

УДК 624.012.35/45

Замалиев Ф.С. – кандидат технических наук, доцент

E-mail: zamaliev49@mail.ru

Биккинин Э.Г. – инженер**Казанский государственный архитектурно-строительный университет**

Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зеленая, д. 1

К расчету сталежелезобетонных плит подкрепленных ребрами

Аннотация

Статья посвящена определению напряженно-деформированного состояния сталежелезобетонных плит с ребрами методом конечных разностей в упругой и упругопластической постановках. Сталежелезобетонная плита смоделирована в виде ортотропной плиты, определены влияние шага сетки и коэффициента поперечной деформации на сходимость решений. Для сопоставления аналитических результатов проведены численные эксперименты в расчетных комплексах Ansys и Inventor. Приведены сравнения результатов численных экспериментов с аналитическими данными, полученных в ходе решения систем алгебраических уравнений.

Ключевые слова: сталежелезобетонная плита, дифференциальные уравнения, метод конечных разностей, моделирование, прогибы.

Сталежелезобетонные изгибаемые конструкции широко применяются в странах ЕС, однако в нашей стране в гражданском строительстве они должного применения не нашли, по всей видимости из-за отсутствия методов расчета, учитывающих фактическое напряженно-деформированное состояние. В нормах проектирования действующих у нас прочность сталежелезобетонных конструкций рекомендуется определять исходя из полуэмпирических зависимостей, не учитывающих фактическое напряженно-деформированное состояние, что приводит к неэкономичным и ненадежным решениям [1]. В работе [2] приводится расчет прочности сталежелезобетонных конструкций на основе аналитических диаграмм стали и бетона. Однако, при этом рассматривается работа сталежелезобетонной конструкции только в направлении стальных балок. В реальных конструкциях сталежелезобетонная конструкция работает вдоль и поперек балок.

Напряженно-деформированное состояние сталежелезобетонных конструкций сложное, так как в едином сечении совместно деформируются материалы с различными прочностными и деформативными свойствами. В общем случае напряженно-деформированное состояние сталежелезобетонной плиты преимущественно работающей на изгиб в двух направлениях можно определить через дифференциальное уравнение изгиба изотропных плит [3].

В случае сталежелезобетонных плит подкрепленных ребрами дифференциальное уравнение изотропных плит не приводит к желаемым результатам, ввиду отличий жесткости плиты вдоль и поперек ребер. При оценке напряженно-деформированного состояния сталежелезобетонных плит с ребрами более корректные результаты будут при использовании дифференциальных уравнений ортотропных плит. Для ортотропных плит дифференциальное уравнение можно представить в виде [4]:

$$D_{40} \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} + D_{04} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2D_{22} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} = q \quad (1)$$

Здесь D_{04} , D_{22} , D_{40} – цилиндрические жесткости полученной модели ортотропной плиты.

Основным отличием записи дифференциальных уравнений изгиба изотропных плит от ортотропных является то, что в первом случае цилиндрическая жесткость выводится в правую часть уравнения и записывается только однажды, во втором случае для каждого из направлений имеем свою жесткость. Используя энергетический подход при определении цилиндрических жесткостей, сталежелезобетонная плита вдоль балок рассматривается как четырехслойная (1 слой – бетонная плита, 2 слой – верхний пояс балки, 3 – стенка, 4 – нижний пояс балки). При определении жесткостной составляющей дифференциальные уравнения поперек балок учитывается лишь работа железобетонной плиты.

Для инженерных задач при расчете плитных конструкций для решения дифференциального уравнения часто применяется метод конечных разностей. Для вывода оператора коэффициентов метода конечных разностей в двумерной задаче воспользуемся результатом полученным для плоской задачи, где для записи уравнения равновесия используется оператор состоящий из 5 точек.

Выбираем некоторую область границами $a \leq x \leq b$; $c \leq y \leq d$; Область x, y из непрерывной превратим в дискретную (рис. 1). Подбираем число разбиений таким образом, чтоб $\Delta x = \Delta y$, тогда получим следующий оператор коэффициентов, состоящий из 13 точек (рис. 2).

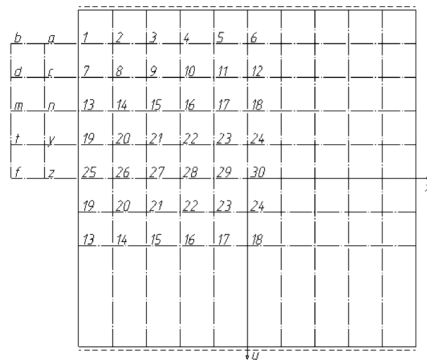


Рис. 1. Пластина с размерами сторон 6x6 м

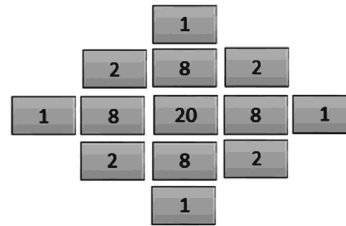


Рис. 2. Оператор коэффициентов для двумерной задачи

Исходя из полученных результатов, в каждой внутренней точке двумерной задачи записывается уравнение равновесия, согласно формуле (1). Рассматривается упругопластическое состояние плиты, шарнирно-опертой по двум параллельным сторонам (по концам балок-ребер) и свободно по двум другим равномерно распределенной нагрузкой q (схема плиты представлена на рис. 1).

Изгибающие и крутящие моменты для упругопластического состояния плиты представляются как разность моментов:

$$M_x = M_x^m - M_x^0; M_y = M_y^m - M_y^0; H = H^m - H^0,$$

где M_x^m, M_y^m, H^m – моменты от напряжений распределенных по упругому закону;

M_x^0, M_y^0, H^0 – моменты от разности напряжений изменяющихся по упругому и неупругому законам.

Моменты M_x^0, M_y^0, H^0 зависят от вида диаграмм работы материала стальных балок, являющиеся ребрами плиты, и могут быть записаны через пластические коэффициенты $\eta_x, \eta_y, \eta_{xy}$; зависящие от нагрузки появления текучести и границы упругого ядра $M_x^0 = M_x^m \eta_x; M_y^0 = M_y^m \eta_y; H^0 = H^m \eta_{xy}$.

Сначала пишется уравнение равновесия в моментах, затем в прогибах. Через прогибы в левой части и пластические коэффициенты, в правой части, уравнение приобретает вид:

$$D_{40} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + D_{04} \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} + 2D_{22} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} = q - \frac{\partial^2 (M_x^m \eta_x)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 (M_y^m \eta_y)}{\partial y^2} - \frac{2\partial^2 (H^m \eta_{xy})}{\partial x \partial y}. \quad (2)$$

Решение проводим по методу упругих решений в сочетании с методом конечных разностей. Поверхность пластины покрываем квадратной сеткой первоначально с шагом $\lambda = a/10$, затем шагом $\lambda = a/4$, где a сторона пластины. Вследствие симметрии системы и нагрузки достаточно рассмотреть четвертую часть пластины (узлы 1-30, a-z) для чего понадобится составить систему из 30 уравнения равновесия. Предварительно выполняем расчет пластины в упругом состоянии, который будет нулевым приближением упругопластического решения. Вычисления проводим при коэффициентах поперечной деформации $\mu = 0.3, \mu = 0.5$. Уравнения упруго-пластического равновесия при изгибе данной пластины решались в среде Mathcad 15 по заранее составленной программе.

В первом приближении для заданной нагрузки, превышающей нагрузку текучести находятся границы пластических зон, а далее вычисляются правые части уравнения равновесия. Затем снова решается упругая задача с учетом найденных правых частей уравнения, в результате определяются новые прогибы, по этим прогибам вычисляются моменты в первом приближении. Аналогичные вычисления проводятся в последующих приближениях пока расхождение результатов между двумя соседними приближениями не станет меньше 5 %.

В качестве исходных данных принималась плита с размером сторон 6x6 м. Рассматриваемая сталежелезобетонная плита состоит из двутавровой балки 20Б1 ГОСТ 26020-83, С255 длиной 6 м; бетонной плиты 6000x6000 мм в плане, 80 мм по высоте из бетона В25; анкера выполнены из стальной арматуры в виде двух рядов вертикальных стержней диаметром 10 мм, высотой 50 мм, приваренных по всей длине к верхнему поясу стальных балок с шагом 300 мм в пролете, 150 мм в опорной зоне.

Характер развития прогибов плиты по осям x, y примет следующий вид:

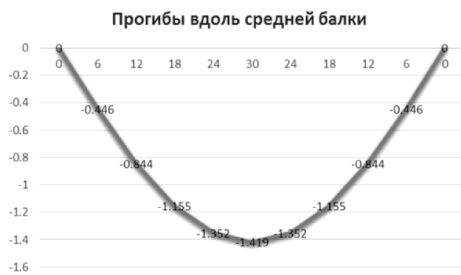


Рис. 3. Развитие прогибов по точкам 0-30

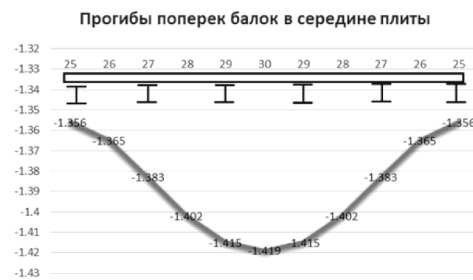


Рис. 4. Развитие прогибов по точкам 25-30

Анализ влияния сгущенной сетки пластин в пределах упругости показало, что при равномерно распределенной нагрузке ее влияние на результаты расчета не велико, а совпадение результатов подтверждает правильность составления уравнений равновесия в каждом из случаев. При упруго-пластической постановки задачи с увеличением густоты сетки нагрузка при появлении текучести несколько снижается, а разница в прогибах составляет 8 %. Таким образом, при упруго-пластическом изгибе пластин выбор сетки оказывает более существенное влияние на результаты расчета, чем в упругом состоянии.

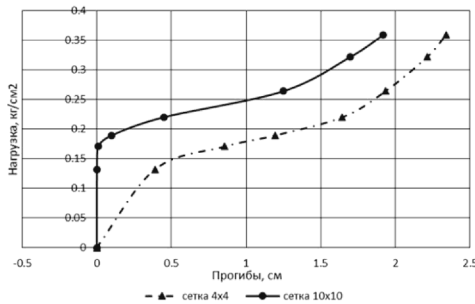


Рис. 5. Развитие прогибов при разном шаге

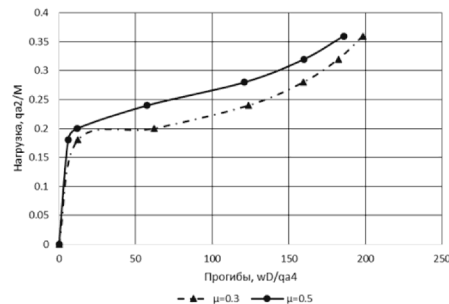


Рис. 6. Прогибы за сетки пределом упругости при коэф. поперечной деформации

Для сравнения результатов аналитического расчета на основе метода конечных разностей выполнены численные исследования в расчетных комплексах Ansys и Inventor, позволяющие при определенных условиях [5], учитывать действительную работу сталежелезобетонных изгибаемых конструкций. Граничные условия, условия нагружения, свойства материалов в расчетных программных комплексах моделировались такими же, как и в случае аналитических вычислений с использованием метода конечных разностей. Выполненные численные исследования на базе программных комплексов Ansys, Inventor позволили выявить общую картину напряженно-деформированного состояния сталежелезобетонных плит.

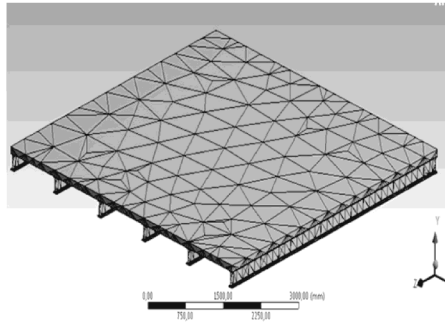


Рис. 7. Конечно-элементная модель в ПК Ansys

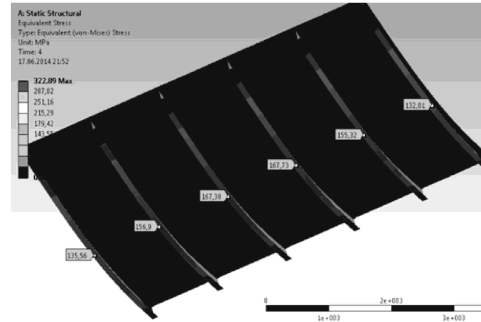


Рис. 8. Развитие напряжений в поясе стальной балки

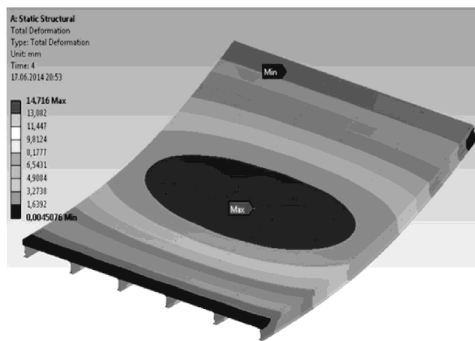


Рис. 9. Развитие прогибов в ПК Ansys

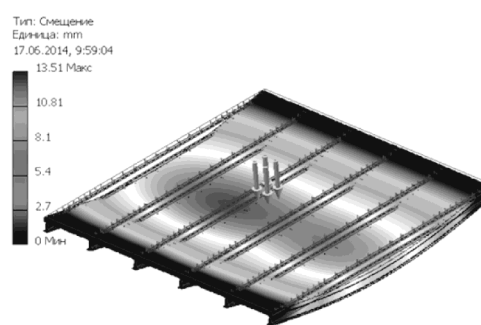


Рис. 10. Развитие прогибов в ПК Inventor

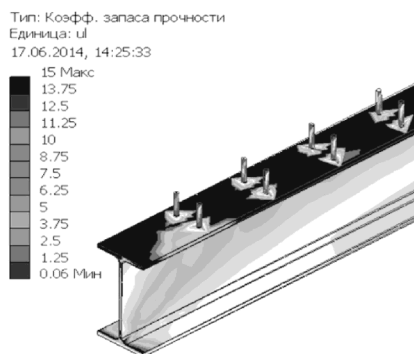


Рис. 11. Выявление прочности анкеров в ПК Inventor

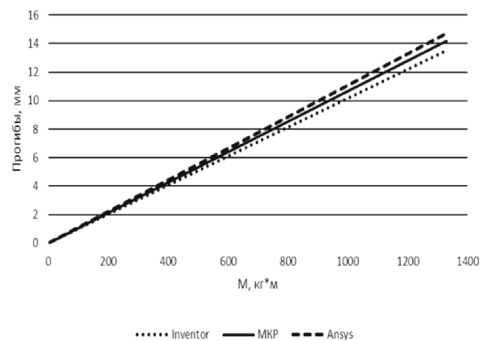


Рис. 12. Сопоставление прогибов

Заключение

1. Решение дифференциальных уравнений, при которой задача нахождения функции сводится к решению системы алгебраических уравнений, позволяет получить достоверную картину распределения деформаций в сталежелезобетонной плите.
2. При равномерно распределенной нагрузке и упругой постановке задачи влияние изменения шага сетки невелико. При упруго-пластической постановке задачи с увеличением густоты сетки нагрузка при появлении текучести несколько снижается, а разница в прогибах составляет 8 %.
3. Общая картина напряженно-деформированного состояния сталежелезобетонных плит, полученная на основе дифференциальных уравнений, схожа с картиной полученной численными исследованиями на базе программных комплексов Ansys и Inventor.
4. Результаты вычислений, по методу конечных разностей отличаются от данных по расчетным программам Ansys и Inventor, на 3-5 %.

Список библиографических ссылок

1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules for buildings / European Committee for Standardization, 2002.
2. Замалиев Ф.С., Мирсаяпов И.Т. Расчет прочности сталежелезобетонных изгибаемых конструкций на основе аналитических диаграмм // Разработка и исследование металлических и деревянных конструкций // Сборник научных трудов: КГАСА. – Казань, 1999. – С. 142-149.
3. Стрельбицкая А.И. и др. Изгиб прямоугольных пластин за пределом упругости. – Киев, 1971.
4. Замалиев Ф.С., Каюмов Р.А. К расчету сталежелезобетонных перекрытий, как ортотропной плиты. // Известия КГАСУ, 2014, № 1 (29). – С. 94-99.
5. Замалиев Ф.С., Гурьянов И.А., Шаймарданов Р.И., Хайрутдинов Ш.Н. Численные и натурные эксперименты в исследованиях сталежелезобетонных конструкций. // Известия КГАСУ, 2012, № 1 (19). – С. 46-52.

Zamaliyev F.S. – candidate of technical science, associate professor

E-mail: zamaliyev49@mail.ru

Bikinin E.G. – engineer

Kazan State University of Architecture and Engineering

The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

On the calculation of steel-concrete plates reinforced by ribs**Resume**

The article is devoted to the calculation of steel-concrete plates reinforced by ribs. Steel and reinforced concrete slabs in many countries are used as floors and roofs of civil buildings. In this paper to study the stress-strain state of the supported edges of plates, the differential equation of the plate used in considering it as an orthotropic rectangular plate. Stove considered as four-layer plate with different rigidity characteristics. Solving problems is built on the basis of the deformation theory of plasticity and the premises of the theory of plate bending for the solution of differential equations used the finite difference method.

In this paper we study the stress and strain state of these plates in the elastic and elastic-plastic areas in the light of several factors: the magnitude of load, the ratio of the size of the plates, step grids. In each case, the diagrams are defined deflection at a given load.

To assess the comparability of the calculation method of steel-concrete slabs based on the finite difference method, numerical experiments using the application ANSYS and Inventor, the example of the steel-concrete slab supported by steel I-beam 6x6 № 20 Graphs of the stress-strain state of a steel-concrete plate. Given the comparison of deflections by three methods. Shows a good convergence of the proposed method of calculation of steel-concrete plates.

Keywords: composite plate, differential equations, finite difference method, modeling, deflections.

Reference list

1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules for buildings / European Committee for Standardization, 2002.
2. Zamaliyev F.S., Mirsayapov I.T. Strength calculation of steel-concrete bent designs based on the analytical diagrams // Development and research of metal and wooden structures // Proceedings: KSABA. – Kazan, 1999. – P. 142-149.
3. Strelbitsky A.I. Bending of rectangular plates beyond the elastic limit. – Kiev, 1971.
4. Zamaliyev F.S., Kaumov R.A. On the calculation of steel-concrete slabs as orthotropic plate // News of the KSUAE, 2014, № 1 (29). – P. 94-99.
5. Zamaliyev F.S., Guryanov I.A., Shaimardanov R.I., Khairutdinov Sh.N. Numerical experiments and field studies in steel-concrete structures // News of the KGASU, 2012, № 1 (19). – P. 46-52.