



УДК 532.5:621.694

**Т.В. Белавина** – старший преподаватель

**Я.Д. Золотонос** – доктор технических наук, профессор

**Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КазГАСУ)**

## **ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЙ ПАРОСТРУЙНЫЙ ПОДОГРЕВАТЕЛЬ ДЛЯ СИСТЕМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ ЖИЛЫХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ЗДАНИЙ**

### **АННОТАЦИЯ**

В работе приведены полные математические модели и результаты численной реализации задачи сопряженного теплообмена в радиально вращающемся криволинейном конвергентном канале, сочлененном с кольцевым насадком. Поверхность криволинейного канала спрофилирована дробно-линейной функцией. Подтверждена адекватность построенных математических моделей путем сравнения полученных значений поля скоростей с результатами, опубликованными в литературе. Расхождения составляют  $\pm 12\%$ .

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** Гидродинамика, сопряженный теплообмен, пароструйный подогреватель, поле температур, теплоснабжение.

**T.V. Belavina** – senior lecturer

**Y.D. Zolotonosov** – doctor of technical sciences, professor

**Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)**

## **THE HIGHLY EFFECTIVE STEAM-EJECTING HEATER FOR SYSTEMS OF HEAT SUPPLY IN INHABITED AND INDUSTRIAL BUILDINGS**

### **ABSTRACT**

In the work the full mathematical models and results of numerical realization of a problem of the interfaced heat exchange in radially rotating curvilinear convergent channel, jointed with ring nozzle, are considered. The surface of curvilinear channel is executed by fractional-linear function. The adequacy of constructed mathematical models is confirmed by comparison of the received values of speeds field with the results published in literature. Divergences are at  $\pm 12\%$  level.

**KEYWORDS:** Hydrodynamics, interfaced heat exchange, steam-ejecting heater, field of temperatures, heat supply.

### **Введение**

В настоящее время для систем отопления промышленных и жилых зданий широко применяются гравитационные струйные аппараты инжекторного и эжекторного типа. Простота схем включения и конструкций обеспечивают широкую область использования этих аппаратов в системах теплоснабжения [1]. Однако наряду с положительными качествами такие смешивающие устройства обладают и рядом недостатков, а именно: низким КПД [2], малым коэффициентом инжекции, не превышающим в лучших конструкциях значения 0,21 [1], остается актуальной и проблема надежной работы таких аппаратов во всех режимах от запуска до остановки [3].

В связи с этим представляется перспективной попытка использования в современных системах теплоснабжения пароструйного подогревателя центробежного типа [4].

Пароструйный подогреватель (рис. 1) содержит корпус 1 в виде спирального отвода с выходным коноидальным патрубком 2. Внутри корпуса 1 расположен свободно вращающийся ротор 3, состоящий из внешнего корпуса 4, периферийная часть которого завершается насадкой в виде диффузора 5 и жестко связанного с ним перегородками 6, установленными в объеме камеры 9. Криволинейный конвергентный круговой канал 7 смонтирован на приводном валу 11 и жестко связан с коаксиальной цилиндрической трубой 12, выполненной из криволинейных конфузorno-диффузорных элементов. Радиально вращающийся криволинейный конвергентный канал 7 снабжен радиальными лопатками 8, которые используются для снижения эффекта проскальзывания рабочей жидкости в проточной части канала, поддержания заданного напора и увеличения поверхности теплообмена (за счет внутреннего «оребрения»). На выходе из конвергентного канала, для обеспечения тонкого диспергирования жидкости и

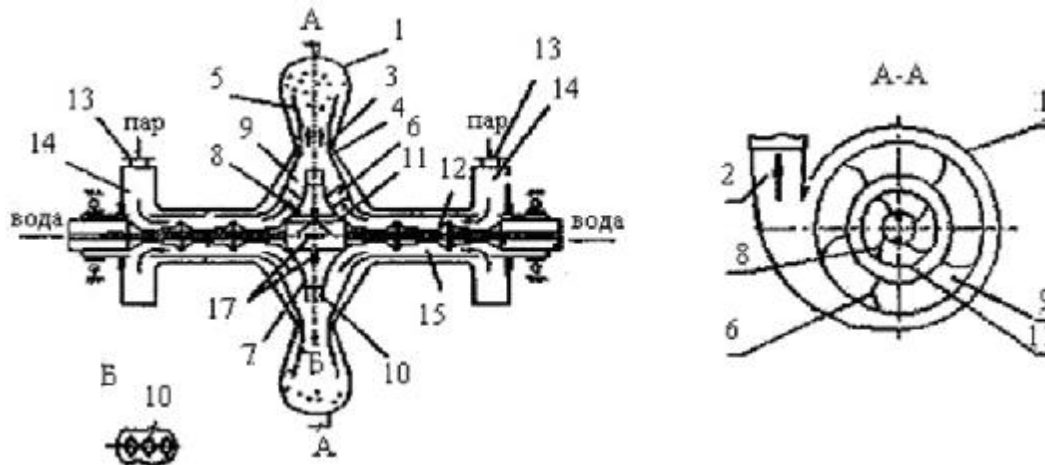


Рис. 1. Центробежный пароструйный подогреватель

интенсификации межфазового взаимодействия, непрерывным рядом по окружности расположены кольцевые насадки 10, выполненные в виде призматических элементов с четырехугольной формой сечения.

Подача инжектирующей жидкости в объем криволинейного конвергентного канала 7 осуществляется через питающие радиальные патрубки 17 трубы 12. Подача инжектируемого пара в камеру 9 осуществляется через штуцера 13 карманов 14 и межтрубному пространству 15.

Существенным преимуществом предлагаемого подогревателя являются высокие коэффициенты инжекции, а также возможность регулирования его производительности без нарушения тепловых и гидродинамических режимов работы.

Однако широкое внедрение аппаратов этой серии в системах теплоснабжения сдерживается отсутствием систематизированных экспериментальных и теоретических исследований, касающихся гидродинамики и теплообмена рабочих сред в проточной части пароструйного подогревателя, в том числе: во вращающихся трубах и конвергентном канале.

### Математическая модель, алгоритм численной реализации и анализ результатов задачи сопряженного конвективного теплообмена

Вращающийся конвергентный криволинейный канал, снабженный радиальными лопатками (рис. 2), представляет собой поверхность вращения, заданную дробно-линейной функцией вида:  $h(r) = \frac{k}{r+m}$ , где

$$k = z_0 z_1 \frac{r_1 - r_0}{z_0 - z_1}, \quad m = \frac{z_1 r_1 - z_0 r_0}{z_0 - z_1}, \quad r \in [r_0, r_1], \quad r_0, r_1 - \text{радиусы входного и выходного сечений канала,}$$

$z_0 = h(r_0), z_1 = h(r_1)$  – половина «высоты» входного и выходного сечений канала. На выходе из канала расположена жесткая стенка с ромбовидными отверстиями (рис. 2, вид А). Область отверстий записана следующим образом [5, 6]:

$$D: |z| \leq \begin{cases} \frac{2h(r_1)(pj - (i-1)y)}{y}, & \frac{u(i-1)}{p} \leq j \leq \frac{y(i-1/2)}{p} \\ \frac{2h(r_1)(iy - pj)}{y}, & \frac{u(i-1/2)}{p} \leq j \leq \frac{ui}{p} \end{cases}, \quad i = \overline{1, p}.$$

Здесь  $\gamma = \beta - \alpha$  – угол, образованный двумя соседними лопатками,  $p$  – число отверстий,  $i$  – номер отверстия

( $i = \overline{1, p}$ ), «ширина» одного отверстия равна  $u = \frac{2r_1}{p}$ .

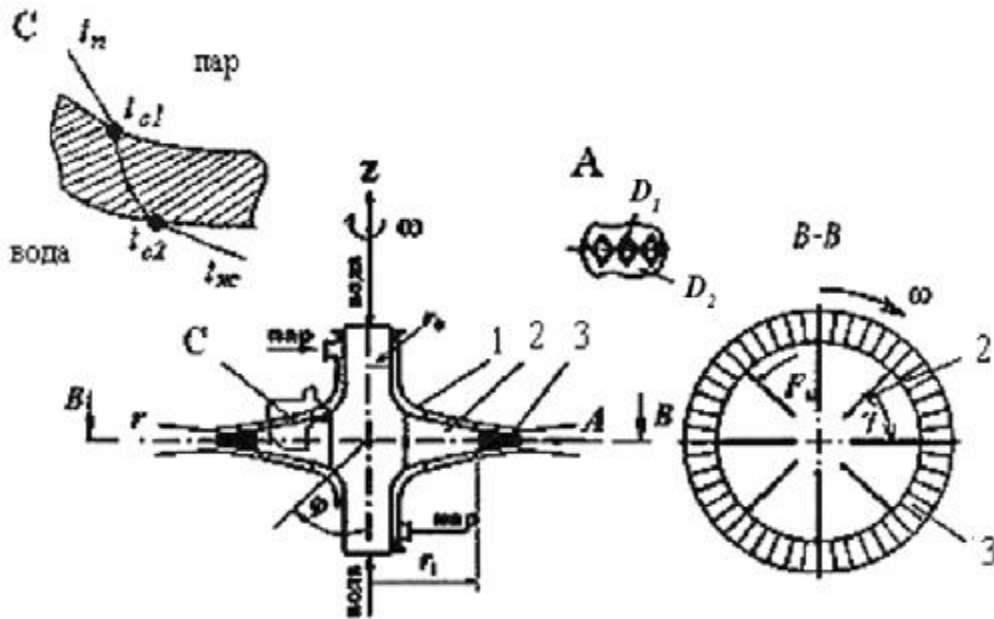


Рис. 2. Элемент центробежного пароструйного подогревателя: 1 – конвергентный криволинейный канал  $z = h(r)$ ; 2 – радиальные лопатки; 3 – кольцевые насадки

Решение задачи сопряженного теплообмена в криволинейном конвергентном канале, снабженном радиальными лопатками, ищем в виде:  $V_j = w \bar{r} r_0 G(\bar{r}, j, \bar{z})$ ;  $V_r = u_0 f(\bar{r}, j, \bar{z})$ ;  $V_z = u_0 H(\bar{r}, j, \bar{z})$ ;  $p - p_0 = \rho u_0^2 P(\bar{r}, j, \bar{z})$ ;  $T(\bar{r}, j, \bar{z}) = T_0 t_{жк}(\bar{r}, j, \bar{z})$ ;  $T_c(\bar{r}, j, \bar{z}) = T_0 t_c(\bar{r}, j, \bar{z})$ ;  $T_{л}(\bar{r}, j, \bar{z}) = T_c t_{л}(\bar{r}, j, \bar{z})$ .

Система уравнений в цилиндрической системе координат (в безразмерном виде), состоящая из полных уравнений движения, неразрывности, энергии и теплопроводности для стенок канала и радиальных лопаток с учетом центробежных и кориолисовых сил, имеет вид [6]:

$$f \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \right) + NG \frac{\partial f}{\partial j} + \frac{1}{h} H \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - 2fN \sin j = - \left( \frac{\partial P}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial P}{\partial \bar{z}} \right) +$$

$$+ \frac{\bar{d}}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2} - \right. \quad (1)$$

$$\left. - \frac{2N}{\bar{r}} \frac{\partial G}{\partial \varphi} - \frac{f}{\bar{r}^2} \right\} + N^2 \bar{r} G (G + 2 \cos \varphi) + N^2 \bar{r} \cos \varphi,$$

$$\left( \left[ f \left( \frac{\partial G}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial G}{\partial \bar{z}} \right) + NG \frac{\partial G}{\partial j} + \frac{1}{h} H \frac{\partial G}{\partial \bar{z}} \right] \bar{r} + 2fG \right) \bar{r} = - \frac{1}{N} \frac{\partial P}{\partial j} + \frac{\bar{d} \bar{r}^2}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{r}^2} + \right.$$

$$+ \frac{2\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{3}{\bar{r}} \left( \frac{\partial G}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial G}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 G}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{z}^2} + \frac{2}{\bar{r}^3 N} \frac{\partial f}{\partial j} \right\} - \quad (2)$$

$$- 2\bar{r} \cos j + 2N\bar{r}^2 G \sin j + N\bar{r}^2 \sin j,$$



$$f \left( \frac{\partial H}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} \right) + NG \frac{\partial H}{\partial j} + \frac{1}{h} H \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} = -\frac{1}{h} \frac{\partial P}{\partial \bar{z}} + \frac{\bar{d}}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial H}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 H}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{z}^2} \right\}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} + N \frac{\partial G}{\partial j} + \frac{1}{h} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} + \frac{f}{\bar{r}} = 0, \quad (4)$$

$$f \left( \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{z}} \right) + NG \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial j} + \frac{1}{h} H \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{z}} = \frac{\bar{d}}{\text{Pe}} \left\{ \frac{\partial^2 t_{\text{жс}}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 t_{\text{жс}}}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 t_{\text{жс}}}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 t_{\text{жс}}}{\partial \bar{z}^2} \right\}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 t_c}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 t_c}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial t_c}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial t_c}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 t_c}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 t_c}{\partial \bar{z}^2} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 t_l}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 t_l}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial t_l}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial t_l}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 t_l}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 t_l}{\partial \bar{z}^2} = 0. \quad (7)$$

Здесь  $f, G, H, P, t_{\text{жс}}, t_c, t_l$  – безразмерные компоненты скоростей, давления, температур жидкости, стенки канала и радиальных лопаток соответственно;  $N = \omega r_0 / u_0$  – число закрутки;  $\text{Re} = u_0 d_9 / \nu$  – число Рейнольдса;  $\text{Pe} = u_0 d_9 / a$  – число Пекле; безразмерные переменные и параметры  $\bar{r} = r / r_0$ ;  $\bar{z} = z / h(r)$ ;  $\bar{z} = (z - h(r)) / h(r)$ ;  $\bar{f} = u_{cp} / u_0$ ;  $\bar{R} = r_1 / r_0$ ;  $\bar{h} = h(r) / r_0$ ;  $\bar{K} = k / r_0^2$ ;  $\bar{H} = s / h(r)$ ;  $\bar{I} = z / r_0$ ;  $\bar{d} = d_9 / r_0$ ,  $\sigma$  – толщина стенки канала,  $d_9$  – эквивалентный диаметр, вычисляемый [5]:

$$d_9 = 4\psi \int_{r_0}^{r_1} rh(r) dr \left/ \left( 2 \int_{r_0}^{r_1} h(r) dr + \psi \int_{r_0}^{r_1} r \sqrt{1 + (h'(r))^2} dr + \frac{1}{2} \psi r_1 h(r_1) \right) \right.$$

Граничные условия для канала [6]:

$$\bar{r} = 1: f = 1; G = 1; H = 0; t = 1; \quad (8)$$

$$\bar{r} = \bar{R}: f = \begin{cases} \bar{f}, z \in D_1; \\ 0, z \in D_2 \end{cases}; G = 1; H = 0; \partial t_{\text{жс}} / \partial \bar{z} = \partial t_c / \partial \bar{z} = \partial t_l / \partial \bar{z} = 0; \quad (9)$$

$$\bar{z} = 0: f = 1; H = 0; \partial G / \partial \bar{z} = \partial H / \partial \bar{z} = 0; \partial t_{\text{жс}} / \partial \bar{z} = 0; \quad (10)$$

$$\bar{z} = 1, \bar{z} = 0: f = H = 0; G = 1; t = q_c; l \partial t_{\text{жс}} / \partial \bar{z} = l_c \partial t_c / \partial \bar{z}; \quad (11)$$



$$\tilde{z} = \bar{H} : \partial t_c / \partial \tilde{z} = Bi_{k1} (t_n - t_c) \bar{h}; \quad (12)$$

$$j = a : f = H = 0; G = 1; t_{жс} = t_c ; I \partial t_{жс} / \partial \bar{z} = I_c \partial t_c / \partial \tilde{z} ; \quad (13)$$

$$j = b : f = H = 0; G = 1; t_{жс} = t_c ; I \partial t_{жс} / \partial \bar{z} = I_c \partial t_c / \partial \tilde{z} . \quad (14)$$

Для численной реализации сопряженной задачи конвективного теплообмена применен метод конечных элементов (МКЭ) [7].

Разобьем область стенки и проточную часть канала на конечное число непересекающихся призматических элементов. Приближенные значения компонентов скоростей и температур внутри каждого элемента представляются следующими пробными аппроксимациями:  $f^{(e)} = [F]\{u\}$ ;  $G^{(e)} = [F]\{J\}$ ;  $H^{(e)} = [F]\{w\}$ ;  $t_{жс}^{(e)} = [F]\{t_{жс}\}$ ;

$t_c^{(e)} = [F]\{t_c\}$ ;  $t_l^{(e)} = [F]\{t_l\}$ . Здесь  $\{u\}$ ,  $\{J\}$ ,  $\{w\}$ ,  $\{t_{жс}\}$ ,  $\{t_l\}$ ,  $\{t_c\}$  – вектор-столбец неизвестных узловых значений функций,  $[F] = [F_1^e, F_2^e, \dots, F_8^e]$  – вектор-строка базисных функций. Для исключения параметра давления из уравнений движения (1-3) применен метод штрафа [8]. Для этого нулевую правую часть уравнения

неразрывности (4) представим  $\frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} + N \frac{\partial G}{\partial j} + \frac{1}{h} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} + \frac{f}{\bar{r}} = -Pe$ , где  $\varepsilon$  – малый штрафной параметр

$\varepsilon (\varepsilon \rightarrow 0, Div \bar{V} \rightarrow 0)$ . Тогда, проводя ряд преобразований, параметр давления  $P$  исключается из числа неизвестных, а для определения неизвестных значений безразмерных параметров скоростей  $f$ ,  $G$ ,  $H$  и температур  $t_{жс}$ ,  $t_c$ ,  $t_l$  в узлах элемента записывается локальная система уравнений.

Применяя к уравнениям (1)-(7) метод Галеркина, получим следующую систему:

$$\begin{aligned} & \int_V [F]^T \left( f \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \right) + NG \frac{\partial f}{\partial j} + \frac{1}{h} H \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - 2fN \sin j \right) dV = \frac{1}{e} \int_V [F]^T \left( \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{r}^2} + \right. \\ & + \frac{2\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \right) - \frac{f}{\bar{r}^2} + \left( \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2} + N \left( \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{r} \partial j} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{z} \partial j} \right) + \\ & + \left. \frac{1}{h} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{1}{\bar{K}} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} \right) dV + \frac{\bar{d}}{Re} \int_V [F]^T \left\{ \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \right) + \right. \\ & + \left. \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 f}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2} - \frac{2N}{\bar{r}} \frac{\partial G}{\partial j} - \frac{f}{\bar{r}^2} \right\} dV + N^2 \int_V [F]^T \bar{r} \cos j dV + \quad (15) \\ & + N^2 \int_V [F]^T \bar{r} G (G + 2 \cos j) dV - \frac{1}{2} \int_V [F]^T \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} + N \frac{\partial G}{\partial j} + \frac{1}{h} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} + \frac{f}{\bar{r}} \right) f dV, \\ & \int_V [\Phi]^T \left( \left[ f \left( \frac{\partial G}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{\bar{K}} \frac{\partial G}{\partial \bar{z}} \right) + NG \frac{\partial G}{\partial \phi} + \frac{1}{h} H \frac{\partial G}{\partial \bar{z}} \right] \bar{r} + 2fG \right) \bar{r} dV = \frac{1}{eN} \int_V [\Phi]^T \left( \frac{\partial^2 f}{\partial \phi \partial \bar{r}} + \right. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 f}{\partial j \partial \bar{z}} + N \frac{\partial^2 G}{\partial j^2} + \frac{1}{h} \frac{\partial^2 H}{\partial j \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial f}{\partial j} \Big) dV + \frac{\bar{d}}{\text{Re}} \int_V \bar{r}^{-2} [F]^T \left\{ \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \right. \\
& + \frac{3}{\bar{r}} \left( \frac{\partial G}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial G}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 G}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{z}^2} + \frac{2}{\bar{r}^3 N} \frac{\partial f}{\partial j} \Big\} dV - \\
& - 2 \int_V [F]^T f \bar{r} \cos j dV + 2N \int_V [F]^T \bar{r}^2 G \sin j dV + N \int_V [F]^T \bar{r}^2 \sin j dV - \\
& - \frac{1}{2N} \int_V [F]^T \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} + N \frac{\partial G}{\partial j} + \frac{1}{h} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} + \frac{f}{\bar{r}} \right) G dV,
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
& \int_V [F]^T \left( f \left( \frac{\partial H}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} \right) + NG \frac{\partial H}{\partial j} + \frac{1}{h} H \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} \right) dV = \frac{1}{e} \int_V \frac{1}{h} [F]^T \left( \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z} \partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2} + \right. \\
& + N \frac{\partial^2 G}{\partial \bar{z} \partial j} + \frac{1}{h} \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{z}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \Big) dV + \frac{\bar{d}}{\text{Re}} \int_V [F]^T \left\{ \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 H}{\partial j^2} + \right. \\
& + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial H}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} \right) + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 H}{\partial \bar{z}^2} \Big\} dV - \frac{1}{2} \int_V [F]^T \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} + \right. \\
& + N \frac{\partial G}{\partial j} + \frac{1}{h} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} + \frac{f}{\bar{r}} \Big) H dV,
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
& \int_V [F]^T \left( f \left( \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{z}} \right) + NG \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial j} + \frac{1}{h} H \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{z}} \right) dV = \frac{\bar{d}}{Pe} \int_V [F]^T \left\{ \frac{\partial^2 t_{\text{жс}}}{\partial \bar{r}^2} + \right. \\
& + \frac{2\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 t_{\text{жс}}}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial t_{\text{жс}}}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 t_{\text{жс}}}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 t_{\text{жс}}}{\partial \bar{z}^2} \Big\} dV,
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
& \int_V [F]^T \left( \frac{\partial^2 t_c}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial^2 t_c}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial t_c}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \frac{\partial t_c}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 t_c}{\partial j^2} + \right. \\
& + \left. \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{\mathbf{I}}}{\bar{K}} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 t_c}{\partial \bar{z}^2} \right) dV = 0,
\end{aligned} \tag{19}$$

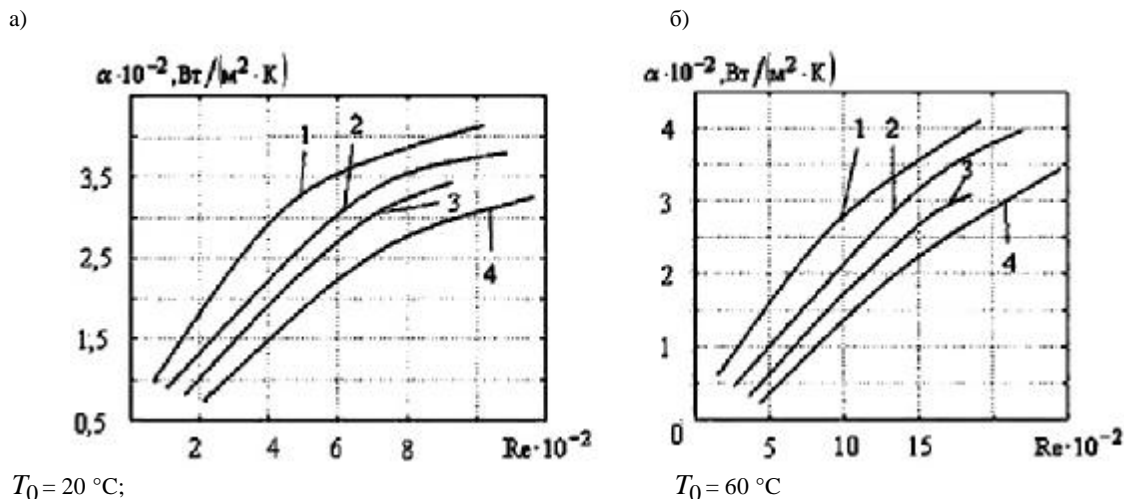


Рис. 3. Зависимость значений коэффициентов теплоотдачи от режимов течения ( $Re$ ) и количества радиальных лопаток ( $n$ ) при различных температурах ( $\omega = 50 \text{ c}^{-1}$ ): 1 –  $n=6$ ; 2 –  $n=4$ ; 3 –  $n=8$ ; 4 –  $n=2$

$$\int_V [F]^T \left( \frac{\partial^2 t_{л}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{2\bar{I}}{K} \frac{\partial^2 t_{л}}{\partial \bar{r} \partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{\partial t_{л}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{I}}{K} \frac{\partial t_{л}}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 t_{л}}{\partial j^2} + \left( \left( \frac{1}{h} \right)^2 + \left( \frac{\bar{I}}{K} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 t_{л}}{\partial \bar{z}^2} \right) dV = 0. \quad (20)$$

Для определения значений неизвестных безразмерных параметров скоростей  $f, G, H$  и температур  $t_{жс}, t_c, t_{л}$  во всех узловых точках разбиения области формируется глобальная матрица системы. Линеаризация нелинейной системы уравнений проводится итерационным методом Ньютона. Для решения системы линейных алгебраических уравнений применяется метод сопряженных градиентов. Неизвестные значения параметра давления в каждом элементе определяются из уравнения неразрывности со штрафным параметром  $e$ , исходя из полученного поля скоростей.

Построенные математические модели и их численная реализация позволили определить численные значения гидродинамических параметров, а также распределения поля температур в жидкости и стенке радиально вращающегося криволинейного конвергентного канала.

Численные расчеты проводились при следующих исходных данных: рабочая жидкость – вода с начальной температурой на входе  $T_0 = 20, 40, 60$  и  $80^\circ \text{C}$ ; температура пара  $T_n = 110^\circ \text{C}$ ; расход воды  $G = 3,0 \text{ м}^3/\text{ч}$ ; расход пара  $G_n = 0,0017 \text{ м}^3/\text{ч}$ ; угловая скорость вращения канала  $\omega = 30 \dots 100 \text{ c}^{-1}$ ; угол между лопатками  $\Phi = \frac{\pi}{3}$ .

Теоретические расчеты, проведенные в работе [5], показали, что с учетом гидродинамических характеристик течения жидкости наиболее оптимальным является установка в проточной части канала шести радиальных лопаток.

Дальнейшие теоретические исследования сопряженного теплообмена позволили подтвердить данное положение и установить, что изменение числа радиальных лопаток приводит к снижению коэффициентов теплоотдачи в среднем на 15-20 %, причем начальная температура жидкости на входе в канал (рис. 3 а, б) существенным образом не влияет на оптимальное количество лопаток ( $n = 6$ ), поскольку коэффициенты теплоотдачи в этом случае всегда остаются наибольшими.

На рис. 4 представлены результаты расчетов распределения поля безразмерной температуры в стенке канала, на рис. 5 – распределение поля безразмерной температуры в радиальных лопатках, а на рис. 6 – распределение поля безразмерной температуры в проточной части межлопаточного пространства криволинейного конвергентного канала. Из рис. 4 следует, что с увеличением начальной температуры жидкости прогрев стенки криволинейного конвергентного канала происходит более интенсивно, как со стороны жидкости (рис. 4 а), так и со стороны пара (рис. 4 б).



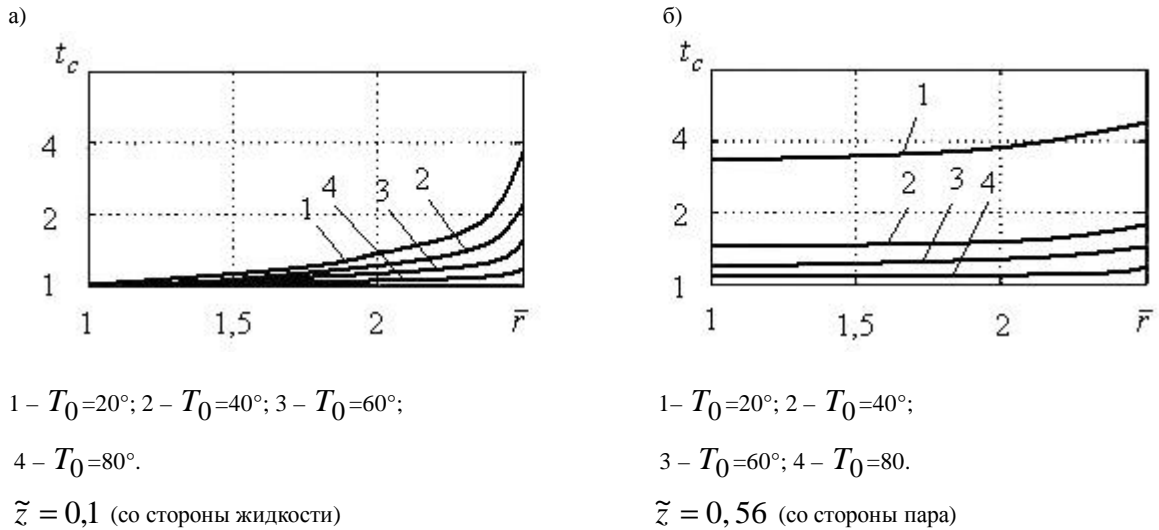


Рис. 4. Распределение безразмерной температуры в стенке криволинейного канала ( $w = 50 c^{-1}$ )

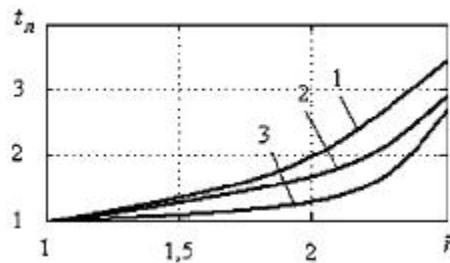


Рис. 5. Температура в стенке радиальной лопатки по длине канала ( $w = 50 c^{-1}$ ): 1 –  $\bar{z} = 0,02$ ; 2 –  $\bar{z} = 0,45$ ; 3 –  $\bar{z} = 0,95$

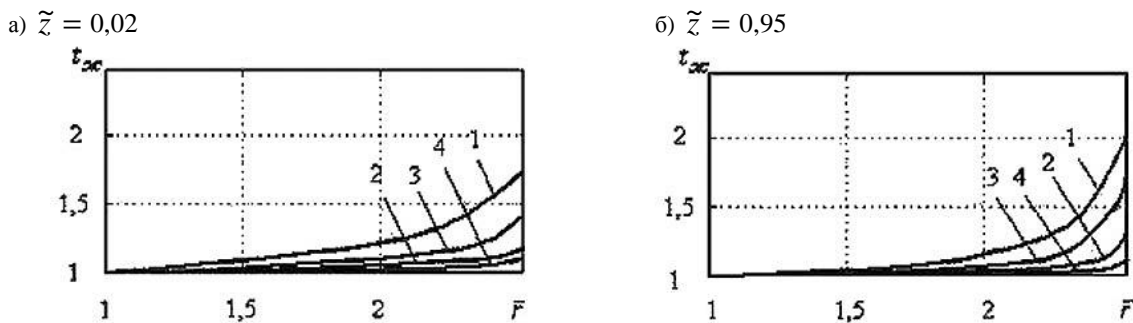


Рис. 6. Распределение безразмерной температуры в жидкости ( $w = 50 c^{-1}$ ):  
1 –  $T_0=20^\circ C$ , 2 –  $T_0=80^\circ C$  – криволинейный конвергентный канал, 3 –  $T_0=20^\circ C$ ,  
4 –  $T_0=80^\circ C$  – прямолинейный конвергентный канал

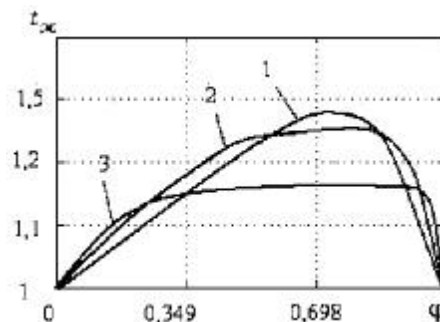


Рис. 7. Распределение безразмерной температуры жидкости между лопатками ( $w = 50 c^{-1}$ ):  
1 –  $T_0 = 20^\circ C$ ; 2 –  $T_0 = 60^\circ C$ ; 3 –  $T_0 = 80^\circ C$





На рис. 5, 6 показано, что (вследствие низкой теплопроводности жидкости по отношению к теплопроводности стенки радиальной лопатки) рост температуры в жидкости происходит менее интенсивно по сравнению с изменением безразмерной температуры в стенке лопатки.

На рис. 7 представлены результаты расчета изменения профиля безразмерной температуры в жидкости межлопаточного пространства (вдоль оси  $j$ ). Исследования показали, что максимальная температура жидкости в межлопаточном канале смещается к рабочей поверхности лопатки, находящейся в зоне большего давления, вызванного, в том числе, и силами Кориолиса.

Кроме того (рис. 7), с увеличением начальной температуры среды происходит трансформация профиля безразмерной температуры и его переход из параболического в трапециевидальный закон распределения.

На рис. 8 представлены результаты исследования коэффициентов теплоотдачи при различной температуре, а рис. 9 – при различных угловых скоростях вращения.

Расчеты проводились по методике, разработанной в работе [9]. При этом коэффициенты теплоотдачи рассчитывались по выражению

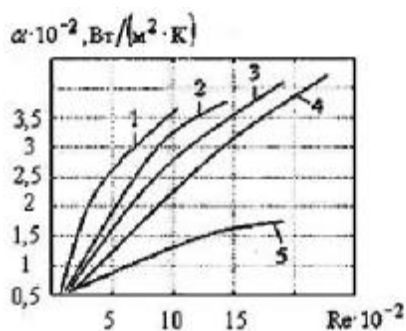
$$Nu = 1,72Re^{0,48}Pr^{0,4}e_{\text{вр}}^{0,36}(Pr_{\text{жс}}/Pr_c)^{0,25}, e_{\text{вр}} = (\omega d_{\text{э}}/u)^{-1}; Re=150\div 6120, Pr=1,75\div 6,8,$$

где  $Re = u_{\text{ср}}d_{\text{э}}/\nu$ ;  $e_{\text{вр}}$  – коэффициент, учитывающий влияние вращения, вычисляемый:

$$e_{\text{вр}} = (\omega d_{\text{э}}/u)^{-1}.$$

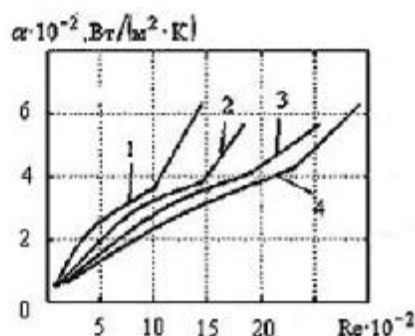
Здесь  $d_{\text{э}}$  – эквивалентный диаметр [5,6],  $u_{\text{ср}}$  – средняя скорость потока в канале.

а)



1 –  $T_0 = 20$  °C; 2 –  $T_0 = 40$  °C;  
3 –  $T_0 = 60$  °C; 4 –  $T_0 = 80$  °C;  
5 –  $T_0 = 60$  °C – прямолинейный конвергентный канал

б)

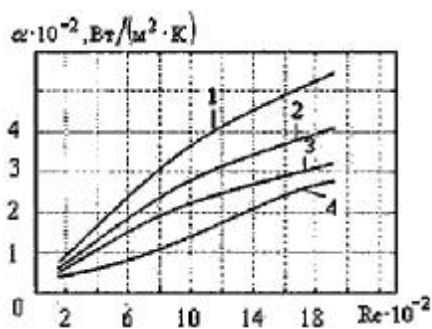


1 –  $T_0 = 20$  °C; 2 –  $T_0 = 40$  °C;  
3 –  $T_0 = 60$  °C; 4 –  $T_0 = 80$  °C

Рис. 8. Коэффициент теплоотдачи в криволинейном конвергентном канале ( $w = 50 \text{ c}^{-1}$ ):

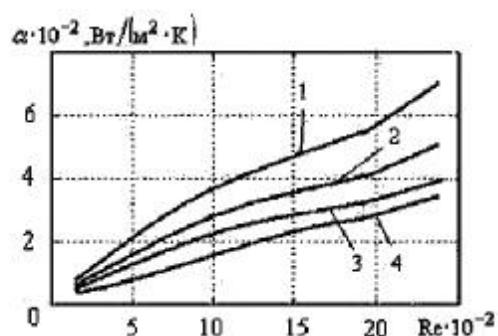
а) конвергентный канал с кольцевой щелью; б) конвергентный канал, сочлененный с кольцевым насадком

а)



конвергентный канал с кольцевой щелью;

б)



конвергентный канал, сочлененный с кольцевым насадком

Рис. 9. Коэффициент теплоотдачи в криволинейном конвергентном канале ( $T_0 = 60$  °C):

1 –  $\omega = 30 \text{ c}^{-1}$ ; 2 –  $\omega = 50 \text{ c}^{-1}$ ; 3 –  $\omega = 80 \text{ c}^{-1}$ ; 4 –  $\omega = 100 \text{ c}^{-1}$

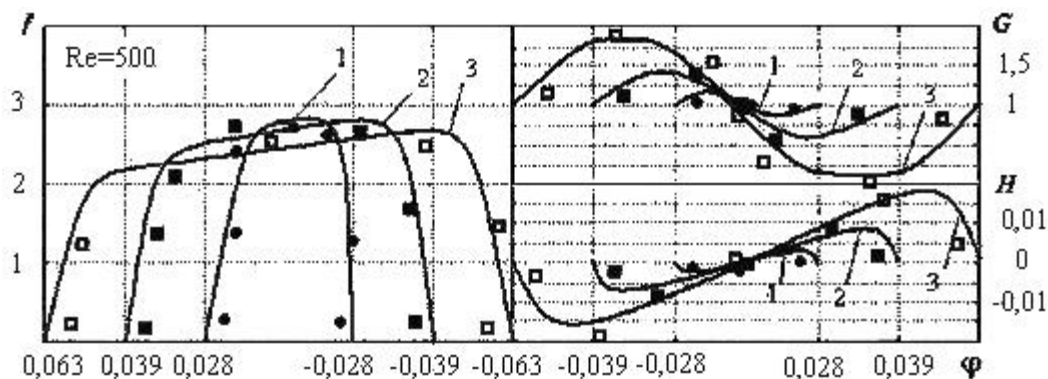


Рис. 10. Распределение радиальной  $f$ , тангенциальной  $G$  и осевой  $H$  скоростей между лопатками ( $w = 50 \text{ c}^{-1}$ ):  
сплошные линии – данные автора; точки – по данным работы [10]: 1 –  $\bar{v} = 1,25$ ; 2 –  $\bar{v} = 1,75$ ; 3 –  $\bar{v} = 2,45$

Как видно из приведенных данных (рис. 8, 9), коэффициенты теплоотдачи зависят от угловой скорости вращения канала, причем при постоянных угловых скоростях вращения, с ростом критерия Рейнольдса, наблюдается рост интенсивности теплообмена.

С увеличением угловой скорости вращения интенсивность теплоотдачи уменьшается, что, видимо, связано с общим снижением циркуляции жидкости в межлопаточном пространстве и образованием в его объеме вторичных течений. Это в целом согласуется с результатами исследований процессов теплообмена в радиально вращающихся трубах различной конфигурации [9, 10]. Исследования ламинарных потоков в конвергентном канале с кольцевой щелью (рис. 8а, 9а) показали, что в интервале  $w = 30 \dots 100 \text{ c}^{-1}$  коэффициент теплоотдачи увеличивается в 2-3 раза по сравнению с вращающимися прямолинейными осесимметричными конвергентными каналами, а в случае конвергентного канала, сочлененного с кольцевым насадком, имеет место дальнейший рост коэффициентов теплоотдачи в среднем на 25-30 % (рис. 8б, 9б).

Проверка адекватности построенных математических моделей проводилась путем сравнения поля скоростей, исследованных в работе, с данными, опубликованными в литературе [11]. Как следует из рис. 10, расхождение не превышает  $\pm 12 \%$ .

### Заключение

1. На базе полной системы уравнений гидродинамики и теплообмена с учетом условий однозначности построены математические модели сопряженного теплообмена при течении вязкой жидкости в радиально вращающемся криволинейном конвергентном канале, профиль стенок которого очерчен дробно-линейной функцией, снабженном радиальными лопатками и сочлененном с кольцевым насадком, выполненном в виде призматических элементов, расположенных непрерывным рядом по окружности.

2. Теоретические исследования показали, что для рассматриваемого криволинейного канала оптимальным является установка шести лопаток. Дальнейшее увеличение их числа приводит к снижению коэффициента теплоотдачи в среднем на 15-20 %.

3. На базе метода конечных элементов разработан алгоритм численной реализации задачи сопряженного теплообмена в радиально вращающемся криволинейном конвергентном канале и кольцевом насадке, позволивший определить компоненты скоростей и поле температур в стенках и проточной части каналов в зависимости от чисел закрутки, критериев Рейнольдса и Пекле.

4. Установлено, что по мере роста интенсивности вращения нарушается симметрия профиля температур относительно оси канала и происходит трансформация профиля безразмерной температуры, и его переход из параболического в трапециевидальный закон распределения.

5. Показано, что коэффициенты теплоотдачи зависят от угловой скорости вращения, при этом в конвергентном канале с кольцевой щелью в интервале  $w = 30 \dots 100 \text{ c}^{-1}$  коэффициент теплоотдачи увеличивается в 2-3 раза по сравнению с вращающимся прямолинейным осесимметричным конвергентным каналом, а в случае конвергентного канала, сочлененного с кольцевым насадком, имеет место дальнейший рост коэффициентов теплоотдачи в среднем на 25-30 %.

6. Подтверждена адекватность математических моделей путем сравнения полученных значений поля скоростей с результатами, опубликованными в литературе. Расхождение составляет  $\pm 12 \%$ .



### Литература

1. Соколов Е.Я., Зингер Н.М. Струйные аппараты. – М.: Энергия, 1979. – 287 с.
2. Лямаев Б.Ф. Газоструйные насосы и установки. – Л.: Машиностроение, 1988. – 256 с.
3. Хураев Л.В. Экспериментальное исследование запуска парожидкостного инжектора в закрытом контуре // Исследование по теплообмену и гидродинамике в элементах энергетических установок. – М.: ГНИЭИ, 1979. – С 118-129.
4. Аппарат для проведения процессов тепломассообмена: Патент 2306518 F28D 11/08 Рос. Федерация. № 2006105076/06; заявл. 17.02.06; опубл. 20.09.06; Бюл. № 26. – 3 с.
5. Багоутдинова А.Г. Модернизация узла подготовки горячей воды на базе вращающегося малоинерционного теплообменного аппарата в технологии приготовления суспензии стеарата кальция // Дисс. на соиск. степени канд. тех. наук. – Казань, 2007. – 110 с.
6. Белавина Т.В., Золотоносов Я.Д. Исследование конвективного теплообмена при ламинарном течении вязкой жидкости в радиально вращающемся криволинейном канале, сочлененном с кольцевой насадкой // ВИНТИ. – М., 2007. – 72 с.
7. Сегерлинд Д. Применение метода конечных элементов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
8. Пейре Р., Тейлор Т.Д. Вычислительные методы в задачах механики жидкости. – Л.: Гидрометеиздат, 1986. – 352 с.
9. Мальцев В.В. Исследование движения газа и теплоотдачи во вращающихся роторах // Вестник электропромышленности, 1962, № 11. – С. 15-22.
10. Шукин В.К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. – М.: Машиностроение, 1970. – 332 с.
11. Кочубей А.А., Рядно А.А. Численное моделирование процессов конвективного переноса на основе метода конечных элементов. – Днепропетровск: ДГУ, 1991. – 223 с.