

УДК 624.012

Ф.Х. Ахметзянов – кандидат технических наук, доцент

О.В. Радайкин – аспирант

Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КазГАСУ)

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПАРАМЕТРОВ ПОВЕРХНОСТНЫХ ТРЕЩИН В БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБЪЁМНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

АННОТАЦИЯ

Для определения зависимостей параметров поверхностных несквозных трещин рассмотрена задача о растяжении объёмных бетонных элементов (в виде призм). Одна группа элементов содержала нормальную к растягивающим усилиям трещину, а другая – наклонную (задача моделировалась методом конечных элементов в программном комплексе Ansys). Определены коэффициенты интенсивности напряжений трёх типов, для чего написан макрос (подпрограмма) на языке APDL, вычисленные коэффициенты 2-го и 3-го типа (K_I , K_{II}) в рассматриваемых задачах использованы впервые. На основе этих коэффициентов установлены соотношения между длиной, шириной раскрытия, заглублением трещин, найдены границы зоны предразрушения, дана оценка остаточной несущей способности элементов с трещиной. Показано, что область разгрузки напряжений вокруг трещины имеет форму ромба. Полученные зависимости и процедура получения численных значений K_I и K_{II} составляют научную новизну.

F.H. Ahmetzjanov – candidate of technical sciences, associate professor

O.V. Radaikin – post-graduate student

Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)

TO DEFINITION OF DEPENDENCE BETWEEN SURFACE CRACKS' PARAMETERS IN SOLID CONCRETE AND REINFORCED-CONCRETE ELEMENTS

ABSTRACT

To determine the dependencies of surface non-cutting cracks the problem of the tension of concrete solid elements (in the form of prisms) was considered. One group of elements contained the crack normal to tensile stress, while another contained the inclined crack (the task was simulated by finite elements method in Ansys software). The coefficients of three types of stress intensity factors were defined; for that the macro (Sub) in APDL language was written; the calculated coefficients of the 2nd and 3d type factors (K_I and K_{II}) in these tasks were used for the first time. Based on these factors, the dependencies between the length, width disclosure and depth of cracks were established, the borders of process zone were found, and the residual bearing capacity of the elements with cracks was evaluated. It was shown that the discharge stress area around the cracks was in the form of diamond. The received dependencies and the procedure for obtaining of the numerical values K_I and K_{II} constitute the scientific novelty.

Ранее нами получены зависимости между длиной, заглублением и шириной раскрытия нормальной трещины в стеновой панели. Цель этой работы – найти те же соотношения для объёмной задачи более общего вида (на примере призматических стержней с одиночной несквозной трещиной).

Для достижения цели решаются следующие задачи:

- проводится моделирование напряженно-деформированного состояния объёмных бетонных элементов с одиночной полуэллиптической трещиной (как с нормальной, так и с наклонной) методом конечных элементов;
- вычисляются коэффициенты интенсивности напряжений для трещин с различным соотношением длины и заглубления, определяется ширина раскрытия трещины;
- определяются границы зоны предразрушения в прифронтной области макротрещины и зоны релаксации напряжений.

Таким образом, рассматривается растяжение объёмных бетонных элементов (в виде призм 1x1x1 м), имеющих по одной поверхностной полуэллиптической трещине. Одна группа элементов содержит нормальные к растягивающим усилиям трещины, а другая – наклонные (рис. 1).

Методика исследований строится на тех же допущениях, что и для ранее рассмотренной в наших исследованиях стеновой панели, т.е. справедливой остается линейная механика квазихрупкого разрушения для бетона как однородного упругого материала.

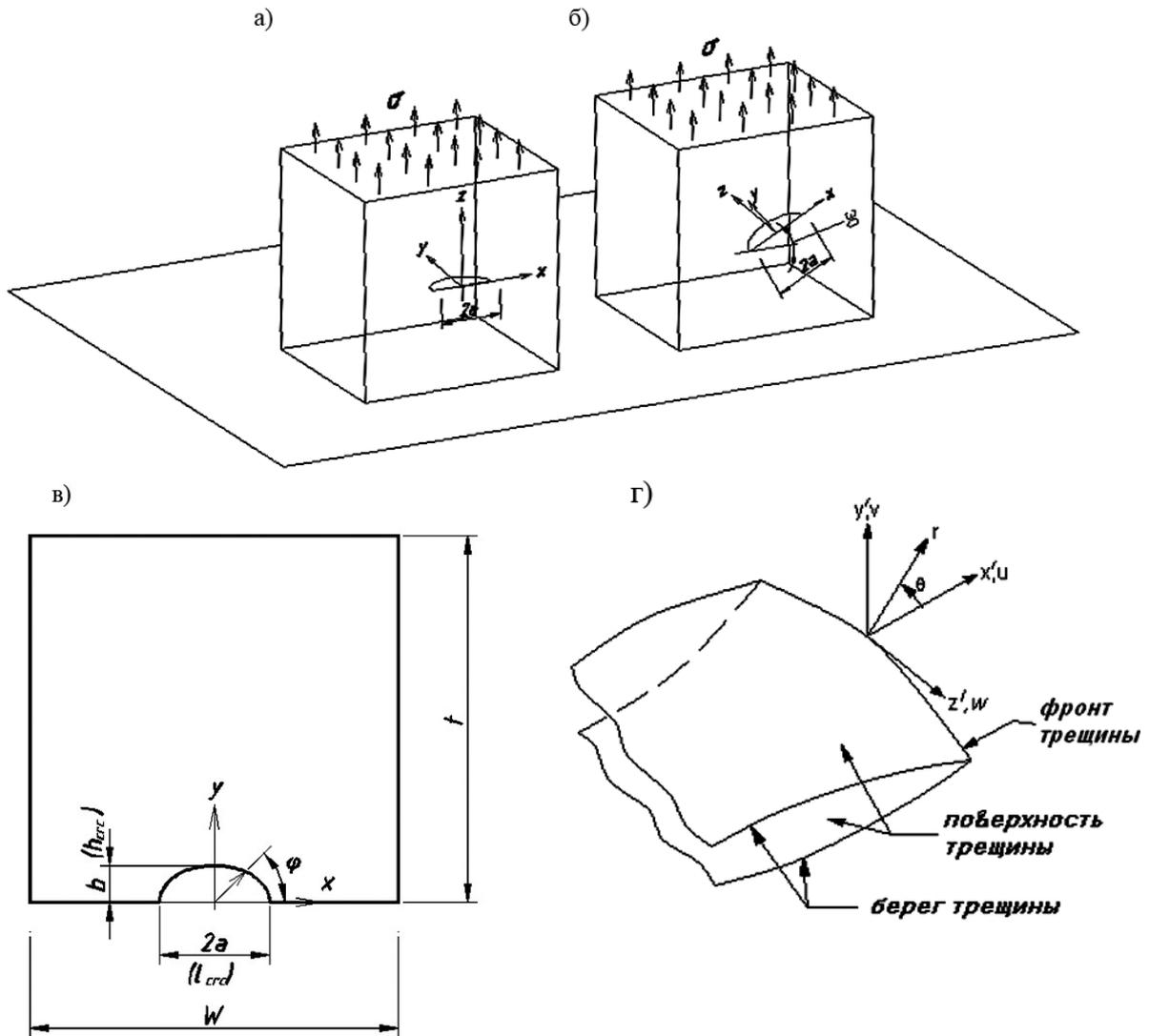


Рис.1. Расчетная модель объёмного бетонного элемента с боковой трещиной: а) с трещиной нормального отрыва, б) с наклонной трещиной с углом наклона 30° , в) локальная система координат в центре полуэллиптической трещины, г) локальная цилиндрическая система координат в произвольной точке фронта трещины

Для нахождения зависимостей между параметрами несквозной трещины и определения коэффициентов интенсивности напряжений используется метод конечных элементов (МКЭ), реализованный в программном комплексе Ansys.

В работе рассматриваются только макротрещины (сопоставимые с сечением образцов). Так, длина их составляет $l_{crc} = 2a = 0,3\text{ м} - const$, заглубление $h_{crc} = b = 0,1...0,15\text{ м}$ (a, b – полуоси эллипса). Отметим, что длина трещины и её заглубление (соответственно большая и малая полуоси эллипса) связаны между собой

уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ или $\frac{4x^2}{l_{crc}^2} + \frac{y^2}{h_{crc}^2} = 1$, где x, y – координаты произвольной точки фронта трещины. Причем

одним из недостатков предложенной геометрической модели трещины является ограниченность возможного

соотношения $\frac{2a}{b} = \frac{l_{crc}}{h_{crc}} = 1,33...3,33$ (в работе принимается $\frac{l_{crc}}{h_{crc}} = 1,5...3$). Поэтому МКЭ комплекса Ansys

применим только для призматических или массивных элементов (колонны, плотины) и плохо подходит для расчета

объёмных балок-стенок и плит. Кроме того, необходимо соблюсти условие $\frac{2a}{W} < 1$, где W – ширина образца.



Пространство в прифронтной зоне трещины, где, как известно, возникает особенность в полях перемещений и напряжений, разбивается специальными изопараметрическими 20-узловыми конечными элементами Solid186, что предложено в руководстве пользования Ansys (рис. 2).

В качестве примера материал образцов принят из тяжелого бетон В27,5 с характеристиками $R_{bt,ser} = 1,02 \text{ МПа}$, $E_b = 30200 \text{ МПа}$, $K_{Ic} = 0,405 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$. Модуль упругости материала при моделировании не варьируется, так как зона концентрации напряжений (псевдопластических деформаций) невелика и нелинейностью модуля в ней можно пренебречь, а в остальной части сечения $E_b - const$.

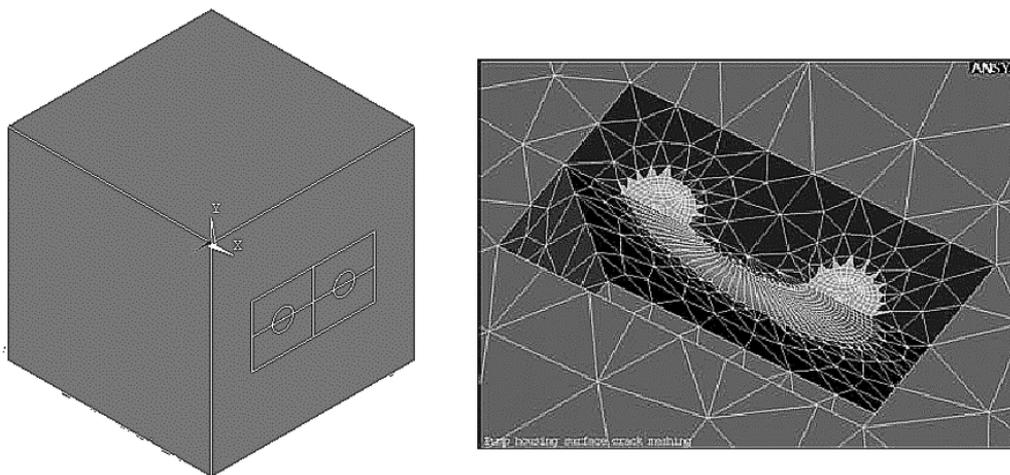


Рис.2. Этап твердотельного моделирования полуэллиптической трещины в объеме (слева – разбиение бетонного элемента на участки, справа – конечно-элементное разбиение объема вокруг фронта трещины)

Для вышеприведенных двух типов бетонных элементов (рис. 1 а, б) численно определяются КИН нормального отрыва K_I , поперечного K_{II} и продольного K_{III} сдвига (для нормальной трещины только K_I) при различном значении полярного угла $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ (см. рис. 3, 4 а-в) и для различного заглубления трещины $0,1 \leq h_{erc} \leq 0,15 \text{ м}$. Для этого используется тот же аппроксимирующий алгоритм, что и в плоской задаче [1], только в более общем виде для формул [2]:

$$\begin{aligned}
 K_I &= \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}}, & K_I &= \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} \lim_{r \rightarrow 0} (A_I + B_I r); \\
 K_{II} &= \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}}, & K_{II} &= \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} \lim_{r \rightarrow 0} (A_{II} + B_{II} r); \\
 K_{III} &= \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta w|}{\sqrt{r}}, & K_{III} &= \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} \lim_{r \rightarrow 0} (A_{III} + B_{III} r).
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$K_I = \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} A_I; \quad K_{II} = \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} A_{II}; \quad K_{III} = \sqrt{2p} \frac{G}{1+k} A_{III} \tag{2}$$

где Δu , Δv , Δw - смещение одной поверхности трещины относительно другой в соответствующих координатных осях (рис. 3г), причем Δv - отвечает расклиниванию берегов трещины, Δu - их относительно поперечному сдвигу, а Δw - их антиплоскому продольному сдвигу; A_I ; A_{II} ; A_{III} , B_I ; B_{II} ; B_{III} - постоянные коэффициенты для линейных функций, аппроксимирующих перемещения в узлах конечных



элементов на берегах трещины; $G = \frac{E}{2(1+m)}$ – модуль сдвига; коэффициент $k = 3 - 4m$ для плоско-деформированного состояния, μ – коэффициент Пуассона.

Отметим, что K_I нормальной трещины определяется по существующей аналитической зависимости [3]:

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{pb}}{E_k} F_s \left[\frac{b}{a}, \frac{b}{t}, \frac{a}{W} j \right] \quad (3)$$

где F_s – аппроксимирующая функция; σ – номинальные растягивающие напряжения; E_k – полный эллиптический интеграл второго рода; t – толщина образца.

На рис. 3 приведено сопоставление численного и аналитического решения K_I в образце первого типа при напряжении $\sigma = 1 \text{ МПа}$ и соотношениях $\frac{l_{cr}}{h_{cr}} = 2; 2,4; 2,73; 3$. Расхождение результатов не превышает 5%, что является удовлетворительным.

По рисунку 3 можно сделать следующие выводы:

- при небольшом заглублении ($b < a$) K_I максимален, когда $\varphi = 90^\circ$ – трещина с ростом нагрузки будет развиваться за счет заглубления центральной части фронта;

- при $b \approx \frac{1}{1,2} a$ $K_I|_{\varphi=0^\circ} = K_I|_{\varphi=90^\circ}$ – трещина может как заглубляться, так и удлиняться за счет продвижения её

кончиков по поверхности бетона;

- при $b \geq a$ K_I максимален при $\varphi = 0^\circ$ – трещина будет удлиняться;

- причем при $b \geq \frac{1}{1,2} a$ $K_I|_{\varphi=90^\circ, b \geq \frac{1}{1,2} a} \approx K_I|_{\varphi=90^\circ, b=a} - const$.

Очевидно, что нижние две кривые графика, построенные по формуле (3), имеют более одного экстремума из-за погрешности аппроксимации функции F_s . В то же время экспериментальные точки по МКЭ описываются плавной кривой с одним экстремумом.

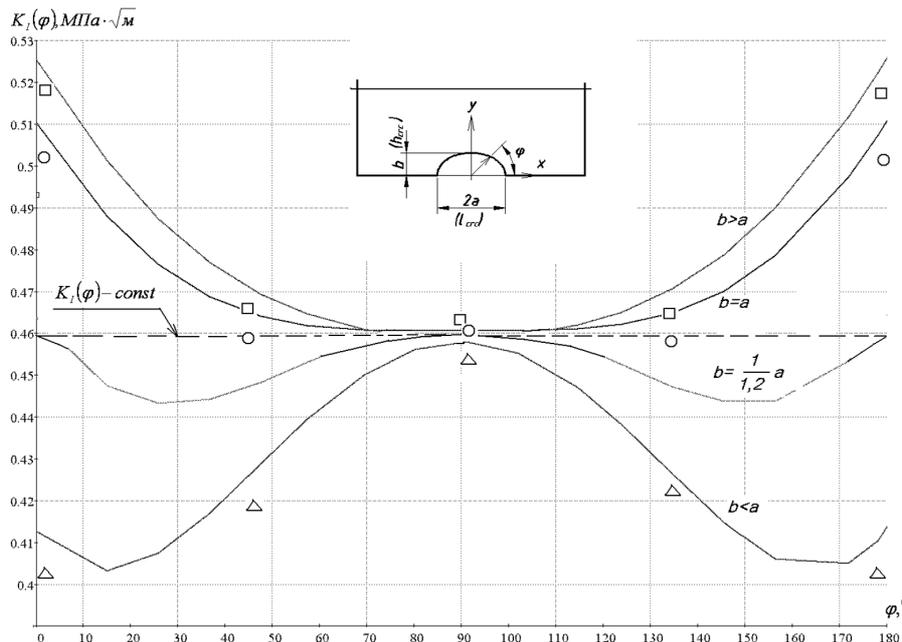


Рис.3. График сопоставления аналитического [3] и численного определения K_I (кривые линии на графике соответствуют

формуле (3)); \square – численное решение при $\frac{2a}{b} = \frac{l_{cr}}{h_{cr}} = 1,5$, \circ – то же при $\frac{2a}{b} = 2$, Δ – при $\frac{2a}{b} = 3$



Поскольку в процессе своего развития трещина может удлиняться и заглубляться только одновременно, то $b \approx \frac{1}{1,2} a - const$ ($l_{cr} \approx 2,4h_{cr}$). Варианты соотношений $b \neq \frac{1}{1,2} a$ возможны только при искусственно созданной трещине, либо когда вдоль фронта трещины имеется некоторая неоднородность жесткостных свойств материала (за счет включений крупного заполнителя или арматуры).

Таким образом, при $S = 1 МПа$ и $b = 1/1,2 a$ $K_I|_{\varphi=90^\circ, b=a} = 0,46 S \sqrt{a}$. Тогда критические напряжения $S_{cr} = S \frac{K_{IC}}{K_I|_{\varphi=90^\circ, b=a}} = 1,309 МПа$ (ОНС). Полученная ширина раскрытия нормальной трещины равна

$a_{cr} = 0,0423 S МПа \cdot мм$, тогда предельное раскрытие $a_{cr}^* = a_{cr} S_{cr} = 0,0554 мм$ лежит в интервале опытных значений 0,001...0,06 мм [4].

Вышеописанный численный метод применяется в работе и для наклонной трещины. Для чего, помимо K_I (есть аналитическая формула [3]), численно определяются K_{II} и K_{III} (рис. 4 а-в) – данные по их вычислению в литературе не приводятся. Этот этап моделирования и процедура нахождения K_{II} и K_{III} составляют научную новизну работы и практическую её ценность.

С целью автоматизации построения топологической схемы модели, разбиения на конечные элементы области вокруг фронта трещины, вычисления КИН написан макрос на встроенном в Ansys языке APDL.

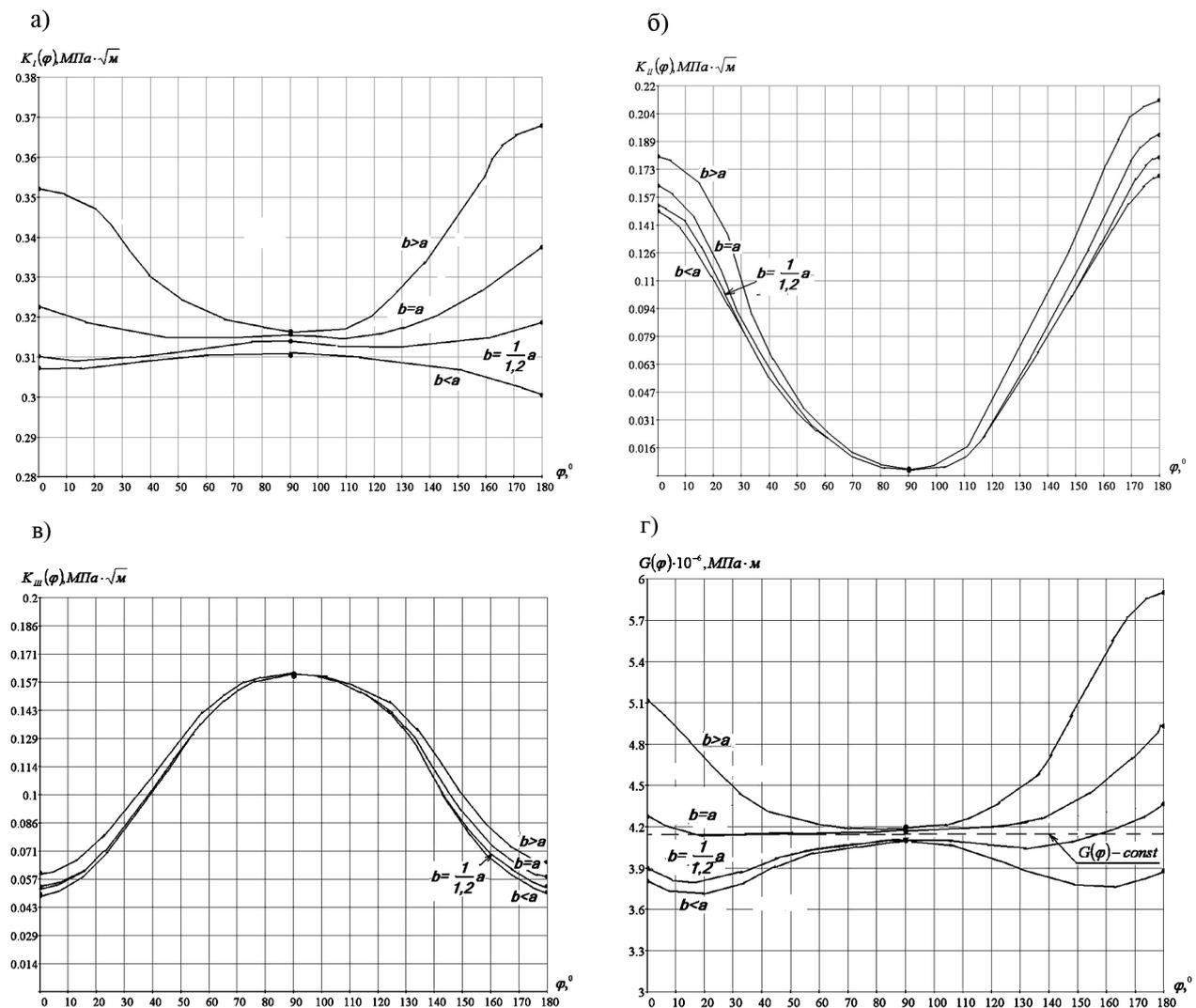


Рис.4. Параметры механики разрушения для наклонной трещины



Чтобы определить соотношение $\frac{2a}{b}$, при котором трещина будет удлиняться и заглубляться одновременно, учитываются все три коэффициента через величину интенсивности высвобождения упругой энергии деформирования (рис. 4 г):

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{1-n^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+n}{E} K_{III}^2 \quad (4)$$

Рассуждая так же, как и относительно трещины нормального отрыва, установлено, что для наклонной трещины соотношение $\frac{2a}{b}$ непостоянно: для верхней половинки трещины ($0 \leq j \leq 90^\circ$) $b \approx \frac{1}{1,2} a - const$ ($l_{cr} \approx 2,4h_{cr}$), а для нижней ($90 < j \leq 180^\circ$) – $b \approx a - const$ ($l_{cr} \approx 2h_{cr}$). В этих рассуждениях вместо K_I рассматривается обобщённая характеристика G . Для одновременного роста трещины по всему фронту обеспечивается условие $G(j) \approx G|_{j=90^\circ, b=a} - const$ (пунктир на рис. 6 г), что возможно только при непостоянстве соотношения $\frac{2a}{b}$.

Таким образом, при $s = 1МПа$ и $b = \frac{1}{1,2} a$ при $0 \leq j \leq 90^\circ$, $b = a$ при $90 < j \leq 180^\circ$, получены следующие значения КИН и интенсивности высвобождения энергии (табл.).

Таблица

Значения КИН и G в зависимости от полярного угла Φ

Φ	$K_I / s, \sqrt{m}$	$K_{II} / s, \sqrt{m}$	$K_{III} / s, \sqrt{m}$	$G / s, m$
0°	0,352	0,180	0,060	$4,2 \cdot 10^{-6}$
90°	0,316	0,004	0,160	
180°	0,353	0,182	0,061	

По рисункам 4 а-в и данным таблицы можно видеть, что в области кончиков фронта трещины в процесс её распространения большой вклад вносит механизм поперечного сдвига (K_{II} – максимален). Напротив, в середине фронта трещины K_{II} – минимален, а K_{III} – максимален, т.е. здесь большую роль играет механизм продольного сдвига (из плоскости трещины).

Интенсивность высвобождения энергии в момент перед разрушением равна $G_{cr} = G \frac{K_{IC}}{K_I|_{j=0^\circ}} = 4,83 \cdot 10^{-6} МПа \cdot м$.

Критические напряжения (ОНС) $s_{cr} = s \frac{K_{IC}}{K_I|_{j=0^\circ}} = 1,15 МПа$, что меньше, чем для нормальной трещины такой

же длины. Ширина раскрытия наклонной трещины равна $a_{cr} = 0,0350 s МПа \cdot мм$, тогда предельное раскрытие $a_{cr}^* = a_{cr} s_{cr} = 0,0403 мм$, что также меньше, чем это для нормальной трещины – $a_{cr}^* = 0,0554 мм$.

Таким образом, получены следующие зависимости: $\frac{l_{cr}}{a_{cr}} = \frac{300}{0,0554} = 5415$ – нормальная трещина,

$\frac{l_{cr}}{a_{cr}} = \frac{300}{0,0403} = 7444$ – наклонная трещина. Эти соотношения согласуются с экспериментальными данными

работы [5]: $a_{cr} = (1600...10200)^{-1} l_{cr}$ и в среднем $a_{cr} = 3190^{-1} l_{cr}$.

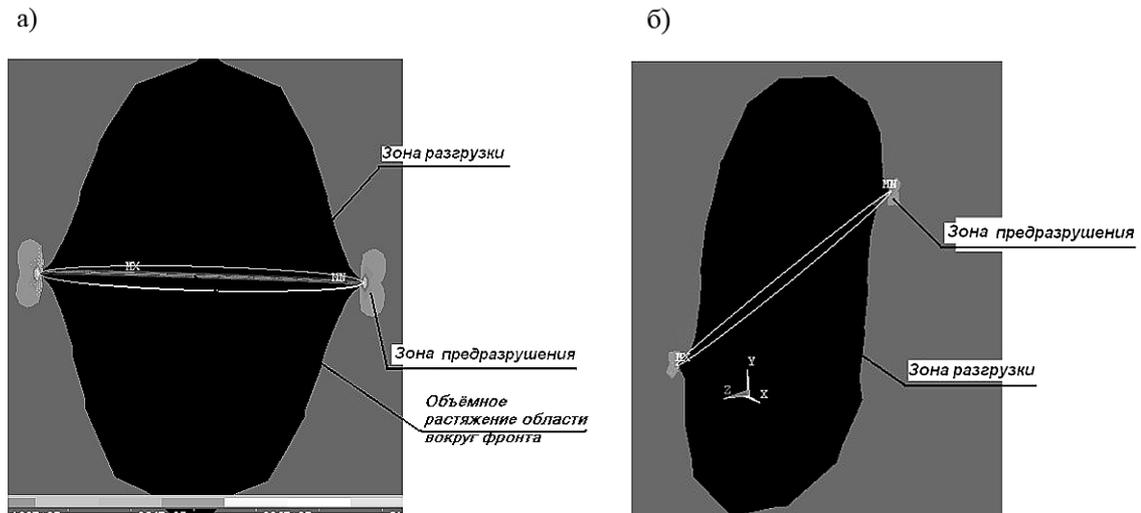


Рис. 5. Изополя главных растягивающих напряжений
(а – трещины нормального отрыва, б – для наклонной трещины с углом наклона 30°).

Из рассмотрения изополей напряжений (рис. 5) вытекает, что вдоль фронта трещины возникает объемное растяжение. Зона предразрушения вдоль фронта по форме сходна с подобной областью для плоской задачи [1], и её размер намного меньше длины трещины и размеров образца. Это является основным условием применимости линейной механики разрушения [6] для рассматриваемой задачи.

Размер зоны предразрушения в вершине нормальной трещины для тяжелого бетона В27,5 равен

$$d = \frac{K_{IC}^2}{3p(1,16R_{bt,ser})^2} = 12,4\text{мм} < l_{crc} = 300\text{мм}, \quad d \ll W = 1000\text{мм}.$$

Для наклонной трещины эта зона в образце из бетона одного класса прочности примерно на 18% меньше, чем для нормальной, и определяется формулой [6]

$$d = \frac{G_{cr}E}{3p(1,16R_{bt,ser})^2} = 10,6\text{мм}.$$

Также отметим, что область разгрузки напряжений (рис. 5) имеет форму не окружности, как это принято в классических работах Гриффитца, а форму ромба с большей диагональю длиной $2l_{crc}$.

Выводы

Рассмотрена задача о растяжении объёмных бетонных элементов (в виде призм 1x1x1 м), имеющих по одной поверхностной полуэллиптической трещине. Одна группа элементов содержала нормальные к растягивающим усилиям трещины, а другая – наклонные (задача моделировалась методом конечных элементов в программном комплексе Ansys). Определены коэффициенты интенсивности напряжений трёх типов, для чего написан макрос (подпрограмма) на языке APDL, вычисленные коэффициенты 2-го и 3-го типа в рассматриваемых задачах использованы впервые. Установлены соотношения между длиной, шириной раскрытия, заглублением трещин:

$$l_{crc} \approx 2,4h_{crc}, \quad \frac{l_{crc}}{a_{crc}} = 5415 \quad (a_{crc} = 0,0554) \text{ – для нормальной трещины; } l_{crc} \approx (2...2,4)h_{crc}, \quad \frac{l_{crc}}{a_{crc}} = 7444$$

$(a_{crc} = 0,0403)$ – для наклонной трещины. Установлено, что зона предразрушения в вершине наклонной трещины

$d = 10,6\text{мм}$ на 18% меньше, чем для нормальной $d = 12,4\text{мм}$. Показано, что область разгрузки напряжений вокруг трещины имеет форму ромба.

Полученные соотношения, размер зоны предразрушения и ширина раскрытия трещин подтверждается опытными данными [4,5] и имеют научную новизну. Также научную новизну представляет собой процедура численного определения коэффициентов K_I, K_{III} для наклонной трещины.



Литература

1. Радайкин О.В. К оценке остаточной несущей способности стеновых железобетонных стеновых панелей методами механики разрушения // Материалы 58-ой Республ. науч. конф. – Казань: КГАСУ, 2006. – С. 86-92.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, Т. 2. – М.: Наука, 1970. – 547 с., 586 с.
3. Мураками Ю. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. Т. 1, Т. 2. – М.: Изд-во «МИР», 1990. – 448 с., 566 с.
4. Почтовик Г.Я., Липник В.Г., Филонидов А.М. Дефектоскопия бетона ультразвуком в энергетическом строительстве. – М.: Энергия, 1977. – 121 с.
5. Ахметзянов Ф.Х., Арсентьев Е.З., Мухаметзянов И.А. К закономерностям развития макротрещин в наружных стенах из монолитного керамзитобетона в жилых домах при эксплуатации // Тезисы докладов 3-й Всеросс. конференции «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции НАСКР-2001», Ч. I. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2001. – С. 160-165.
6. Зайцев Ю.В. Механика разрушения для строителей. – М.: Высшая школа, 1991. – 288 с.