



УДК 66.067

А.В. Шарафутдинова, В.Ф. Шарафутдинов

РАСЧЕТ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД В ТРУБОПРОВОДАХ СО ВСТРОЕННЫМИ ФИЛЬТРУЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Транспортировка сточных вод по трубопроводам к очистным сооружениям осуществляется за счет создания насосом большого давления на начальном участке трубопровода. Это высокое давление можно использовать для получения части очищенной жидкости непосредственно из трубопровода с помощью фильтров, встроенных в этот трубопровод. Для этого вместо некоторого отрезка трубы вставляется фильтровальный элемент, по форме подобный удаленному участку трубы. Внутренний радиус полой трубы R совпадает с внутренним радиусом фильтровального элемента, толщина фильтрующего элемента d может не совпадать с толщиной трубы. За счет перепада давления, который равен разности давления внутри трубопровода и атмосферного давления P_0 вне трубы, осуществляется течение жидкости через фильтр, а тем самым и очистка жидкости от примесей.

Особенностью такого процесса очистки сточных вод является то, что по мере увеличения концентрации крупных частиц у поверхности фильтра они смываются с нее потоком жидкости, тем самым происходит самоочистка поверхности фильтра, что, в свою очередь, не позволяет уменьшаться расходу жидкости через встроенный фильтр. Фильтры изготавливаются из различных материалов в зависимости от потребности очистки стоков от тех или иных примесей. В данном процессе очистки требуется, чтобы фильтры обладали определенной прочностью. Поэтому по их способности задерживать те или иные примеси, они изготавливаются из полимеров, металлокерамики, спрессованной ацетатцеллюлозы и т. д. [1, 2, 3].

Целью данной работы является определение расчета производительности фильтровального элемента. Для построения схемы рассмотрим течение жидкости внутри трубы, стенками которой служит этот фильтровальный элемент.

Решая задачу в цилиндрической системе координат z, r, ϕ , будем учитывать, что через боковую поверхность фильтра уходит лишь малая часть жидкости, а основная часть жидкости проходит в осевом направлении Oz , как в обычной трубе. Вышеуказанное позволяет записать

неравенства: $V_r \ll V_z, \frac{\partial V_r}{\partial z} \ll \frac{\partial V_z}{\partial r}$. С учетом

этих неравенств и осевой симметрии уравнения движения и сохранения масс внутри трубы можно записать в виде [4]:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = m \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r \cdot \frac{\partial V_z}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial r V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

где P - давление, μ - вязкость жидкости, V_z, V_r - проекции вектора скорости жидкости.

Так как давление меняется в направлении оси r много меньше, чем направление оси z , будем полагать,

что $P = P(z)$ и $\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{dz}$. Интегрируя (1)

дважды по r , с учетом граничных условий

$$V_z|_{r=R} = 0, \quad \frac{\partial V_z}{\partial r}|_{r=0} = 0, \quad \text{имеем:}$$

$$V_z = -\frac{1}{m} \cdot \frac{dP}{dz} \cdot \frac{R^2 - r^2}{4} \quad (3)$$

где R - внутренний радиус стенки трубы.

Далее, подставляя (3) в (2) и интегрируя полученное уравнение по r , с учетом граничного условия

$$V_r|_{r=0} = 0, \quad \text{получим:}$$

$$V_r = \frac{1}{16m} \cdot \frac{d^2 P}{dz^2} \cdot (2R^2 r - r^3) \quad (4)$$

Перейдем теперь к рассмотрению фильтрации жидкости через стенки трубы, изготовленной из фильтровального элемента. В нашем случае закон Дарси и уравнение неразрывности запишутся в виде [5]:

$$W = -\frac{k}{m} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}, \quad \frac{\partial r W}{\partial r} = 0, \quad (5)$$

где W - проекция скорости фильтрации в направлении оси r ; k - проницаемость осадка; P - давление в порах фильтра.

Решая совместно уравнения (5), с учетом граничных условий на давление $P|_{r=R} = P_R$,

$$P|_{r=R+d} = P_0, \quad \text{получим:}$$



$$W = \frac{k}{m} \cdot \frac{P - P_0}{r \cdot \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)} \quad (6)$$

В формуле (6) учтено, что P_R равно давлению жидкости в трубе P .

Так как на границе раздела полость трубы фильтр, соблюдается равенство потоков жидкости

$W|_{r=R} = V|_{r=R}$, на основании (4), (6) получим обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{R^3}{16m} \cdot \frac{d^2 P}{dz^2} = \frac{k}{m} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{P - P_0}{\ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)}, \quad (7)$$

из которого можно определить $P = P(z)$.

Введем безразмерные величины равенствами:

$$\bar{z} = \frac{z}{L} \quad \bar{P} = \frac{P - P_0}{P_0} \quad (8)$$

$$a^2 = \frac{16 \cdot k \cdot L^2}{R^4 \cdot \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)},$$

где L - длина фильтровального элемента в направлении оси z .

Решение дифференциального уравнения (7) с учетом граничных условий $P|_{z=0} = P_1$,

$P|_{z=L} = P_2$ и новых безразмерных величин (8) имеет вид:

$$\bar{P} = \frac{1}{sha} \cdot (\bar{P}_1 \cdot sh \cdot (a \cdot (1 - \bar{z})) + \bar{P}_2 \cdot sha \cdot \bar{z}), \quad (9)$$

где $\bar{P}_1 = (P_1 - P_0) / P_0$;

$\bar{P}_2 = (P_2 - P_0) / P_0$.

Основными характеристиками, представляющими практический интерес, являются следующие объемные расходы жидкости:

Q_1 - через сечение трубы $\bar{z} = 0$, Q_2 через сечение $\bar{z} = 1$; q - через фильтр.

С учетом того, что объемные расходы определяются равенствами:

$$Q_1 = 2p \int_0^R V_z|_{\bar{z}=0} \cdot r dr; \quad Q_2 = 2p \int_0^R V_z|_{\bar{z}=1} \cdot r dr;$$

$$q = 2pR \int_0^L W|_{r=R} \cdot dz$$

учитывая равенства (3), (6), (9), получим:

$$Q_1 = \frac{pR^4 \cdot P_0}{8mL} \cdot a \cdot \frac{\bar{P}_1 \cdot cha - \bar{P}_2}{sha} \quad (10)$$

$$Q_2 = \frac{pR^4 \cdot P_0}{8mL} \cdot a \cdot \frac{\bar{P}_1 - \bar{P}_2 \cdot cha}{sha} \quad (11)$$

$$q = \frac{pR^4 \cdot P_0}{8mL} \cdot a \cdot \frac{(\bar{P}_1 + \bar{P}_2) \cdot (cha - 1)}{sha} \quad (12)$$

Соотношения (10), (11), (12) показывают, что выполняется физически очевидное равенство:

$$Q_1 - Q_2 = q.$$

Для того, чтобы показать, как используются равенства (10), (11), (12) для расчета конкретного трубопровода с фильтровальными элементами, рассмотрим в качестве примера трубопровод, у которого на расстоянии L_1 от насоса встроены фильтр, длиной L , а после фильтра есть участок трубы длиной L_2 , из которого жидкость изливается в очистные сооружения.

Заданными считаются давления на выходе из насоса $P = P_n$ и на выходе из трубопровода $P = P_k$.

На участках трубопровода до фильтра и после фильтра расходы Q_1 и Q_2 рассчитываются по формуле Пуазейля [4]:

$$Q_1 = \frac{pR^4 \cdot P_0}{8mL_1} \cdot (\bar{P}_n - \bar{P}_1); \quad (13)$$

$$Q_2 = \frac{pR^4 \cdot P_0}{8mL_2} \cdot (\bar{P}_2 - \bar{P}_k); \quad (14)$$

где $\bar{P}_n = (P_n - P_0) / P_0$.

$\bar{P}_k = (P_k - P_0) / P_0$.

Сравнивая (13), (14) с (10), (11), находим давления

$$\bar{P}_1 \text{ и } \bar{P}_2: \quad \bar{P}_2 = \frac{a_1 \cdot \bar{P}_n + a_2 \cdot (cha + a_1) \bar{P}_k}{sh^2 a + (a_1 + a_2) \cdot cha + a_1 \cdot a_2} \quad (15)$$

$$\bar{P}_1 = \frac{a_1 \cdot (cha + a_2) \bar{P}_n + a_2 \cdot \bar{P}_k}{sh^2 a + (a_1 + a_2) \cdot cha + a_1 \cdot a_2} \quad (16)$$



$$\text{где } a_1 = \frac{L}{L_1} \cdot \frac{sha}{a}; \quad a_2 = \frac{L}{L_2} \cdot \frac{sha}{a}.$$

Таким образом, проанализировав полученные равенства (15), (16), на основании формулы (12) получили искомый расход отфильтрованной жидкости q и на основании (14) расход жидкости Q_2 , поступающей в очистные сооружения. Для проверки справедливости формул (12), (15), (16) проводилось сравнение расчетов с экспериментальными данными, полученными при отфильтровании воды через фильтры, изготовленные из металлокерамики ($k = 10^{-13} \text{ м}^2$). Относительная погрешность по q не превышала 9%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Веричев Е.К. Многослойная керамика для ультрафильтрации масел // Тр. НИИ Стройкерамика. № 60, 1987. - С. 56-65.
2. Фарсиянц С.Ю., Опалейчук Л.С. Новые виды фильтрующих изделий // Стекло и керамика. № 8, 1989. - С. 17-18.
3. Дубяга В.П., Перепечкин Л.П., Каталевский Е.Е. Полимерные мембраны. - М.: Химия, 1987. - 232 с.
4. Кочин Н.Е., Киббель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. II. - М.: Изд. ф.-м. лит.-ры, 1963. - 727 с.
5. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. - М.: Недра, 1984. - 207 с.