

УДК 697.921.42: 532.5.031

Варсегова Е.В. – кандидат физико-математических наук

E-mail: earsegova@yandex.ru

Посохин В.Н. – доктор технических наук, профессор

E-mail: posohin@mail.ru

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

О форме отрывных зон на входе в щелевой всасывающий патрубок

Аннотация

В настоящей работе решается задача о нахождении формы отрывной зоны на входе в щелевой всасывающий патрубок при наличии набегающего потока. Решение находится аналитическим способом с использованием теории функций комплексного переменного. Рассматривается отрывное плоское установившееся течение идеальной несжимаемой жидкости в канале с плоскими стенками. Строится общее решение задачи, позволяющее найти форму свободной линий тока, размеры и форму отрывной зоны. Кроме того интересующей величиной является коэффициент сжатия струи.

Ключевые слова: всасывающий патрубок, набегающий поток, отрывное течение, эффективная ширина всасывания, форма струи.

Рассмотрим потенциальное течение идеальной несжимаемой жидкости вблизи щелевого всасывающего патрубка при наличии потока набегающего со скоростью v_∞ из бесконечно удаленной точки A (рис. 1 a , течение симметричное, показана верхняя половина области течения). В точке B набегающий поток разделяется так, что часть его поступает в патрубок, а часть со скоростью v_∞ уходит мимо патрубка.

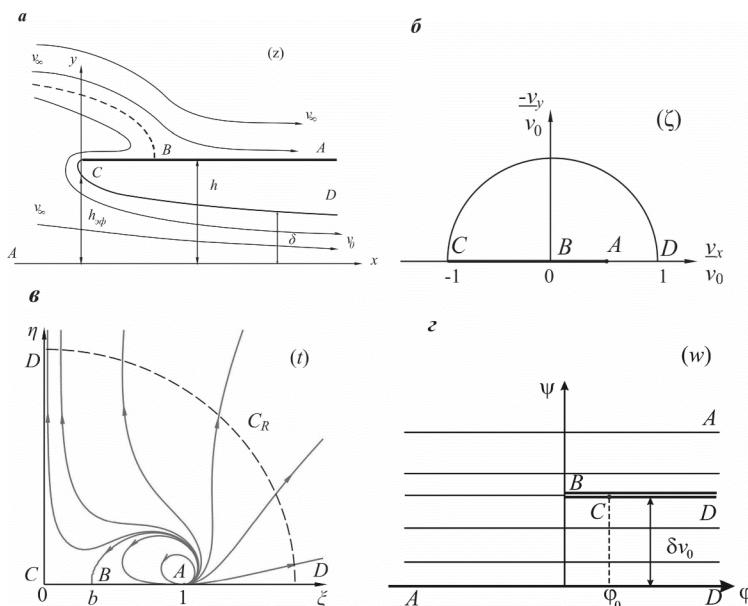


Рис. 1. Картинки течений в областях переменных:
 $a - z = x + iy$; $\bar{b} - \xi = v_x / v_0 - iv_y / v_0$; $b - t = \xi + i\eta$; $c - w = \phi + i\psi$

На свободной линии тока CD и на удалении в точке D скорость равна v_0 . Необходимо определить, как меняется кинематика потока и в частности очертания свободной линии тока CD при изменении параметра $\sigma = v_\infty / v_0$, $\sigma \leq 1$. Определить размер эффективной щели h_{eff} и коэффициент сжатия струи k .

Для решения поставленной задачи воспользуемся функцией в виде:

$$\zeta = \frac{dw}{v_0 dz} = \frac{v}{v_0} e^{i\gamma} = \frac{v_x}{v_0} - i \frac{v_y}{v_0},$$

где v и γ – модуль и аргумент комплексной сопряженной скорости в произвольной точке течения; $w = \varphi + i\psi$ – комплексный потенциал; φ, ψ – потенциал скорости и функция тока течения.

Область течения в плоскости ζ показана на рис. 1 б. Введем также параметрическую плоскость t с показанным на рис. 1 в расположением точек. На рис. 1 г показано течение в области комплексного потенциала w . Соответствие между областями ζ и t дает дробно-линейная функция:

$$\zeta = \frac{t-b}{t+b}. \quad (1)$$

Производная dw/dt отыскивается методом особых точек С.А. Чаплыгина [1]. В результате, находим:

$$\frac{dw}{dt} = \varphi_0 \frac{t(t^2 - b^2)}{(t^2 - 1)^2}, \quad (2)$$

где $\varphi_0 > 0$ – действительная постоянная, имеющая размерность потенциала скорости.

Если проинтегрировать dw/dt в параметрической плоскости по четверти окружности C_R бесконечного радиуса, то получится расход в струйке (рис. 1 в, г). Таким образом:

$$\int_{C_R} \frac{dw}{dt} dt = \varphi_0 \cdot \frac{\pi}{2} = v_0 \delta,$$

то есть:

$$\frac{\varphi_0}{v_0} = \frac{2\delta}{\pi},$$

где δ – полуширина струи на бесконечности.

Определим производную dz/dt :

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{v_0} \left(\frac{v_0 dz}{dw} \cdot \frac{dw}{dt} \right) = \frac{1}{v_0} \left(\frac{1}{\zeta} \cdot \frac{dw}{dt} \right) = \frac{2\delta}{\pi} \frac{t(t+b)^2}{(t^2 - 1)^2}. \quad (3)$$

Проинтегрировав (3), получим:

$$z(t) = \frac{\delta}{\pi} \left[(1+b) \ln(t-1) + (1-b) \ln(t+1) + \frac{b^2 + 1 + 2bt}{1-t^2} \right] + C_1 + iC_2,$$

C_1, C_2 – действительные постоянные. Константы интегрирования находятся из условий:

$$z(0) = ih; \quad \text{Im}(z(\xi)) = 0, \quad \text{при } \xi > 1. \quad (4)$$

Здесь h – полуширина патрубка.

Из второго условия (4), находим:

$$\text{Im}(z(\xi)) = \text{Im} \left(\frac{\delta}{\pi} \left[(1+b) \ln(\xi-1) + (1-b) \ln(\xi+1) + \frac{b^2 + 1 + 2b\xi}{1-\xi^2} \right] + C_1 + iC_2 \right) = 0, \quad (5)$$

при $\xi > 1$.

Так как выражение в квадратных скобках в уравнении (5) действительно при любых $\xi > 1$, то $C_2 = 0$. Из первого условия (4), получим:

$$z(0) = \frac{\delta}{\pi} \left[(1+b)\pi i + b^2 + 1 \right] + C_1 = ih;$$

то есть:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{h}{(1+b)}; \\ C_1 &= -\frac{h}{(1+b)\pi} (1+b^2). \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда, учетом (6), имеем:

$$z(t) = \frac{h}{\pi(1+b)} \left[(1+b)\ln(t-1) + (1-b)\ln(t+1) + \frac{t(b^2t+t+2b)}{1-t^2} \right].$$

Задавая здесь $t = i\eta$, получаем уравнение свободной поверхности струи:

$$z(\eta) = \frac{h}{\pi(1+b)} \left[b \ln \frac{(i\eta-1)}{(i\eta+1)} + \ln(i\eta-1)(i\eta+1) + \frac{i\eta(b^2i\eta+i\eta+2b)}{\eta^2+1} \right].$$

Разделив мнимую и реальную части находим параметрические уравнения свободной линии тока:

$$\begin{aligned} x(\eta) &= \frac{h}{\pi(1+b)} \left[\ln(1+\eta^2) - \frac{b^2\eta^2+\eta^2}{\eta^2+1} \right]; \\ y(\eta) &= h + \frac{h}{\pi(1+b)} \left[\frac{2b\eta}{\eta^2+1} - 2b \operatorname{arctg} \eta \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Расчетные очертания свободной линии тока при разных значениях представлены на рис. 2, где введены обозначения $\bar{x} = x/h$, $\bar{y} = y/h$, $\bar{h}_{\phi} = h_{\phi}/h$, h_{ϕ} – размер эффективно всасывающей щели.

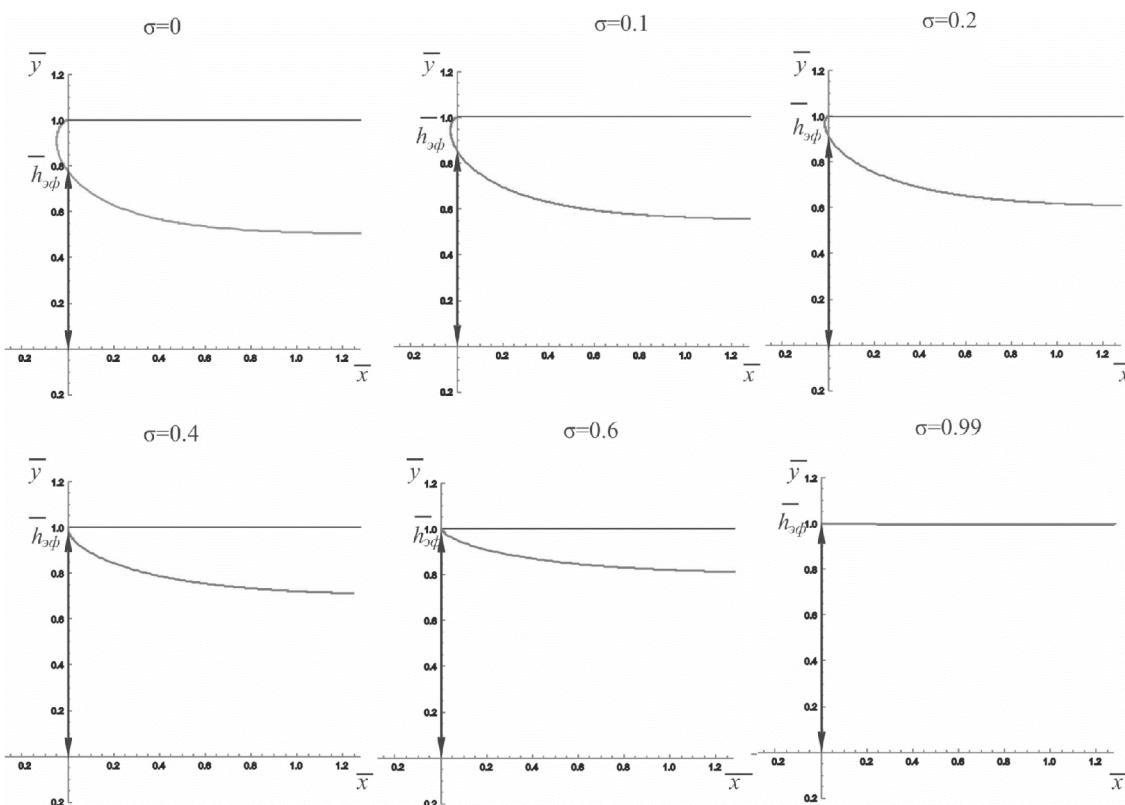
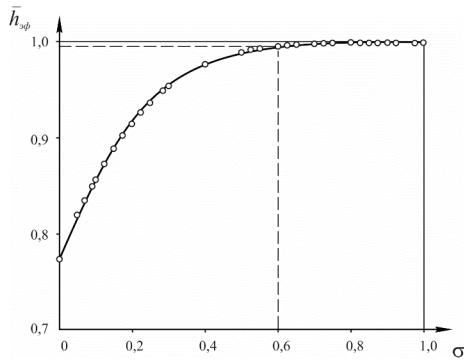


Рис. 2. Форма свободной линии тока

На рис. 3 представлена кривая зависимости эффективной ширины \bar{h}_{ϕ} от σ , которая получена численно. Кривая хорошо аппроксимируется уравнением

$$\bar{h}_{\phi} = -0.33353\sigma^4 + 1.21213\sigma^3 - 1.65053\sigma^2 + 0.99937\sigma + 0.77262.$$

Рис. 3. Зависимость \bar{h}_{φ} от σ

При $\sigma = 0$, $\bar{h}_{\varphi} = 0.772$, что согласуется с известным решением. Возрастание скорости набегающего потока приводит к быстрому увеличению \bar{h}_{φ} , так что уже при $\sigma = 0.6$ $\bar{h}_{\varphi} \rightarrow 1$. То есть наличие набегающего потока увеличивает пропускную способность всасывающего патрубка.

Определим теперь коэффициент сжатия струи:

$$k = \frac{\delta}{h}.$$

Зная, что в точке A ($t_a = 1$) скорость $v = v_{\infty}$, с учетом (1), получим:

$$\sigma = \frac{v_{\infty}}{v_0} = \frac{1-b}{1+b}, \text{ а } b = \frac{1-\sigma}{1+\sigma}.$$

Если устремить $\eta \rightarrow \infty$ во втором уравнении (7), то получим:

$$\delta = y(\infty) = \frac{h}{1+b}.$$

Тогда:

$$k = \frac{1}{1+b}, \quad k = \frac{1}{1+(1-\sigma)/(1+\sigma)} = \frac{1+\sigma}{2}.$$

Если $\sigma = 0$, при отсутствии набегающего потока, $k = 1/2$. При скорости набегающего потока, равной скорости всасывания, $\sigma = 1$, $k = 1$.

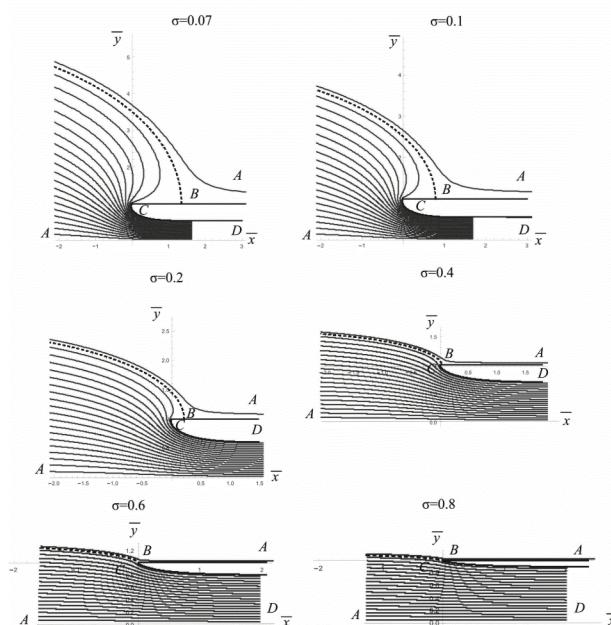


Рис. 4. Картинки течений в физической плоскости

На рис. 4 изображения картины течений в физической плоскости для различных значений σ . Пунктирной линией изображена критическая линия тока.

Список библиографических ссылок

1. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. – М.: Наука, 1979. – 536 с.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды, Т. 2. – М.: Наука, 1973. – 584 с.
4. Маклаков Д.В., Сулейманов С.З. О натекании струи на стенку произвольной конфигурации // Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 2014, № 4. – С. 3-14.
5. Посохин В.Н., Сафиуллин Р.Г. К расчету течения вблизи раструба // Вестник Казанского технологического университета, 2012, Т. 15, № 8. – С. 60-62.
6. Посохин В.Н., Сафиуллин Р.Г., Фаттахов А.Р. Геометрические характеристики отрывных зон на входе в плоские и осесимметричные стоки-раструбы. Вестник Казанского технологического университета, 2012, Т. 15, № 16. – С. 62-64.
7. Franc J.-P. Michel J.-M. Fundamentals of Cavitation. Fluid Mechanics and its Applications, 2004, vol. 76, Kluwer Academic.
8. Terentiev A.G., Kirschner I.N., Uhlman J.S. The Hydrodynamics of Cavitating Flow, 2011, Backbone Publishing Company.

Varsegova E.V. – candidate of physical-mathematical sciences, associate professor

E-mail: evarsegova@yandex.ru

Posohin V.N. – doctor of technical sciences, professor

E-mail: posohin@mail.ru

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

A form of separated flow on an entrance to suction slot-hole branch pipe

Resume

In article a problem about finding of a form of separated flow on an entrance to suction slot-hole branch pipe in the presence of the incident flow is solved. The solution is found in the analytical method with use of the theory of functions of the complex variables. The two-dimensional stationary separated flow of ideal incompressible liquid between two flat walls is considered. During the decision it is necessary to define how the kinematics of a stream and in particular the stream separation form changes. The common decision of a problem, the parametrical equations form of the line of a separation of a stream, effective width of suction slot-hole branch pipe and size of a flow separation is found. During the decision it is established that increase of speed of the incident flow leads to fast increase in width effective width of suction. That is existence of the incident flow increases the capacity of the suction branch pipe. Besides the coefficient of compression of a stream is defined.

Keywords: suction branch pipe, incident flow, flow separation, effective width of suction, stream form.

References list

1. Gurevich M.I. Theory of jets in an ideal fluid. – M.: Nauka, 1979. – 536 p.
2. Lavrentiev M.A., Shabbat B.V. Methods in the theory of functions of conformal mappings. – M.: Nauka, 1973. – 736 p.
3. Sedov L.I. Continuum mechanics. – M.: Nauka, 1973. – 736 p.
4. Maklakov D.V., Suleymanov S.Z. Mechanics of liquid and gas // Izv. RAN, 2014, № 4. – P. 3-14.
5. Posokhin V.N., Safiullin R.G. To calculation of the flow motion near the hoot slot. Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta, 2012, V. 15, № 8. – P. 60-62.
6. Posokhin V.N., Safiullin R.G., Fattakhov A.R. The geometrical characteristics of detached zones at the inlet into the hoot slot. // Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta, 2012, V. 15, № 16. – P. 62-64.
7. Franc J.-P., Michel J.-M. Fundamentals of Cavitation. Fluid Mechanics and its Applications, 2004, vol. 76, Kluwer Academic.
8. Terentiev A.G., Kirschner I.N., Uhlman J.S. The Hydrodynamics of Cavitating Flow, 2011, Backbone Publishing Company.