и развивается неоднородно [14, 15].

В поликристаллах цементного камня обнаружены дислокации, количество которых в блоках мозаики кристаллов доходило до  $10^{11} \dots 10^{12} \text{ см}^{-2}$  [16].

Размер микротрещин при известном числе дислокаций в скоплении и векторе Бюргера равен  $0,01 \dots 0,48 \text{ мкм}$  [17]. По интерферограммам ориентировочно длина трещин была при  $0,28 M_{cr}$  50 мм при раскрытии  $\approx 10 \dots 30 \text{ мкм}$ . Отношение длины к максимальному раскрытию трещин

$$\frac{l}{a_{crc}} = \frac{50}{0,1 \dots 0,3} = 500, \text{ то } a_{crc} = \frac{(0,01 \dots 0,48)}{500 \cdot 167} = 0,00002 \dots 0,001 \text{ и } 0,00006 \dots 0,0029 \text{ мкм, что примерно}$$

равно размеру ячейки кристалла и более.

По диаграмме рис. 1 раскрытие трещин составляло: при  $0,7 R_{bth} - 2,5 \text{ мкм}$  ( $0,002 \dots 0,005 \text{ мм}$ ) при  $(0,9 \dots 0,95) R_{bth} - 20 \dots 25 \text{ мкм}$ , при  $1 R_{bth} - 100 \text{ мкм}$ .

5. Рассмотрение особенностей, характеризующих магистральную трещину в зоне чистого изгиба бетонного образца, приводит к таким выводам:

а) перед появлением магистральной трещины величина неупругой относительной деформации

на диаграмме  $\sigma$ - $\epsilon$  равна упругой  $n = \frac{e^e}{e_b} = 0,5$  (при  $0,9 \dots 0,95) R_{bth}$ ;

б) приращением нагрузки в период распространения магистральной трещины можно пренебречь, т.к. оно составляет примерно  $(0,1 \dots 0,05) R_{bth}$  (т.е. его можно считать случайным);

в) при распространении магистральной трещины до пикового (максимального) нагружения отношение приращения напряжения к приращению относительной деформации остается постоянным (т.е. зависимость между напряжениями и относительными деформациями линейна). Это объясняется большой скоростью магистральной трещины (равной  $\sim$  скорости звука). Поэтому прочими деформациями образца (элемента) при распределении магистральной трещины, кроме ее деформации от раскрытия, можно пренебречь. В опытах эта псевдодеформация превосходила суммарную величину упругих и неупругих деформаций в полтора раза, составив  $4 \cdot 10^{-4}$ ;

г) появление магистральной трещины превосходило после раскрытия макротрещины до  $20 \dots 25 \text{ мкм}$  ( $0,02 \dots 0,025 \text{ мм}$ ).

6. В отличие от магистральной трещины, предшествующее ей развитие макротрещины происходило в интервале уровня погружения от  $0,7$  до  $(0,9 \dots 0,95) R_{bth}$ . При нелинейной зависимости между напряжениями и относительными неупругими деформациями величина неупругих деформаций (до появления магистральной трещины) составляла от  $1,3 \cdot 10^{-5}$  до  $3 \cdot 10^{-4}$ .

Характеристики упругих и неупругих относительных деформаций по диаграмме  $\sigma$ - $\epsilon$  на рис. 1 представлены в таблице.

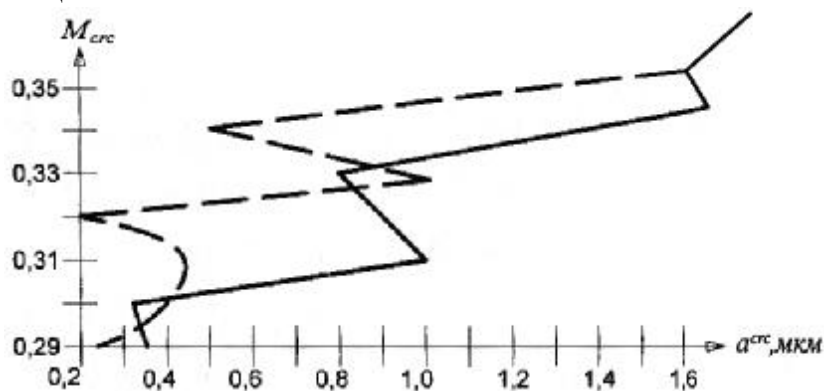


Рис. 1. Изменение раскрытия трещин в зоне чистого изгиба железобетонных образцов  $50 \times 70 \times 570 \text{ мм}$  от действующего момента в долях от  $M_{cr}$  (в интервале  $(0,35 \dots 0,45) M_{cr}$  увеличилось до  $25 \text{ мкм}$ ).

Тензорезисторы выявили трещины только при раскрытии  $25 \text{ мкм}$

**Изменение величин деформаций, коэффициента упругости  $n$ , параметра повреждаемости  $\Pi=1-n$  с изменением относительных напряжений при  $a_{cr0}=0$  (т.е.  $S_0/R_{bth}=0,7$ ) до  $a_{cr0}=20...25$  мкм**

(т.е.  $S_n/R_{bth}=0,9$ )

Приращения напряжений	Соответствующая приращениям величина относительных деформаций			Коэффициент упругости $n = e^e / e^b = e^e + e^{\neq e}$	Параметр повреждаемости $\Pi=1-v$	Примечания	
	Упругих $e^e$	Неупругих $e^{\neq e}$	Сумма упругих и неупругих $e^{\neq e} + e^e$				$\frac{n_{теор.по\ p(5)}}{n_{опыт}}$
1	2	3	4	5	6	7	8
0,2	0,95	0,07	1,02	0,93	1,05	0,07	Раскрытие макротрещин 0,002 мкм
0,4	1,0	0,15	1,15	0,87	1,06	0,13	
0,6	1,05	0,35	1,4	0,75	1,093	0,25	
0,8	1,11	0,65	1,76	0,63	1,095	0,37	
1,0	1,15	1,15	2,3	0,5	1,04	0,5	Раскрытие макротрещины 0,02 мм

Эти относительные напряжения при  $a_{cr0}^{макро}=0$  и  $a_{cr0}^{микро}=20...25$  мкм, т.е. в интервале развития неупругих деформаций от 0 до появления магистральной трещины, примем, соответственно, равными относительному 0 и 1.

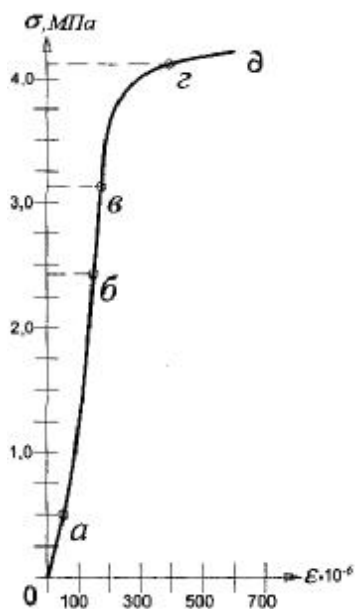


Рис. 2. Диаграмма деформирования растянутой грани изгибаемого бетонного образца.

Уровни нагрузки, при которых выявлены первые трещины: 1 – методом электротензометрии; 2 – голографической интерферометрии; 0-а; а-б; б-в; в-г; г-д – соответственно интервалы: влияние начальных повреждений структуры; упрочнения материала; разупрочнения; развития макротрещин; появление и развитие магистральной трещины

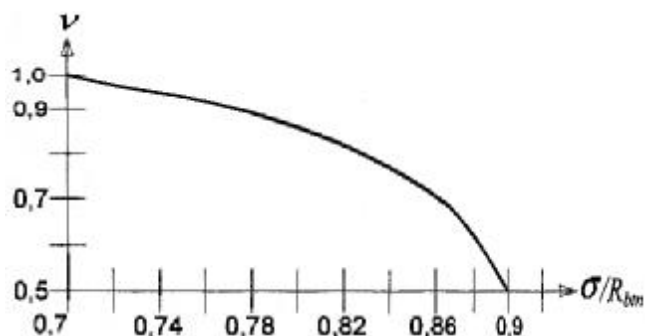


Рис. 3. Изменение коэффициента упругости  $v$  от уровня относительных напряжений бетонного образца при появлении неупругих деформаций (бетон В 97 МПа),  $R_{bth}=4,4$  МПа

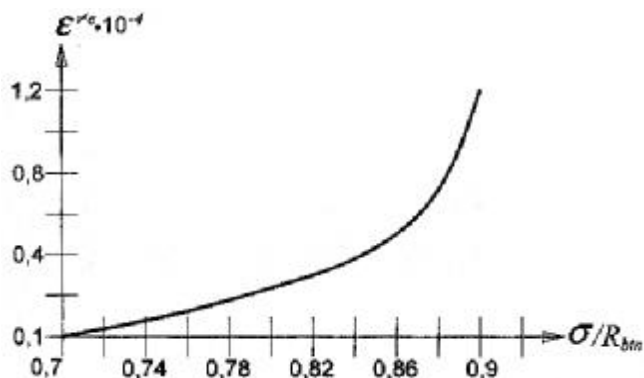


Рис. 4. Изменение неупругих относительных деформаций при возрастании напряжений в бетонном образце при изгибе ( $R_{bth}=4,4$  МПа)

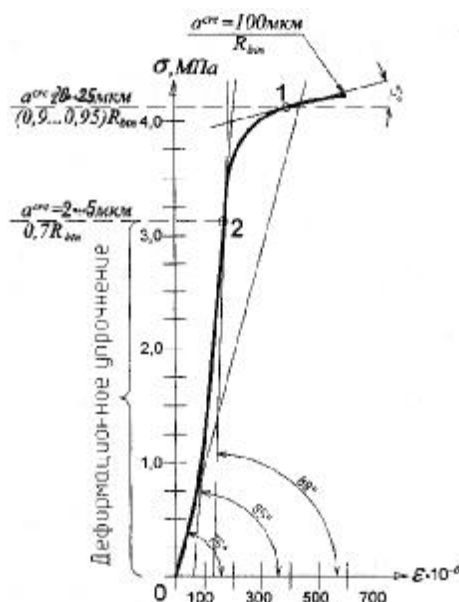


Рис. 5. Диаграмма деформирования растянутой грани изгибаемого бетонного образца. Уровни нагрузки, при которых выявлены первые трещины: 1 – методом электротензометрии; 2 – голографической интерферометрии

Как видно из табл. и рис. 2, 3, 4, 5, накопление неупругих деформаций – причина появления макротрещины (нарушения сплошности структуры – повреждаемости). Поэтому в предложенном параметре повреждаемости относительный уровень неупругих деформаций – один из учитываемых основных факторов процесса. Так как полные деформации бетона включают упругие и неупругие деформации, а первые нетрудно подсчитать по приводимым в действующих нормах величинам начальных модулей упругости для соответствующего класса бетона (по прочности на сжатие), то предложено параметр повреждаемости  $\Pi$  выражать через коэффициент упругости и класс бетона по прочности на сжатие (поскольку модули упругости бетона для растяжения и сжатия одинаковы). На основе анализа значений коэффициента упругости для бетона класса В15 и В60 [18], данных опытов [10] из условия (1)

$$e^b = e^e + e^{ne} \tag{1}$$

$$\frac{e^e}{e^b} + \frac{e^{ne}}{e^b} = 1$$

следует

$$\Pi = 1 - \frac{e^e}{e^b} = 1 - n \tag{2}$$

Предлагается также определять по выражениям

$$\Pi = \left( \frac{A/\sqrt[4]{B}}{\sqrt[4]{B}} \right) \cdot \left( \frac{s_b}{R_b} \right)^2 \text{ или } \left( \frac{s_{bt}}{R_{bt}} \right)^2 \tag{3}$$

$$n = 1 - \Pi = 1 - \left( \frac{A/\sqrt[4]{B}}{\sqrt[4]{B}} \right) \cdot \left( \frac{s_b}{R_b} \right)^2 \tag{4}$$

$$\text{или } n = 1 - \Pi = 1 - \left( \frac{A/\sqrt[4]{B}}{\sqrt[4]{B}} \right) \cdot \left( \frac{s_{bt}}{R_{bt}} \right)^2 \tag{5}$$

Постоянная  $A$  принимает 1,5;

$B$  – класс бетона по прочности сжатия.

Выражения (4), (5) развивают формулу [19] для приложения к бетону

$$s_{II} = s_0 / (1 - II)^a$$

Формулы (4) и (5) предлагаются для описания параметра повреждаемости  $II$  и коэффициента упругости в диапазоне  $B15 \dots B100$ . Для высоких прочностей  $B > 60$  их сходимость ниже (погрешность до 9,3 %), см. колонку 6 в табл., чем для  $B15 \dots B60$ .

Текущие модули деформаций бетона (при кратковременном, однократном, возрастающем напряжении – на активной ветви деформирования (до пиковой нагрузки)) предлагается определять по выражениям:

$$E_{II} = E_0 \left[ 1 - \left( \frac{1,5}{\sqrt[4]{B}} \right) \cdot \left( \frac{s_b}{R_b} \right)^2 \right] \quad (6)$$

или

$$E_{II} = E_0 \left[ 1 - \left( \frac{1,5}{\sqrt[4]{B}} \right) \cdot \left( \frac{s_{bt}}{R_{bt}} \right)^2 \right]. \quad (7)$$

Текущие относительные деформации тяжелого бетона  $e_i$  при напряжении  $u_i$  определяются по формуле

$$e_i = \frac{s_i}{E_0 \left[ 1 - \left( \frac{1,5}{\sqrt[4]{B}} \right) \cdot \left( \frac{s_b}{R_b} \right)^2 \right]} \quad (8)$$

$$e_i = \frac{s_i}{E_0 \left[ 1 - \left( \frac{1,5}{\sqrt[4]{B}} \right) \cdot \left( \frac{s_{bt}}{R_{bt}} \right)^2 \right]}. \quad (9)$$

При продолжительном нагружении бетона в строительных элементах статической механической нагрузкой деформации с учетом ползучести и повреждаемости для проектных эксплуатационных напряжений  $\sigma(t, \tau)$  и приращения напряжений в момент  $\tau$ , определяется по выражению [19]:

$$e(t) = \frac{s(t)}{E(t)} + s(t) \cdot C(t, t) + \int_{t_1}^t \frac{ds}{dt_1} \left[ \frac{1}{E(t)} + C_{II}(t, t) \right] dt_1 \quad (10)$$

$$C_{II}(t, t) = C(t, t) + e^{crc}(t, t) \quad (11)$$

где  $\tau, t$  – моменты нагружения и оценки деформаций соответственно;

$\tau_1$  – момент приращения напряжений;

$C(t, t)$  – мера ползучести бетона;

$C_{II}(t, t)$  – мера ползучести и псевдодеформаций от повреждений бетона.

$$e^{crc}(t, t) = \sum_1^n a_i^{\max} / l \quad (12)$$

для этапа до появления магистральных трещин

$$e^{crc}(t, t) = \sum_1^k a_{ik}^{\max} / m_i \quad (13)$$

для этапа при появлении магистральных трещин,

где  $a_i^{\max}$  и  $a_{ik}^{\max}$  – максимальное раскрытие рассеянных и магистральных трещин соответственно;

$l, m_i$  – длина элемента, осредненное расстояние от магистральной трещины до других трещин.



### Заключение

В статье к основным результатам относятся: установление на диаграмме деформирования бетона влияния процессов упрочнения и разупрочнения структуры бетона, отношения длины визуально наблюдаемых макротрещин к их максимальному раскрытию на поверхности образца, что равенство упругих и неупругих относительных деформаций бетона при изгибе соответствует раскрытию макротрещины до 20...25 мкм (перед появлением магистральной трещины). Предложен и введен деформационный параметр повреждаемости для определения модуля деформаций повреждаемого бетона,  $E_{II}$ , эффективного напряжения  $S_{II}$  в бетоне для поперечного сечения элемента с трещиной. Эти результаты, представляется, имеют научную новизну.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Томуж В.П., Куксенко В.С. Макромеханика разрушения полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1978.
2. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996.
3. Зайцев Ю.В. Механика разрушения для строителей. – М.: Высшая школа, 1991.
4. Пирадов К.А., Гузеев Е.А. Механика разрушения железобетона. – М.: НИИЖБ, 1998.
5. Баженов Ю.М. Технология бетона. – М.: Высшая школа, 1978.
6. Ахвердов Ю.М. Основы физики бетона. – М.: Стройиздат, 1981.
7. Кузнецова Т.В., Кудряшов И.В., Тимашев В.В. Физическая химия вяжущих материалов. – М.: Высшая школа, 1989.
8. Ахметзянов Ф.Х. К особенностям деформирования, повреждаемости, изменения физико-механических характеристик бетона в конструкциях // Известия вузов. Строительство, 1993, № 9. – С. 150-155.
9. Зайцев Ю.В. Моделирование деформаций бетона методами механики разрушения. – М.: Стройиздат, 1989.
10. Цилосани З.Н., Далакишвили Г.Л., Нижарадзе М.Д. Исследование трещинообразования в бетоне и железобетоне методом голографической интерферометрии // Бетон и железобетон, 1990, № 8. – С. 8-11.
11. Ахметзянов Ф.Х. К оценке концентрации усадочных микротрещин в цементном камне // Известия вузов. Строительство и архитектура, 1986, № 11. – С. 5-56.
12. Глушко В.Т., Виноградов В.В. Разрушение горных пород и прогнозирование проявлений горного давления. – М.: Недра, 1982.
13. Попов Л.Е., Пудан Л.Я., Колупаева С.Л., Кобытев В.С., Старенченко В.А. Математическое моделирование пластической деформации. – Томск, ТГУ, 1990. – 325 с.
14. Орлов А.Н. Введение в теорию дефектов в кристаллах. – М.: Высшая школа, 1983.
15. Золотаревский В.С. Механические свойства металлов. – М.: Металлургия, 1983.
16. Макридин Н.И., Максимова И.Н., Прошин А.П., Соломатов В.Н., Соколова Ю.А. Структура, деформативность, прочность и критерии разрушения цементных бетонов. – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 2001.
17. Узун И.Л. Коэффициенты упругопластичности бетона сжатой зоны на всех стадиях работы // Бетон и железобетон, 1993. – С. 26-27.
18. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966.
19. Ахметзянов Ф.Х. Классификация повреждений бетона, предпосылки оценки его остаточной несущей способности в строительных элементах бетона при отсутствии и наличии армирования с простым механическим нагружением // Известия КазГАСУ, 2009, № 2. – С. 99-102.