



УДК 539.3

Н.М. Якупов – доктор технических наук, профессор кафедры строительной механики, заведующий лабораторией ИММ КазНЦ РАН

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР – ОДИН ИЗ ОСНОВАТЕЛЕЙ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ К 300-летию со дня рождения

Этапы рождения и развития строительной механики. Вся деятельность человека, начиная с глубокой древности и до настоящего времени, тесно связана со строительством. Каждая эпоха оставляла после себя богатейшее наследие мыслей и творений. Семь грандиозных сооружений, построенные еще до нашей эры, получили название “семи чудес света”. Многие уникальные сооружения архитектуры и строительства, построенные после “семи чудес”, по праву называют “восьмым чудом света”. Было построено много различных сооружений, хотя не все они сохранились. В строительном деле человечество прошло большой путь. Это путь от незатейливых каменных дольменов бронзовой эпохи до изящных тонкостенных покрытий, имеющих сказочные формы; от примитивных глиняных домов до стозэтажных жилых комплексов, шагнувших за облака; от каменных менгиров до ажурных телебашен, покоривших пятисотметровую высоту. Изобретались новые формы и конструктивные элементы, появлялись новые строительные материалы. Сочетание различных конструктивных форм и материалов позволяло создать величественные и гармоничные строительные конструкции.

Магистральная диалектика развития при этом: от массивных конструкций к тонкостенным, от простой геометрии к сложным криволинейным формам. В подтверждение этих слов можно привести слова известного американского специалиста Б. Фуллера: **“Если вы хотите установить степень совершенства конструкции здания, взвесьте его”**, а также известного испанского архитектора Эдуардо Торроха: **“Лучшим сооружением является то, надежность которого обеспечивается главным образом за счет его формы, а не за счет прочности его материала ...”**.

Фрагменты из истории рождения строительных конструкций и краткая информация об ученых и инженерах, заложивших основы строительной науки, представлены, в частности, в книгах [1-3].

Рождение и развитие строительной науки условно можно разделить на четыре этапа:

- Начальный этап – этап зарождения азов (от бронзовой эпохи до времен Древнего Рима).
- Второй этап - эпоха от Древнего Рима до эпохи Возрождения.
- Эпоха рождения и становления современной

строительной науки (понятия о концентраторах, рождение строительной механики, эпоха железобетона и металла).

- Новая эпоха строительной науки – компьютеризация всех процессов в строительном деле, разработка новых композиционных материалов, рождение бионики, новая строительная техника и технология.

История сохранила лишь немногочисленные имена ученых и специалистов начального этапа: Пифагор Самосский (ок. 580 - ок. 500 до н.э.), Архимед (ок. 287 - 212 до н.э.), Витрувий (2-я половина 1 века до н.э.).

Имеется очень скудная информация об ученых и специалистах второго этапа. Архитектурные шедевры этого периода, несомненно, говорят о высоком уровне развития науки, в том числе математики, механики, материаловедения.

Ученые третьего этапа развития (до Эйлера).

Имена ученых и специалистов третьего этапа становления строительной науки - известны в большей степени. Этап открывают: Альберти (1404-1472), Леонардо да Винчи (1452-1519), Микеланджело (1475-1564), Рафаэль Санти (1483-1520), Галилео Галилей (1564-1642), Паскаль Блез (1623-1662), Эдм Мариотт (1620-1684), Гук Роберт (1635 – 1703), Яков Бернулли (1654-1705).

С опытов Леонардо да Винчи начался экспериментальный период в развитии строительной механики. Он испытывал, в частности, на изгиб балки на двух опорах, консольные балки, колонны.

Галилео Галилей заложил основы современной механики. Он поставил знаменитые опыты с падающими телами. В трактате по механике (1594 г.) разнообразные задачи статики решались с использованием принципа виртуальных перемещений. В те же годы он заинтересовался сопротивлением материалов. Галилей дает полное решение задачи о консоли равного сопротивления, поперечное сечение которой - прямоугольник. Он замечает, что прочность при изгибе трубы будет превышать соответствующую прочность сплошного цилиндра во столько же раз, во сколько раз диаметр трубы больше диаметра сплошного цилиндра.

Паскаль Блез внес основополагающий вклад в становление гидростатики: установил закон распределения давления в жидкостях (закон Паскаля),



принцип действия гидравлического пресса; указал на общность законов равновесия жидкостей и газов.

Эдм Мариотт провел экспериментальные исследования по растяжению и изгибу деревянных и стеклянных балок. Он пришёл к выводу, что теория Галилея дает преувеличенные значения для разрушающей нагрузки, и поэтому построил свою теорию изгиба, в которой приняты во внимание упругие свойства материала. Мариотт определил характер распределения усилий в сечении балки при изгибе. На основе серии испытаний он определил сопротивление разрыву труб, находящихся под действием внутреннего гидростатического давления.

Гук Роберт, исследуя прогибы консоли, рассмотрел деформации ее продольных волокон и пришёл к весьма важному заключению, что на выпуклой поверхности волокна при изгибе растягиваются, а на вогнутой - сжимаются. Он впервые сформулировал линейный закон между внешней нагрузкой, действующей на тело, и деформациями. Этот закон и в настоящее время называется законом Гука.

Качественный переход в изучении строительной механики. К началу 18 века созрели условия для качественного перехода от только экспериментального изучения к комплексному изучению проблем строительной механики. Яков Бернулли, профессор Базельского университета, впервые поставил вопрос о форме кривой изгиба упругого стержня (упругой линии), тем самым, в отличие от Галилея и Мариотта, он исследовал не прочность балок, а решил задачу о вычислении прогиба балки и упругой линии. В дальнейшем в развитие основ строительной механики большой вклад сделал Леонард ЭЙЛЕР.

ЭЙЛЕР Леонард (1707 - 1783) родился 15 апреля 1707 года неподалеку от Базеля. Его отец был пастором в близлежащей деревне Рихен. Отметим некоторые даты, связанные с ним:

- В 1720 году поступил в Базельский университет, который окончил в 1724 году. В то время Базельский университет был крупным центром в области математики. Лекции Иоганна Бернулли привлекали сюда математиков со всех концов Европы.

- В возрасте 16 лет (в 1723 году) получил степень магистра.

- В 1726 году принял участие в международном конкурсе на премию, предложенную Французской Академией наук, и издал свою первую научную работу.

- В 1726 году приглашен в Петербургскую АН.

- В мае 1727 года прибыл в Петербург.

- С 1731 года - профессор физики и теоретической механики.

- В 1731-1741 гг. - профессор математики.

- В 1741 году переехал в Берлин, где прожил 25 лет.

- С 1744 года - директор Математического класса Берлинской АН.

- В 1766 году возвратился в Петербург. Вскоре почти полностью потерял зрение.

Научные интересы Эйлера относились ко всем основным областям естествознания, где можно было применить математические методы. Он подготовил к печати и опубликовал труды по:

- вариационному исчислению;
- интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений;
- степенным рядам;
- специальным функциям;
- дифференциальной геометрии;
- теории чисел;
- гидродинамике;
- небесной механике;
- теории теплоты;
- оптике и по некоторым прикладным вопросам.

В 1736 году вышел в свет его трактат по механике "Mechanica sive motus scientia analytice exposita", 2 тома (С.-Петербург), в котором он впервые привел вывод дифференциальных уравнений движения частицы, ввел понятие силы инерции, показал, каким образом путем интегрирования этих уравнений может быть выяснено движение тела. Лагранж в своей «Mecanique analytique» (1788) отметил, что книга Эйлера была первым трактатом по механике, в котором исчисление бесконечно малых было применено к науке о движении тела.

В 1744 году опубликован "Methodus inveniendi lineas curvas ..." (Метод нахождения кривых линий...) - первая книга по вариационному исчислению, в которой содержалось первое систематическое изложение теории упругих кривых и результаты по сопротивлению материалов.

В 1748 году Эйлер написал капитальный труд "Введение в исчисление бесконечно малых", а также опубликовал написанную по заказу Петербургской АН монографию "Морская наука", в которой заложены основы теории гидравлических реактивных турбин и предложен проект такой турбины.

В 1753 году он написал фундаментальную работу «Общие принципы состояния равновесия жидкостей» (L.Euler. Principes généraux de l'état d'équilibre des fluides.- «Mémoires Acad. sc. Berlin», 1755. - Opera Omnia, ser. II, v. XII.). В ее первых параграфах Эйлер окончательно освободился от корпускулярной традиции и высказал убеждение в том, что принципы механики нужно применять непосредственно к реальным телам, исходя из непрерывного распределения в них вещества. В этой континуальной модели корпускула лишь математическая точка - носитель трех координат, и только.

В 1755 году Эйлер написал книгу "Дифференциальное исчисление" в 2-х томах, а в 1768-1770 годах - книги "Интегральное исчисление" в 3-х томах, ввел двойные интегралы.

Вклад Эйлера в строительную механику. Эйлера интересовала прежде всего геометрическая формула упругих линий изгиба. Он исследовал форму кривых,

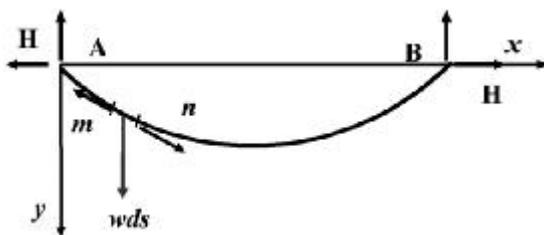


которые принимает тонкий гибкий упругий стержень при различных условиях его загрузки (Материалы изложены в его книге «Methodus inveniendi lineas curvas ...»).

Эйлер подошёл к задаче с точки зрения вариационного исчисления, которое он разрабатывал в своей книге. Вводя этот метод (1744 г.), Эйлер заметил: «Так как здание всего мира совершенно и возведено премудрым творцом, то в мире не происходит ничего, в чем не был бы виден смысл какого-нибудь максимума или минимума; поэтому нет никакого сомнения, что все явления мира с таким же успехом можно определить из причин конечных при помощи метода максимумов и минимумов, как и из самих причин производящих... Но прежде всего надо прилагать усилия, чтобы открыть доступ к решению обоими путями; ибо тогда не только одно решение наилучшим образом подтверждается другим, но от согласия обоих мы получаем высшее наслаждение». (Серия «Классики естествознания»: Приложение 1 «Об упругих кривых», стр. 447-572, под ред. чл.корр. АН СССР Н.С. Кошлякова, ГТТИ, М. – Л., 1934).

Итак, Эйлер отметил два пути для познания явлений природы: один – через производящие причины, который обычно называют прямым методом, другой – через конечные причины, и математик с равным успехом пользуется обоими...

Для пояснения применения этих двух методов Эйлер рассматривает задачу о цепной линии. Для цепи, подвешенной в двух точках А и В, можно получить кривую ее равновесия, используя прямой метод. Рассматривая силы, действующие на бесконечно малый элемент *m-n*, составляются уравнения равновесия этих сил. Из этих уравнений выводится требуемое дифференциальное уравнение цепной линии.



Но той же цели мы можем достигнуть и «методом конечных причин», подходя к задаче из соображений о потенциальной энергии сил тяжести. Из всех геометрически возможных кривых провеса искомая должна быть такой, для которой эта потенциальная энергия примет наименьшее значение, или кривой равновесия будет та, для которой центр тяжести цепи займет самое низкое положение. Задача сводится к отысканию экстремума интеграла

$$\int_0^s W y ds,$$

в котором *s* – заданная длина кривой, *W* – вес единицы длины цепи. Используя правила вариационного исчисления, получаются те же дифференциальные уравнения, что и при первом подходе.

Переходя к случаю упругого стержня, Эйлер отметил, что «прямой метод» вывода уравнения упругой кривой был выполнен Яковом Бернулли.

Пользуясь своим вариационным исчислением, Эйлер получил дифференциальное уравнение Якова Бернулли для упругой линии

$$C = \frac{y''}{(I + y'^2)^{3/2}} = Px.$$

Эйлер исследовал разные случаи изгиба, классифицировал упругие линии по величине угла, образуемого направлением силы *P* с касательной к упругой линии в точке приложения нагрузки. Он показал, что нагрузка, при которой начинается выпучивание (потеря устойчивости) колонны, определяется уравнением

$$P = \frac{Cp^2}{4l^2}.$$

Таким образом, Эйлер вывел формулу продольного изгиба колонн, которая и в наше время находит широкое применение в расчетах упругой устойчивости элементов сооружений.

Эйлер уделил внимание проблеме поперечных колебаний стержней. Рассматривая малые перемещения, он обосновал возможность принятия в качестве кривизны изогнутой оси балки значения второй производной и записал уравнение изогнутой оси в том самом виде, в каком оно применяется в настоящее время. Эйлер сделал вывод, что пластинка во время колебания подвергнется такому же изгибу, какой она приняла бы, будучи неподвижной, если бы в отдельных ее точках *m* на нее действовали силы $Wydx/l$ в направлении оси *y*.

Эйлер исследовал также и поперечные колебания стержней: 1) со свободно опертыми концами, 2) с жестко заделанными концами и 3) стержней, оба конца которых совершенно свободны. Для всех этих случаев он определил формулу частот *f* вида

$$f = m \sqrt{\frac{p^4 Cg}{wl^4}},$$

здесь *m* – численный коэффициент, зависящий от условий на концах стержня и от формы колебания. Эйлер отметил, что уравнением можно пользоваться не только для экспериментальной проверки его теории, но и в качестве практического средства определения «абсолютной упругости» *C* пластинки.

Эйлер исследовал также провисание и колебание идеально гибкой мембраны. Рассмотрев мембрану как сетку из двух систем взаимно-перпендикулярных волокон, он вывел дифференциальное уравнение в



частных производных

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = a^2 \frac{d^2 z}{dx^2} + b^2 \frac{d^2 z}{dy^2}.$$

Список трудов Эйлера содержит около 850 названий, в их числе ряд многотомных монографий. Из них при его жизни было опубликовано около 550. Все эти книги послужили руководством для математиков на многие годы, и можно утверждать, что все знаменитые математики, жившие в конце XVIII и начале XIX века, были учениками Эйлера. Кондорсе в своей хвалебной речи («*Letters de L.Euler a une princesse d'Allemagne*», Paris, 1842) заявил: «Все живущие ныне знаменитые математики являются его учениками: нет ни одного, который не сформировался бы в чтении его сочинений . . .».

С 1909 года и до настоящего времени в Швейцарии издается Полное собрание его сочинений, рассчитанное на 72 тома.

Леонард Эйлер был иностранным почетным членом Петербургской АН, членом Парижской и Берлинской АН, членом Лондонского королевского общества и многих других академий наук и научных обществ.

Литература

1. Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений. – ГИТТЛ, 1957.
2. Якупов Н.М., Галимов Ш.К., Хисматуллин Н.И. От каменных глыб к тонкостенным конструкциям. – Казань: Изд-во SOS, 2001. – 96 с.
3. Якупов Н.М. Строительные конструкции: этапы и перспективы развития. Учебное пособие. / Под ред. проф. Сучкова В.Н. – Казань: КГАСУ, ИММ КазНЦ РАН, 2006. –154 с.