



УДК 001. 66.02:891.573.:66.022.5

Ахмадиев Ф.Г. – доктор технических наук, профессор

Гиззятов Р.Ф. – кандидат технических наук, доцент

E-mail: Akhmadiev@kgasu.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зелёная, д. 1

Математическое моделирование и оптимизация процессов разделения дисперсных материалов на многоярусных ситовых классификаторах

Аннотация

Разработана дискретная математическая модель разделения зернистых материалов на многоярусных классификаторах на основе теории процесса случайного блуждания частиц на плоскости. Вычислена средняя вероятность просеивания частицы в ячейку в зависимости от формы и размеров отверстий сита и частиц разделяемого материала с учетом влияния относительной скорости. С целью определения эффективности разделения сформулирована и решена задача оптимизации работы классификатора в двухкритериальной постановке.

Ключевые слова: математические модели, разделение, зернистый материал, вероятность, критерии оптимизации.

Введение

Разделение дисперсных материалов по размерам составляет основу или является составным элементом многих технологических процессов, например, производства строительных материалов, обогащения полезных ископаемых и т.д.

Одним из эффективных видов оборудования, применяемого для разделения зернистых материалов на отдельные фракции по размерам, являются ситовые классификаторы [1]. Успех в разработке и внедрении в промышленную практику вибрационных аппаратов связан с тем, что вибрация преобразует силы сухого трения, характерные для взаимодействия частиц сыпучей смеси, в силы типа вязкого трения. В результате создаются условия для проявления различий в параметрах разделения [2]. Эти различия сравнительно малы в статических условиях и при отсутствии вибрации никак не проявляются. В результате воздействия вибрации, наряду с преобразованием трения, на частицы смеси начинают действовать вибрационные силы, которые при надлежащих условиях приводят к увеличению интенсивности процесса разделения и его «разрешающей способности», т.е. возможности разделять частицы с мало отличающимися параметрами разделения. Вопросам расчета классификаторов посвящен целый ряд работ, например, [1-6].

Рабочий процесс в этих аппаратах складывается из трех процессов виброперемещения: 1) движения слоя материала по поверхности сита; 2) движения частиц проходовой фракции, т.е. более мелких частиц, в поперечном направлении к поверхности сита; 3) проникновения мелких частиц сквозь отверстия сита.

Для проектирования классификаторов важное значение имеет определение скорости каждой из трех упомянутых компонент процесса просеивания. Лучше всего обстоит дело с вычислением средней скорости вибрационного движения материала вдоль сита [4-5]. Специфика движения при классификации такова, что необходимо обеспечить приток к отверстиям ячеек максимального количества частиц. Для этого частица должна находиться в постоянном движении и при встрече с отверстием ячейки иметь способность провалиться в него. По этой причине выбор необходимой модели и параметров движения при классификации существенно отличается от задачи вибрационного перемещения. С этой точки зрения данная задача недостаточно изучена.

Значительно сложнее изучение процесса самосортирования. В работе [6] процесс внутрислоевого перераспределения частиц описывается уравнением Фоккера-Планка, при этом сепарация представляется как диффузионный процесс с поглощающим экраном, роль экрана выполняет поверхность решета. Относительно хорошо поддается расчету процесс просеивания, который носит вероятностный характер [1].

При моделировании процессов разделения дисперсных материалов можно выделить несколько основных подходов: эмпирические методы, анализ структуры потоков с помощью распределения времени пребывания (РВП) частиц внутри аппарата, методы механики сплошной среды, статистический подход.

В эмпирическом подходе, в результате обработки экспериментальных данных для определения зависимостей времени обработки, качества продукта и т.д. от свойств исходного материала, конструктивных и режимных параметров работы оборудования, устанавливают соотношения в виде регрессионных и критериальных уравнений [1, 3]. Полученные при этом соотношения описывают работу только конкретного оборудования, и не решается проблема масштабного перехода.

Достаточно широко используется метод косвенной оценки перемещения материалов по аппарату с помощью функции РВП частиц потока внутри технологического оборудования [7]. Внутреннее поведение процессов, происходящих в аппарате, проявляется в характере РВП частиц потока.

Моделирование процессов разделения дисперсных материалов методами механики сплошной среды является одним из возможных и обоснованных, хотя при практической реализации данного подхода приходится сталкиваться со сложной проблемой замыкания и решения системы уравнений механики многофазных сред [8-10].

Исследование процессов разделения дисперсных материалов на статистической основе является в настоящее время перспективной и актуальной задачей. Процессы разделения материалов по различным признакам по своей природе являются стохастическими. Поэтому расчет подобных процессов без учета случайных факторов, присущих им, будет неполным и во многих случаях даже невозможным. Процесс классификации на ситах носит стохастический характер, как в силу вероятностных свойств самих разделяемых материалов, так и самого процесса разделения. Эффективность и качество классификации в целом зависят от многих факторов. Это ограничивает возможность обобщения результатов экспериментального исследования конкретного процесса и распространения их на общий случай. В связи с этим для описания кинетики процессов разделения дисперсных материалов предлагается использовать статистические методы, в частности, математический аппарат теории марковских процессов [11-13].

Математическая модель процессов разделения дисперсных материалов

В данной работе рассматривается процесс разделения зернистого материала с заданной функцией распределения по размерам на фракции на многоярусном классификаторе, который представляет собой набор 12-15 решет с диаметром отверстий в 1,5-2,0 раза большим размера частиц и вибрационного механизма (рис. 1). Над классификатором установлен загрузочный бункер с регулируемой величиной выходной щели, а под нижней решеткой – приемные бункеры: первый – для приема мелких зерен, второй – для кондиционной фракции, третий – для крупных зерен. Принцип работы данного классификатора основан на различной вероятности прохождения через отверстия решет зерен различных геометрических размеров. Необходимо определить вероятности просеивания частиц выбранных фракций в приемные бункеры и определить эффективность (степень) разделения дисперсного материала на исходные фракции.

Для построения математической модели просеивания частицы на данном многоярусном классификаторе можно использовать теорию случайных процессов, в частности, процесс случайного блуждания частицы на плоскости. Случайное блуждание на счетном множестве неотрицательных целых чисел является бинарным дискретным ветвящимся процессом.

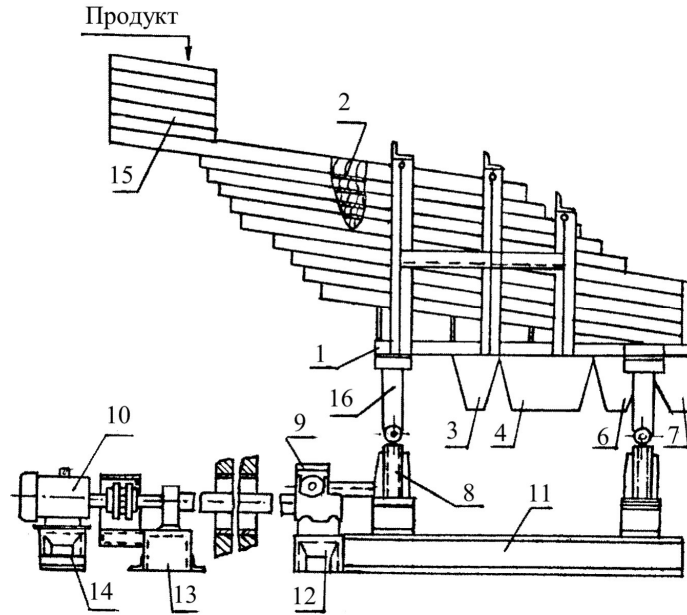


Рис. 1. Многоярусный классификатор: 1 – рама; 2 – сито; 3, 4, 6, 7 – приемные бункеры; 8 – опора; 9 – редуктор; 10 – привод; 11, 12, 13, 14 – рама; 15 – загрузочный бункер; 16 – кривошипно-шатунный механизм

В каждое дискретное состояние частица имеет вероятность p , не зависящую от положения частицы, просеиваться в нижний ярус, т.е. сделать один шаг вниз и вероятность $q = 1 - p$ перейти в следующую ячейку того же яруса, т.е. сделать один шаг в направлении движения частицы.

Пусть $P(i, j)$ – вероятность того, что частица находится в j -ой ячейке i -го яруса. Необходимо определить распределение вероятностей просеивания в ячейки нижнего яруса $P(m, j)$, т.е. вероятность того, что частица окажется в j -ой ячейке нижнего яруса, где $j = \overline{1, n}$. Здесь m – количество сит, n – количество ячеек определенной формы по длине решеток аппарата в направлении движения разделяемого материала.

Процесс случайного блуждания на плоскости можно описать следующей системой разностных уравнений:

$$P(i, j) = p \cdot P(i - 1, j) + (1 - p) \cdot P(i, j - 1), \quad (1)$$

где p – средняя вероятность просеивания в ячейку, $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$.

Эту систему уравнений следует решать при следующих граничных условиях:

$$P(0, 1) = 1, P(0, j) = 0 \text{ для } j = \overline{2, n}; P(i, 0) = 0, i = \overline{1, m}. \quad (2)$$

Решение задачи (1)-(2) имеет вид:

$$P(m, j) = \frac{m}{m + j - 1} C_{m+j-1}^m p^m (1 - p)^{j-1}, \quad (3)$$

где $C_{m+j-1}^m = \frac{(m + j - 1)!}{m!(j - 1)!} = \frac{m + 1}{1} \cdot \frac{m + 2}{2} \cdot \dots \cdot \frac{m + j - 1}{j - 1}$.

Средняя вероятность просеивания частицы в элементарную ячейку решетки p является основным параметром, с помощью которого достигается наибольший эффект

сепарирования, ее необходимо определить специально. Например, в первом приближении среднюю вероятность можно представить в виде произведения вероятностей двух независимых событий [1]:

$$P = P_z \cdot P_v, \quad (4)$$

где p_z – геометрическая вероятность, зависящая от размеров и формы частицы и ячейки решетки, p_v – вероятность, зависящая от скорости перемещения частицы. Геометрическая вероятность вычисляется по формуле:

$$p_z = S_m \cdot D^2 / 4ab, \quad (5)$$

где $2a \times 2b$ – размеры ячейки решетки; D – размер отверстия ячейки, S_m – мера множества благоприятных исходов, когда не менее половины частицы при ее движении по вибрирующей поверхности решетки может оказаться в области отверстия. Тогда под действием собственного веса частица может просеяться в отверстие ячейки. Множество благоприятных исходов определяется из следующей системы ограничений:

$$\begin{aligned} M(x; q) &= \{x + r_1(q) \leq D, \quad r_2(q) \leq D\} \\ r_1(q) &= (l \sin q + \text{sign}(p/2 - q) \cdot d \cos q) / 2, \\ r_2(q) &= (d \sin q + \text{sign}(p/2 - q) \cdot l \cos q) / 2, \end{aligned} \quad (6)$$

где l, d – линейные размеры прямоугольника, описанного вокруг большого сечения частицы, причем $l > d$ (рис. 2):

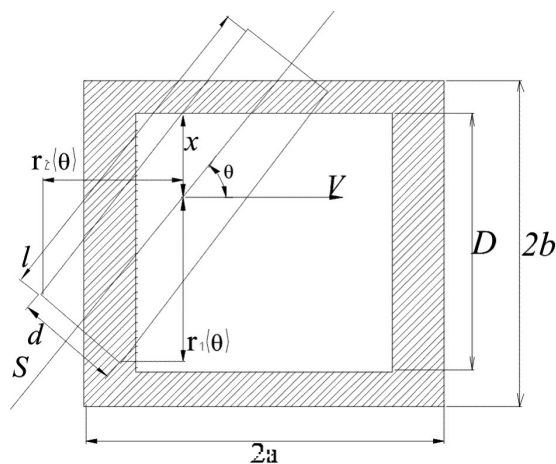


Рис. 2. Схема ячейки решетки

Координата x определяет расстояние от центра описанного прямоугольника до боковой грани отверстия. Угол q – это угол между направлением скорости движения частицы и осью, параллельной большей стороне описанного прямоугольника ($0 \leq x \leq D/2$, $q_1 \leq q \leq q_2$).

Значения q_1 и q_2 зависят от геометрических размеров и формы выбранных частиц и определяют интервал предпочтительных углов q , учитывают ориентацию частиц на плоскости, вызванную вследствие вибрации.

Просеивание частицы в ячейку в зависимости от скорости ее перемещения по вибрирующей поверхности рассматривается как случайное явление с нормальным

законом распределения [1]. Тогда:

$$p_v = 1 - \frac{1}{\sqrt{2p} s} \int_0^{V_a} \exp\left(-\frac{(u - V_k)^2}{2s^2}\right) du, \quad (7)$$

где V_a – амплитуда скорости частицы относительно решетки, V_k , s – параметр нормального закона.

Исследование вибродвижения зернистого материала проведено в рамках теории описания движения одиночных частиц. При прямолинейных гармонических колебаниях наклонного сита задача сводится к решению дифференциального уравнения:

$$\ddot{x} = Aw^2 \frac{\cos(b \mp r)}{\cos r} \sin wt - g \frac{\sin(a \pm r)}{\cos r} - f_{cp} \dot{x}, \quad (8)$$

где A и w – амплитуда и частота колебаний, a и b – углы наклона и вибрации сита, r – угол трения скольжения, f_{cp} – коэффициент сопротивления движению частицы в среде. Верхний знак соответствует движению вперед, нижний – назад.

Практический интерес представляет регулярный режим двухстороннего движения с мгновенными остановками без подбрасывания. Этот режим часто используется в сепарирующих машинах и позволяет наиболее полно использовать время пребывания разделяемого материала на поверхности сита. В этом режиме относительная скорость в положительном и отрицательном направлениях имеет вид:

$$\dot{x}_{\pm}(t) = \frac{a_{\pm}}{w} \left[\frac{1}{1 + f_0^2} \left\{ (f_0 \sin t - \cos t) - (f_0 \sin t_{\pm} - \cos t_{\pm}) \cdot \exp(-f_0(t - t_{\pm})) \right\} - \frac{z_{\pm}}{f_0} (1 - \exp(-f_0(t - t_{\pm}))) \right], \quad (9)$$

где $a_{\pm} = Aw^2 \frac{\cos(b \mp r)}{\cos r}$, $z_{\pm} = \frac{g}{Aw^2} \cdot \frac{\sin(a \pm r)}{\cos(b \mp r)}$,

$f_0 = f_{cp} / w$, $t = wt$, t_{\pm} – моменты начала скольжения в положительном (знак «+») и отрицательном (знак «-») направлениях. Моменты скольжения частицы в положительном и отрицательном направлениях определяются из уравнений [2] $t_+ = p - \arcsin(z_+ \cdot e / 2 \sin e / 2) - e / 2$; $t_- = p - \arcsin(z_- \cdot e / 2 \sin e / 2) + e / 2$, где $e = -2p z_- / (z_+ - z_-)$.

Для режима двухстороннего движения с мгновенными остановками без подбрасывания моменты окончания движения в положительном направлении t_{k+} и в отрицательном направлении t_{k-} определяются так: $t_{k+} = t_-$ и $t_{k-} = t_+ + 2p$.

Определены условия существования выбранной модели движения [4]: нормальная реакция, действующая на частицу на поверхности сита, должна сохранять положительное значение за весь период колебания, т.е. $\frac{g}{A \cdot w^2} \cdot \frac{\cos a}{\sin b} > 1$. Условия начала скольжения

вперед и назад, соответственно, имеют вид: $\sin t_+ \geq z_{1+}$, $\sin t_- \leq z_{1-}$,

$$z_{1\pm} = \frac{g}{Aw^2} \cdot \frac{\sin(a \pm r_1)}{\cos(b \mp r_1)}, \quad r_1 - \text{угол трения покоя.}$$

При движении частицы по наклонной вибрирующей поверхности ее скорость относительно решетки меняет свое направление дважды через каждые $2p/w$ сек, следовательно, и амплитуда относительной скорости V_a и параметр нормального

закона V_k , используемые в (7), принимают два разных значения. Для небольших углов наклона, в пределах $0-5^{\circ}$, амплитуду скорости можно определить так: $V_a = \max_{t_+ \leq t \leq t_-} |\dot{x}_+(t)|$.

Параметры распределения V_k и S определяются экспериментально и должны учитывать влияние всех факторов, которые в явной форме не включены в зависимость (7). Средняя скорость вибротранспортирования призвана поддерживать процесс разделения и обеспечивать производительность аппарата.

Средняя скорость виброперемещения определяется по формуле:

$$V_{cp} = \left(\int_{t_+}^{t_-} \dot{x}_+(t) dt + \int_{t_-}^{t_+ + 2p} \dot{x}_-(t) dt \right) \cdot w / 2p.$$

Рассмотрим фракцию с линейными размерами $(l_{\min}^c; l_{\max}^c) \in (l_{\min}; l_{\max})$. Необходимо выделить выбранную фракцию в целевой бункер, если задана степень разделения d – допустимое содержание нецелевых продуктов (отходов) в конечном продукте. Необходимо определить положение приемного бункера для целевой фракции.

Массовая доля рассматриваемой фракции, просеянная в j -ую ячейку нижнего яруса, может быть определена по формуле:

$$M_j = \sum_{k=1}^I C_{j+m-2}^{j-1} (p_k)^m (1-p_k)^{j-1} l_k^* c_k / l_B, \tag{10}$$

где I – число разбиений в интервале $(l_{\min}^c; l_{\max}^c)$, c_k – доля частиц выбранной фракции размерами из интервала $\Delta l_k \in (l_{\min}^c; l_{\max}^c)$, $l_k^* \in \Delta l_k$; l_B – выборочное среднее распределение частиц исходного материала по размерам, $p_k = p(l_k^*)$ – средняя вероятность просеивания частиц выбранной фракции размерами из интервала Δl_k .

Аналогично определяется \bar{M}_j – массовая доля отходов (мелких и крупных фракций), просеянная в j -ую ячейку нижнего яруса. Очевидно, целевой бункер должен содержать ячейки с наименьшим относительным содержанием отходов. Рассмотрим алгоритм выбора таких ячеек, с учетом ограничений на степень разделения δ , и оценивая при этом выход целевой фракции.

Определим положение приемного бункера для целевой фракции. Для этого построим множество $\{N\}_i$, где $i = 1, 2, 3, \dots$, которое определяет i -ое положение приемного бункера. Это множество содержит порядковые номера ячеек, которые будут включены в целевой бункер. На начальном шаге целевой бункер содержит только одну ячейку с порядковым номером j^* , т.е. $\{N\}_1 = \{j^*\}$, где $d_{j^*} = \min d_j$, $d_j = \bar{M}_j / (M_j + \bar{M}_j)$ – относительное содержание отходов в j -ой ячейке. Далее, на каждом шаге рассмотрим два ближайших номера, расположенные слева и справа от найденного ранее множества. Из них выберем тот номер, ячейка которого содержит наименьшую долю просеянных в нее отходов. А каждое последующее множество получается из предыдущего путем включения в него найденного выше номера. Алгоритм построения такой последовательности можно записать следующим образом:

$$\{N\}_{i+1} = \{N\}_i + j^*, \tag{11}$$

где $d_{j^*} = \min_j \{d_{A_i-1}, d_{B_i+1}\}$, $A_i = \inf \{N\}_i$, $B_i = \sup \{N\}_i$.

При этом на каждом шаге необходимо проверять чистоту разделения $x_i < d$,

где $x_i = \bar{S}_i / (\bar{S}_i + S_i)$, $S_i = \sum_{j=A_i}^{B_i} M_j$, $\bar{S}_i = \sum_{j=A_i}^{B_i} \bar{M}_j$, где $i = 1, 2, 3, \dots$

На определенном шаге $i = i^*$ наступит условие $x_{i^*} > d$, т.е. множество $\{N\}_{i^*}$ окончательно определит положение целевого бункера. Целевой бункер включает в себя интервал $[A_{i^*}, B_{i^*}]$.

На рис. 3 приводятся распределения массовых долей выбранных фракций вдоль классификатора, рассчитанные по формуле (10).

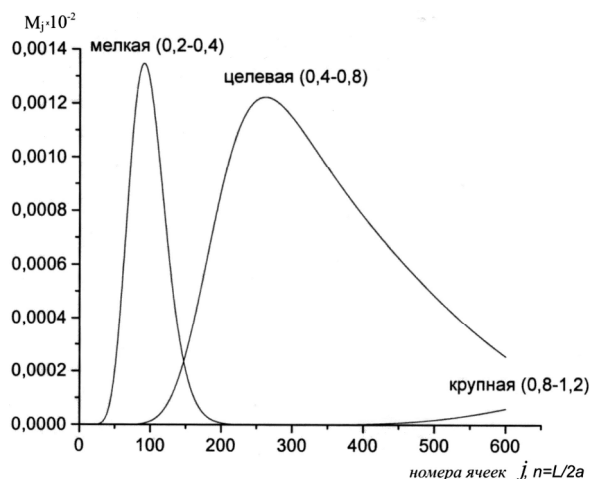


Рис. 3. Распределение массовых долей фракций (M_j) вдоль классификатора

$L = 1,5$ м; $2a = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м; $D = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м; $V_a = 0,28$ м/сек; $h_0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м; $m = 14$;
размеры фракций: 1 – $(0,2 \div 0,4) \cdot 10^{-3}$; 2 – $(0,4 \div 0,8) \cdot 10^{-3}$; 3 – $(0,8 \div 1,2) \cdot 10^{-3}$ м.

Коэффициент извлечения вычисляется по формуле:

$$h_{i^*} = S_{i^*} / M^c \cdot 100 \%, \quad (12)$$

где $M^c = \sum_{k=1}^I l_k^* \cdot c_k / l_B$ – доля фракции в исходном материале.

Оценка эффективности разделения определяется по зависимости:

$$E = h_{i^*} (1 - x_{i^*}). \quad (13)$$

Расчеты показали (рис. 4, 5), что для выбранных значений конструктивных параметров D, m можно определить оптимальные значения режимных параметров A, w, a, b , при которых коэффициент эффективности принимает наибольшее значение.

Оптимизация процесса классификации

На основании построенной математической модели разделения зернистых материалов по размерам на многоярусном классификаторе можно проводить вычислительный эксперимент и установить закономерности влияния различных технологических и конструктивных параметров на коэффициент эффективности разделения E и производительность аппарата Q . Эффективность разделения можно оценить по формуле (13). Толщина слоя зернистого материала h_0 , подаваемого из загрузочного бункера на начало верхней решетки совместно со скоростью вибротранспортирования, определяет производительность аппарата:

$$Q = r_{cp} B \cdot V_{cp} \cdot h_0, \quad (14)$$

где r_{cp} – сыпучая плотность, B – ширина вибрирующей поверхности классификатора.

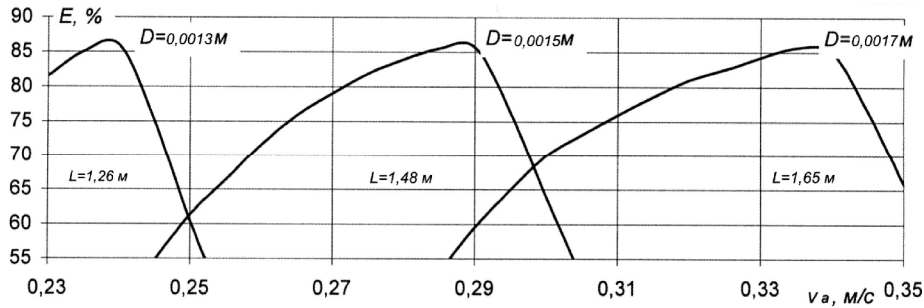


Рис. 4. Зависимость эффективности разделения E (%) от амплитуды скорости V_a (м/сек). $d=0,05$; $M^c=0,6$; $m=14$; $p_2=0,38$; размеры фракции: $(0,5 \cdot 10^{-3} \div 0,8 \cdot 10^{-3})$ (м)

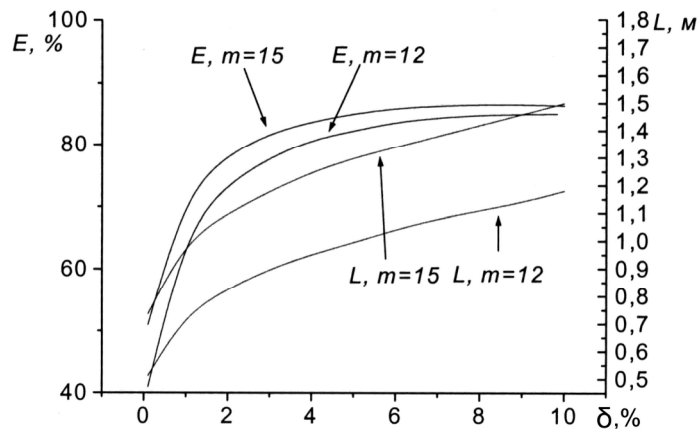


Рис. 5. Зависимости эффективности разделения E (%) и длины аппарата L (м) от параметров d (%) и m . $D=1,5$ мм; $V_k/S=5$; $M^c=0,6$; $l_{\min}=0,2$ мм; $l_{\max}=1,2$ мм; $l_{\min}^c=0,5$ мм; $l_{\max}^c=0,8$ мм; $V_a=0,28$ м/с

Результаты расчетов показывают (рис. 4, 5), что основными факторами, влияющими на коэффициент эффективности разделения E , являются количество решеток m , размер отверстия D , амплитуда A , частота w , углы наклона a и вибрации b , толщина слоя на начальном сечении h_0 , степень разделения d . Анализируя влияние основных факторов на классификацию, можно сделать вывод о том, что производительность и эффективность разделения при фиксированных значениях некоторых параметров, например, m, δ, B, L, h_0, D , зависят от одних и тех же факторов, а именно, A, w, a, b . Требуемую производительность для безотрывных режимов можно получить при различных сочетаниях указанных выше параметров, однако выбор их оптимальных значений напрямую зависит от эффективности разделения. Максимальную производительность классификатора можно установить, обеспечивая необходимую эффективность. Расчеты показывают, что между эффективностью и производительностью до определенного значения отсутствует зависимость, только при достижении этого значения эффективность начинает быстро падать с ростом производительности.

В связи с вышеизложенным правомерна постановка вопроса о нахождении оптимальных конструктивных и режимных параметров классификатора при максимальной производительности и максимальной эффективности его работы.

Для установления оптимальных режимных и конструктивных параметров классификатора сформулируем задачу оптимизации в двухкритериальной постановке. В качестве критериев рассмотрим коэффициент эффективности разделения и производительность аппарата:

$$\max E(A, w, a, b, m, D, d, L) = h(1 - d), \tag{15}$$

$$\max Q(A, w, a, b, h_0, B) = r_{cp} \cdot h_0 \cdot B \cdot V_{cp}, \quad (16)$$

при условиях: $\bar{x}^{\min} \leq \bar{x} \leq \bar{x}^{\max}, j_k^{\min} \leq j_k(A, w, a, b) \leq j_k^{\max},$

где $\bar{x} = (A, w, a, b, m, D, d, h_0, L), j_k$ – функциональные ограничения, связанные с выбранным скоростным режимом. Так как разделяемый материал подвержен случайным факторам, аппарат должен поддаваться управлению без серьезных изменений параметров конструкции, т.е. за счет изменения значений функциональных параметров. В частности, угол наклона a и угол вибрации b можно отнести к настроенным параметрам, а амплитуду A и частоту w – к управляющим. Оптимальные значения настроенных параметров могут быть выбраны перед эксплуатацией, а оптимальные значения управляющих параметров выбираются лицом, принимающим решение (ЛПР) во время эксплуатации после решения задачи (15)-(16).

Для решения задачи многокритериальной оптимизации можно использовать различные методы [14]. Одним из эффективных методов является построение оптимальных по Парето решений (Принцип Парето). При этом сначала строится множество Парето и далее ЛПР определяет окончательное решение на основе дополнительных соображений (гипотез).

Для построения множества эффективных решений (множества Парето) составим линейную свертку нормированных целевых функций и найдем ее максимум для различных значений I_1 и I_2 :

$$\max_{A, w} W = I_1 \frac{Q(A, w) - Q_{\min}}{Q_{\max} - Q_{\min}} + I_2 \frac{E(A, w) - E_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} \text{ при } I_1 + I_2 = 1 \text{ и } 0 \leq I_i \leq 1, \quad (17)$$

$$\text{где } Q_{\max} = \max_{A, w} Q(A, w, a^*, b^*, h^*, B^*) \quad \text{и} \quad Q_{\min} = \min_{A, w} Q(A, w, a^*, b^*, h^*, B^*)$$

$$E_{\max} = \max_{A, w} E(A, w, a^*, b^*, L^*, m^*, D^*, d^*) \quad \text{и} \quad E_{\min} = \min_{A, w} E(A, w, a^*, b^*, L^*, m^*, D^*, d^*),$$

которые используются для нормировки значений критериев Q и E .

Значения $a^*, b^*, L^*, m^*, D^*, h^*, B^*$ – оптимальные значения соответствующих параметров, найденные на предыдущих этапах.

В пространстве критериев строится ломаная – образ множества Парето, откуда могут быть выбраны оптимальные значения A^*, w^* . Область Парето содержит, как правило, много элементов, в связи с чем возникает необходимость в дальнейшем сужении этой области. Для этого можно использовать различные процедуры. Рассмотрим процедуру выбора оптимального решения по принципу гарантированного результата:

$$\max_{A, w} W_1 = \max_{A, w} \left(\min \left\{ \frac{Q(A, w) - \bar{Q}}{\bar{Q}}, \frac{E(A, w) - \bar{E}}{\bar{E}} \right\} \right), \quad (18)$$

$A, w \in P_{G_x}(Q, E)$ – множество Парето, \bar{Q}, \bar{E} – характерные значения производительности и коэффициента эффективности разделения из области допустимых решений.

Здесь сначала определяется значение наихудшего из критериев Q, E . Далее максимизация $W_1(A, w)$ обеспечивает наибольшее значение для наихудшего из показателей, т.е. гарантированный результат. Можно использовать и другие дополнительные соображения по усмотрению ЛПР. Например, согласно методу ранжирования критериев, максимальная производительность классификатора для безотрывных режимов определяется с учетом необходимой эффективности.

Результаты расчетов и оптимизации

На основании построенной в работе математической модели и задачи оптимизации был проведен вычислительный эксперимент. Для разделения был применен зернистый материал на полимерной основе, частицы которого имеют цилиндрическую форму диапазоном от 0,2 мм до 1,2 мм и одинаковыми диаметрами $d = 0,4$ мм. Сыпучая плотность материала равна $1,15 \text{ г/см}^3$, содержание фракции размерами 0,4-0,8 мм в разделяемом материале составляет 70-85 %.

На классификаторе были установлены решета с диаметрами отверстий 1,5 мм. Угол наклона решеток менялся в пределах $0-5^\circ$, амплитуда колебаний 3-5 мм, частота колебаний рабочего органа ($w/2p$) 7-9 колеб/сек. Высота выходной щели загрузочного бункера – 1,5-3 мм. Важнейшими параметрами, определяющими скоростной режим виброперемещения, скорость вибротранспортирования, среднюю вероятность просеивания в ячейку, а также производительность и эффективность работы, являются амплитуда и частота колебаний A и w , углы наклона и вибрации a и b , форма и размеры ячейки D .

Расчеты показывают (рис. 4, 5), что для заданного значения d и выбранных значений конструктивных параметров m, L, D, h_0 существует оптимальное значение скоростного режима, следовательно, и параметров A, w, a, b , при которых эффективность принимает максимальное значение.

При проведении численных расчетов были приняты: $L = 1,5 \text{ м}$; $B = 0,7 \text{ м}$; $D = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $\rho_{\text{ср}} = 1150 \text{ кг/м}^3$; $h_0 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $m = 13$; $\beta = 11,5^\circ$; $\alpha = 5^\circ$; $\delta = 0,05$. Размеры частиц целевой фракции менялись в диапазоне $l = (0,5 \cdot 10^{-3} \div 0,8 \cdot 10^{-3}) \text{ м}$; $l_B = 0,66 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $\sigma_B = 0,174 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. В результате решения задачи оптимизации было получено: $\omega = 44,8 \text{ сек}^{-1}$; $A = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $V_{\text{ср}} = 7,6 \cdot 10^{-2} \text{ м/сек}$; $V_a = 0,28 \text{ м/сек}$. При этом максимальное значение эффективности равно $E = 83,5 \%$, производительности – 330,4 кг/ч.

Таким образом, стохастический подход позволяет построить математическую модель процесса классификации, на основе которой удастся определить оптимальные условия функционирования аппарата. Данный подход использован для расчета многоярусного классификатора для разделения полимерных материалов.

Список литературы

1. Гортинский В.В., Демский А.Б., Борискин М.А. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. – М.: Колос, 1973. – 304 с.
2. Вибрации в технике: Справочник, т. 4. – М.: Машиностроение, 1981. – 509 с.
3. Гончаревич И.Ф., Фролов К.В. Теория вибрационной техники и технологии. – М.: Наука, 1981. – 319 с.
4. Блехман И.И. Что может вибрация? О вибрационной механике и вибрационной технике. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
5. Нагаев Р.Ф. Периодические режимы вибрационного перемещения. – М.: Наука, 1964. – 160 с.
6. Непомнящий Е.А. Кинетика некоторых процессов переработки дисперсных материалов. // Теорет. основы хим. технологии, 1973, т. 7, № 5. – С. 754-763.
7. Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии. – М.: Наука, 1976. – 499 с.
8. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
9. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. – М.: Наука, 1982. – 608 с.
10. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. – М.: Мир, 1976. – 554 с.
11. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. – М.: Сов. радио, 1977. – 206 с.
12. Казаков В.А. Введение в теорию Марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи. – М.: Сов. радио, 1973. – 231 с.
13. Баруча-Рид А.Т. Элементы теории Марковских процессов и их приложения. – М.: Наука, 1969. – 511 с.
14. Соболев М.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах с многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 108 с.

Akhmadiev F.G. – doctor of technical sciences, professor
Gizzjatov R.F. – candidate of technical sciences, associate professor
E-mail: Akhmadiev@kgasu.ru
Kazan State University of Architecture and Engineering
The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Mathematical modeling and optimization of separation processes of disperse materials multistoreyed sith classifier

Resume

The paper deals with mathematical modeling and optimization of separation processes of granular materials with a given function of the size distribution of certain fractions in the multi-level classifiers sieve.

For this purpose, a discrete mathematical model of the proposed separation of multi-level classifier based on the theory of random walk of particles in the plane. Random walk of particles in the plane described by a system of difference equations defined boundary conditions. Studied the vibrational motion of granular material, taking into account the drag coefficient of the particle in the medium and regular regimes considered for classification. We calculate the average probability of screening particles in the cell, depending on the shape and size sieve and the particles of the material shared with the influence of the relative velocity. In order to determine the effectiveness of separation is formulated and solved the problem of optimization of the classifier based on two criteria. As optimization criteria chosen separation efficiency and performance of the classifier. To solve this optimization problem using different procedures. Constructed set of efficient solutions (Pareto set). To select a final solution of this set is considered the procedure for obtaining a compromise solution on the principle of guaranteed result and the method of ranking criteria. Conducted computational experiment and the regularities of the influence of various technological and design parameters on the separation efficiency and productivity. This apparatus was used for the separation of polymeric materials.

Keywords: mathematical models, kinetics, mixture, crushing, classification, the disperse environment, Markov-processes.

References

1. Gortinsky V.V., Demsky A.B., Boriskin M.A. Separation processes on the grain-processing enterprises. – M.: Ear, 1973. – 304 p.
2. Vibrations in the technician: directory, t. 4. – M.: mechanical engineering, 1981. – 509 p.
3. Goncharevich I.F., Frolov K.V. The theory of vibrating technics and technology. – M.: Science, 1981. – 319 p.
4. Blekhman I.I. What vibration? Do about vibrating mechanics and the vibrating technics. – M.: Science, 1988. – 288 p.
5. Nagaev R.F. Periodic modes of vibrating moving. – M.: Science, 1964. – 160 p.
6. Nepomnyashy Y.A., Kinetics of the some processes of processing of disperse materials. // Theoretical bases of chemical technologies, 1973, V. 7, № 5. – 754 – 763 p.
7. Kafarov V.V., Dorohov I.N. The system analysis of processes of chemical technology. – M.: Science, 1976. – 499 p.
8. Nigmatullin R.I. Dynamics of multiphase environments. – M.: Science, 1987. – 464 p.
9. Klimontovich Y.L. The statistical physics. – M.: Science, 1982. – 608 p.
10. Ferciger G, Kapper G. The mathematical theory of processes of carrying over in gases. – M.: World, 1976. – 511 p.
11. Tihonov V.I, Mirinov M.A. Markov process. – M.: Sov. Radio, 1977. – 206 p.
12. Kazakov V.A. Introduction in the theory of the Markov-processes and some radio engineering problems. – M.: Sov. radio. 1973. – 231 p.
13. Barucha-Rid A.T. Elements of theory of the Markov-processes and their appendix. – M.: Science, 1969. – 511 p.
14. Sobol M.M., Statnikov R.B. Choice of optimum parameters in problems with many criteria. – M.: Science, 1981. – 108 p.