



УДК 536.253

В.Н. Посохин, А.М. Зиганшин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ НАД ПРОТЯЖЕННЫМИ ТЕПЛОИСТОЧНИКАМИ

Решение многих проблем отопительно-вентиляционной техники (защита остекленных поверхностей от ниспадающих конвективных токов, аэрация, местные отсосы и др.) связано с необходимостью анализа струйных течений над теплоисточниками (далее источниками). Закономерности конвективных струй зависят от геометрии источников и областей, в которых реализуются течения, а также от значения критерия

$$\text{Рэля} \quad Ra = \frac{g b l^3 \Delta T_{\text{п}}}{n a},$$

где: g - ускорение свободного падения;

b - коэффициент температурного расширения;

l - характерный размер источника;

n, a - кинематическая вязкость и температуропроводность воздуха;

$\Delta T = T_{\text{п}} - T_{\infty}$ - разность температур на поверхности источника и окружающего воздуха.

В свободной струе над источником, расположенным заподлицо с ограничивающей горизонтальной поверхностью, течение считают развитым турбулентным при $Ra > 2 \cdot 10^7$ [1]. Для других условий формирования и распространения критическое значение Ra может быть иным.

Несмотря на большое количество теоретических и экспериментальных работ (с подробной библиографией можно ознакомиться в книгах [2], [3]), вопрос о закономерностях развития конвективных струй нельзя считать исчерпанным. Многие теоретические исследования построены на упрощенных физических моделях, эксперименты зачастую ненадежны.

В этой связи представляется целесообразным провести численное исследование течения. Исходная система уравнений плоского турбулентного движения (см. например, [2]), дополненная уравнениями переноса конвективного и лучистого тепла, замыкалась с помощью $k - \epsilon$ модели турбулентности (k - кинетическая энергия турбулентных пульсаций; ϵ - диссипация турбулентной энергии). Для решения использовался метод конечных объемов, реализованный в известном пакете программ FLUENT 6.1 [4].

Удельная мощность источника Q принята равной 200 Вт/м, ширина $-2B = 0,2$ м. Конвективная мощность источника

находилась по распределению температуры на его поверхности $Q_k = a_k \Delta T_{\text{п}} 2B = 92,8$ Вт/м.

Коэффициент теплоотдачи a_k вычислялся из критериальной зависимости $Nu = 0,135 Ra^{1/3}$,

где $Nu = \frac{a_k B}{l}$ - критерий Нуссельта;

l - коэффициент теплопроводности воздуха.

Критерии Ra , вычисленные по максимальному и среднему значениям температуры $T_{\text{п}}$, равны, соответственно, $Ra_{\text{max}} = 6,5 \cdot 10^7$, $Ra_{\text{ср}} = 5,72 \cdot 10^7$.

Расчетная область ограничивалась квадратом со стороной H (высота) = $2A$ (ширина) = 20 м. Поскольку неясно, как задавать условия на верхней и боковой границах области для свободной струи, полагалось, что эти границы непроницаемы, то есть рассчитывалась стесненная струя. Так как значения параметров продольного и поперечного стеснения весьма невелики $B/H = 0,005$, $B/A = 0,01$, то следует ожидать, что на значительном протяжении струя ведет себя практически как свободная.

Использовались следующие физические предположения и граничные условия:

- плотность воздуха в зависимости от температуры изменяется по уравнению состояния идеального газа;
- нормальные производные скорости и кинетической энергии турбулентности на всех границах равны нулю;
- температура на всех границах, кроме участка, где расположен источник, равна 293К;
- плотность теплового потока в пределах источника постоянна;
- на верхней и боковых границах задано условие полного поглощения теплового излучения;
- генерация и диссипация кинетической энергии турбулентности в ячейках сетки, примыкающих к стенкам, равны;

- турбулентное число Прандтля $Pr_T = \frac{n_T}{a_T}$ принято равным 0,85 [4].

На рис. 1 приведены рассчитанные изолинии и распределения основных характеристик потока: осредненной продольной скорости, температуры, кинетической энергии турбулентности, турбулентной

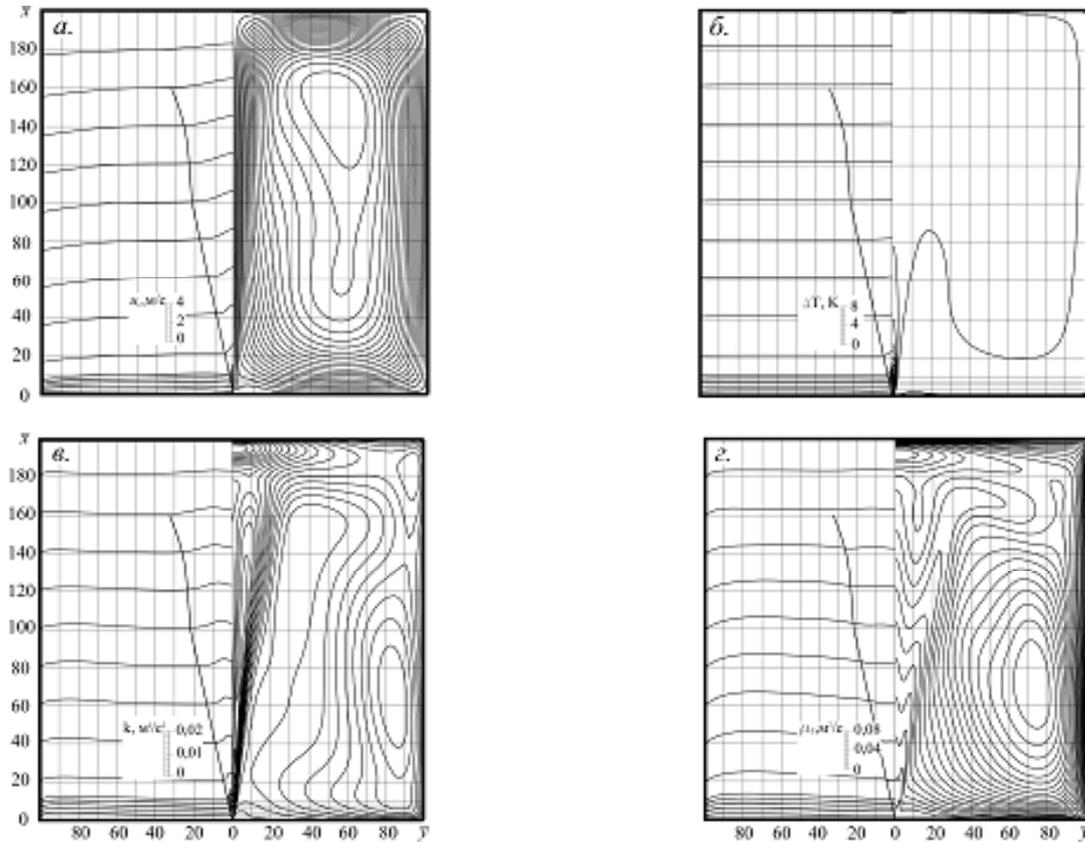


Рис.1

вязкости $m_r = rc_m k^2 / e$ (r - плотность воздуха;

c_m - константа, принятая равной 0,09 [4]).

Рассматриваемое течение существенно отличается от свободной конвективной струи. В последней четко выделяются турбулентная зона (собственно струя) и зона безвихревого (потенциального) течения вне струи.

Из рис. 1 в, г видно, что исследуемое течение турбулентно во всем объеме. Уместно говорить только о зоне с повышенной степенью турбулентности, для которой нельзя провести четкую границу. Если принять в качестве границы изолинию, на которой $k = 0,2k_x$, то зона повышенной турбулентности, с которой в дальнейшем мы и будем отождествлять струю, вначале имеет угол расширения $\alpha \gg 24^\circ$, то есть такой же, как у струи свободной (k_x - значение k на оси струи). Вне струи значения k весьма малы. Они увеличиваются только в области обратных циркуляционных токов.

Иначе распределяется турбулентная вязкость, которая примерно постоянна по ширине струи и возрастает по длине. Вне струи турбулентная вязкость заметно больше. Указанный факт свидетельствует о том, что диссипация турбулентной энергии велика в струе и незначительна вне ее. Из этого следует, что в струе преобладают мелкомасштабные вихри, а вне ее - крупномасштабные.

Начиная с расстояния $x/B \gg 100$ ($x/A \gg 0,1$) границы становятся криволинейными, струя расширяется уже не так интенсивно. На высоте $x/B \gg 120$ ($x/A \gg 1,2$) начинается разворот струи, с последующим образованием симметричных циркуляционных колец.

Границы струи непосредственно над теплоисточником (обычно эту область называют участком формирования) показаны на рис. 2. Сжатое сечение струи находится на высоте $x_c/B \gg 0,45$ ($x_c/A \gg 0,045$), полюс струи расположен на расстоянии $x_n/B \gg 1$ ($x_n/A \gg 0,01$) ниже теплоисточника.

Результаты расчета безразмерной осевой скорости

$$\bar{u}_x = u_x / \sqrt[3]{\frac{gQ_k}{c_p r_\infty T_\infty}} \text{ представлены на рис.3,}$$

где c_p и r_∞ - теплоемкость и плотность окружающего струю воздуха). Там же нанесена кривая, построенная по формуле И.А. Шепелева [5], наилучшим образом описывающая изменение осевой скорости в свободной струе.

$$\bar{u}_x = \sqrt[6]{\frac{1 + Pr_T}{6 Pr_T} \left[\frac{x}{B} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{B}{cx} \right) \right]^{\frac{1}{3}}}, \quad (1)$$

где c - экспериментальная константа, рекомендуемое значение которой 0,082.

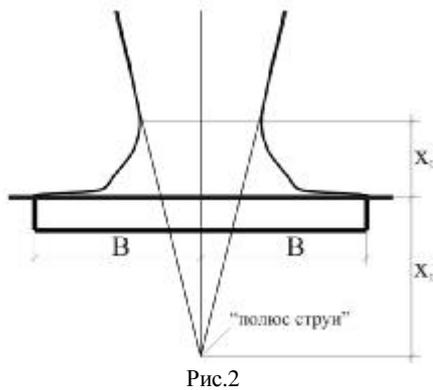


Рис.2

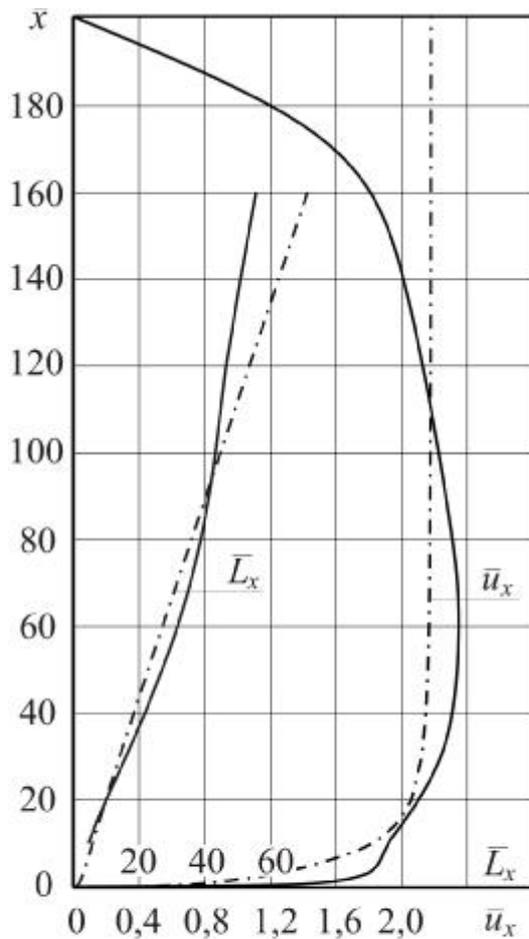


Рис.3 Изменение относительной скорости и расхода по длине струи:

— численное моделирование;
 - - - расчет по формулам (1,2).

Условно можно разделить струю на три участка. Вблизи от источника $x/B=8$ ($x/A=0,08$) скорость возрастает быстро. Особенно интенсивно она увеличивается на расстояниях $x/B \leq 3$ ($x/A \leq 0,03$). При $x/B \gg 8$ ($x/A \gg 0,08$) на кривой заметны флуктуации, что может свидетельствовать о некоторой неустойчивости течения. Интервал $0 < x/B \leq 8$ ($0 < x/A \leq 0,08$), вероятно, можно отождествить с участком формирования [1].

Затем следует основной участок, где скорость продолжает монотонно возрастать до максимума при $x/B \gg 50$ ($x/A \gg 0,5$) и далее уменьшается.

Интервал $8 < x/B \leq 120$ ($0,08 < x/A \leq 1,2$) можно условно считать основным участком струи. Именно здесь формула И.А. Шепелева наилучшим образом совпадает с результатами численного моделирования. Однако необходимо отметить и существенное отличие. Из теории свободной конвективной струи следует, что осевая скорость в основном участке струи постоянна, в нашем случае это не так.

После $x/B > 120$ ($x/A > 1,2$) осевая скорость заметно падает. Уменьшение скорости становится особенно интенсивным при $x/B > 150$ ($x/A > 1,5$). Интервал $x/B > 120$ ($x/A > 1,2$) уместно называть участком распада струи.

Также на рис.3 приведены результаты расчета относительных расходов в сечениях струи

$$\bar{L}_x = L_x / \sqrt[3]{\frac{g Q_k}{c_p r_\infty T_\infty} B}, \quad \text{сопоставленные с}$$

вычислениями по модифицированной формуле И.А. Шепелева [5].

$$\bar{L}_x = \sqrt[6]{\frac{8(1+Pr_T)}{3Pr_T} \left(\frac{x}{B}\right)^{\frac{1}{3}} \int_0^\infty \left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{y+B}{cx}\right) - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{y-B}{cx}\right) \right]^{1/3} \frac{dy}{B}} \quad (2)$$

Здесь также можно отметить удовлетворительную сходимость результатов расчета в интервале значений $0 < x/B \leq 100$ ($0 < x/A \leq 1$).

Формулы для расчета параметров стесненной струи можно представить в виде:

$$u_x^{cm} / u_x^{cs} = f_1(x/A), \quad (3)$$

$$L_x^{cm} / L_x^{cs} = f_2(x/A). \quad (4)$$

Индексы "св" и "ст" означают, соответственно, "свободный" и "стесненный". Значения параметров в свободной струе вычисляются по уравнениям (1), (2).

Графики функций $f_1(x/A)$, $f_2(x/A)$ представлены на рис. 4.

В интервале значений $0 < x/A < 2$ расчетные кривые с приемлемой точностью аппроксимируются соотношениями:

$$u_x^{cm} / u_x^{cs} = 0,783 + 1,392 \cdot (x/A) - 2,406(x/A)^2 + 1,781(x/A)^3 - 0,512(x/A)^4 \quad (5)$$



$$L_x^{cm} / L_x^{c6} = 0,468 + 3,829(x/A) - 6,572(x/A)^2 + 4,138(x/A)^3 - 0,907(x/A)^4 \quad (6)$$

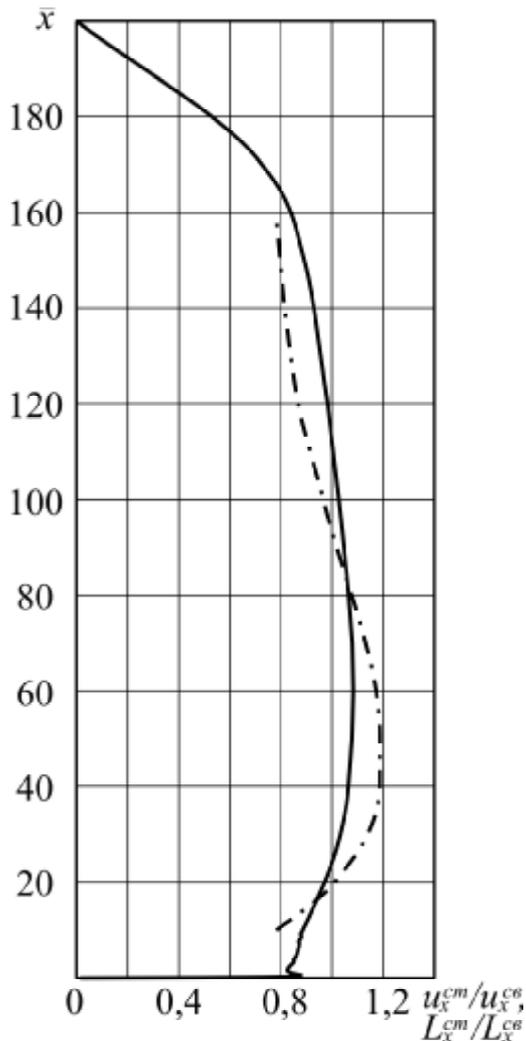


Рис.4 Графики функций:

— $f_1(x/A)$;
 - · - · - $f_2(x/A)$.

Результаты расчета безразмерной осевой избыточной температуры $\Delta \bar{T}_x = \Delta T_x \cdot B / \sqrt[3]{\frac{T_\infty Q_k^2}{c_p^2 r_\infty^2 g}}$ сопоставлены с вычислениями по модифицированной формуле И.А. Шепелева [5] для безразмерной осевой избыточной температуры в свободной струе, возникающей над источником конечной ширины (рис.5).

$$\Delta \bar{T}_x = \sqrt[6]{\frac{\text{Pr}_T}{1 + \text{Pr}_T}} \cdot \frac{B^{1/3}}{2 \cdot x^{1/3}}$$

$$\frac{\text{erf}\left(\frac{\sqrt{1 + \text{Pr}_T} \cdot B}{\sqrt{2} \cdot c \cdot x}\right)}{\left\{\text{erf}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot c} \cdot \frac{B}{x}\right)\right\}^{1/3}} + 0,1; \quad (7)$$

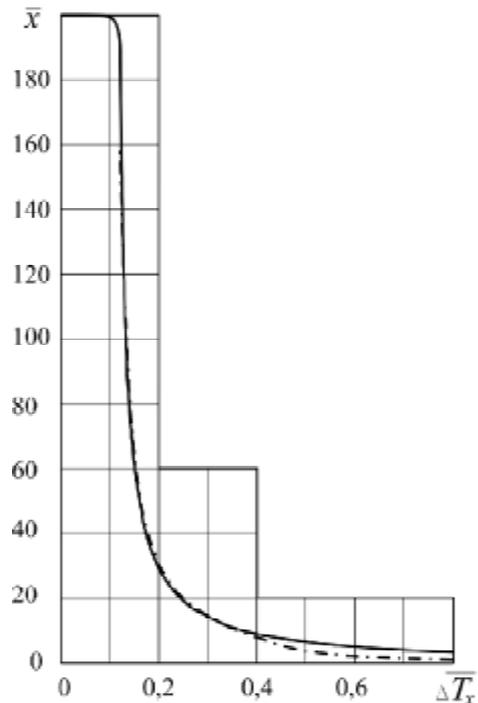


Рис.5 Изменение осевой избыточной температуры по длине струи:

— численное моделирование;
 - · - · - расчет по формуле (7).

Изменение безразмерной осевой избыточной температуры $\Delta T_x^{cm} / \Delta T_x^{c6}$ в интервале $0 < x/B < 15$ удовлетворительно аппроксимируется формулой (8):

$$\Delta T_x^{cm} / \Delta T_x^{c6} = -0,5 \cdot \ln(x/A) + 0,075. \quad (8)$$

Для значений $x/B > 15$ $\Delta T_x^{cm} / \Delta T_x^{c6} \approx 1$.

Профили продольных скоростей и избыточных температур в сечениях струи имеют форму, близкую к экспоненциальной. Однако подобие профилей, как это имеет место в свободной струе, не соблюдается (рис.6). Особенно это выражено в профилях избыточной температуры. Можно говорить о подобии лишь в узкой приосевой области и в ограниченном интервале длин.

В завершение отметим, что эта статья должна рассматриваться только как начало систематического численного моделирования тепловой конвекции. Необходимо изучить влияние на течение других параметров стеснения - $B/A, H/A$.

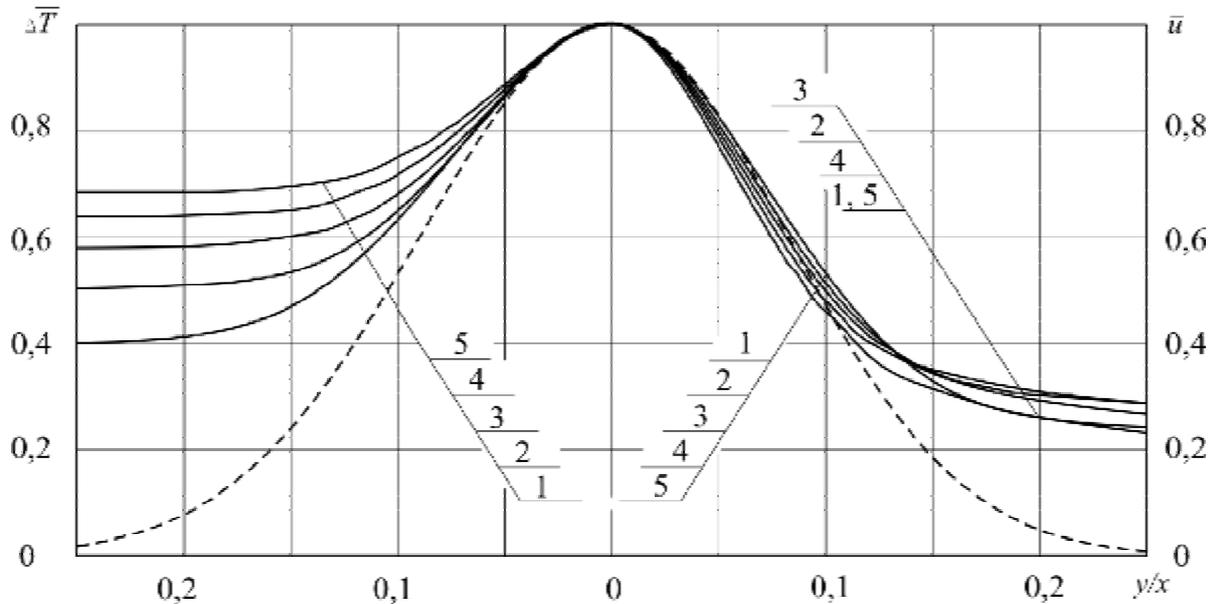
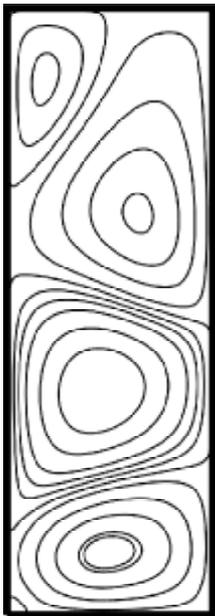


Рис.6 Профили относительной продольной скорости и избыточной температуры:

— Fluent; ---- профиль в свободной струе;

(1- $x/B=20$; 2- $x/B=30$; 3- $x/B=40$; 4- $x/B=50$; 5- $x/B=60$)

а.



б.

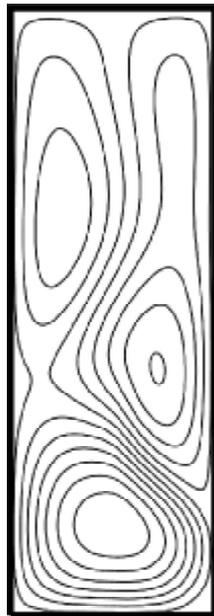


Рис.7 Линии тока течений: а. - $H=3,6$ м; $A=1,2$ м; $2B=0,1$ м;
б. - $H=6$ м; $A=2$ м; $2B=0,1$ м;

На рис. 7 показаны картины течений, которые реализуются при больших значениях параметров H/A . В этих случаях в замкнутых объемах нет выраженного струйного течения. Мы имеем ряд циркуляционных колец, форма и размеры которых определяются значениями параметров стеснения. Изучение таких течений так же, как и конвекции в частично открытых объемах, представляет собой весьма актуальную задачу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Батурин В.В., Эльтерман В.М. Аэрация промышленных зданий. М.: Госстройиздат, 1963. - 320 с.
2. Маргыненок О.Г., Коровкин В.Н., Соковишин Ю.А. Теория плавучих струй и следов. Минск: Навука і тэхніка, 1991. - 448 с.
3. Джалурия И. Естественная конвекция. Пер. с англ. М.: Мир. - 400 с.
4. Fluent 6.0 manual //Help for Fluent 6.1 package.
5. Шепелев И.А. Аэродинамика воздушных потоков в помещении. -М.: Стройиздат, 1978. - 144 с.