УДК 624 + 519.23
Майстренко И.Ю. – кандидат технических наук, доцент
E-mail: igor_maystr@mail.ru
Манапов А.З. – кандидат технических наук, доцент
E-mail: man48-75@mail.ru
Казанский государственный архитектурно-строительный университет
Адрес организации: 420043, Россия, г. Казань, ул. Зелёная, д. 1

Статистическое моделирование работы строительных конструкций методом Монте-Карло. Работа с числовыми множествами

Аннотация

В работе представлен анализ эффективности получения числовых множеств выходных и промежуточных параметров по известным числовым множествам входных параметров в ходе статистического моделирования работы строительных конструкций. Анализ проведен на примере решения задачи по определению суммарной постоянной нагрузки на плиту покрытия строительной конструкции пятью возможными способами обработки числовых множеств, для которых проработаны особые приемы, позволяющие обеспечить решение поставленной задачи. Проведенное исследование позволило дать оценку приемлемости для практики рассмотренных способов обработки по различным критериям.

Ключевые слова: строительная конструкция, статистический, анализ, моделирование, числовое множество, имитационный эксперимент, метод Монте-Карло.

Введение. Статистическое моделирование работы строительных конструкций предполагает выполнение той же цепочки операций, что и при детерминированном решении задачи. Отличие состоит в форме представления и логике переходов от исходных параметров к промежуточным или конечным параметрам. При детерминированном представлении количественная оценка параметров выполняется только одним числом (точечная оценка). При статистическом моделировании количественная оценка параметров выполняется в статистической форме с использованием числовых множеств (интервальная оценка). Числовые множества исходных параметров получают с помощью генератора случайных чисел на базе закона распределения, характерного для этого параметра.

Метод статистического моделирования позволяет представлять промежуточные и конечные параметры в виде числовых множеств, что во многих случаях представляется невозможным при статистических преобразованиях на основе использования аналитических методов. Переходы от исходных параметров к промежуточным и конечным параметрам при статистическом моделировании отличаются от переходов на основе детерминированных методов аналогичного назначения тем обстоятельством, что они должны предусматривать обеспечение всех возможных сочетаний чисел, участвующих в расчете. В связи с тем, что число возможных сочетаний будет иметь значительный, порой запредельный для персональной вычислительной техники, объем, для решения задач в практике проектирования строительных конструкций требуется разработка особых приемов, позволяющих обеспечить решение поставленной задачи в приемлемые сроки и с наименьшими ошибками, возникающими при трансформации числовых множеств.

В работах [1-5] рассмотрены важные аспекты, связанные с имитационным моделированием, в основном для решения задач статической физики, физической и химической кинетики, теории массового обслуживания, финансовой математики, теории турбулентности, математической биологии, а также для моделирования случайности при разработке и анализе производственных систем. В этих работах отмечается, что операции с числовыми множествами требуют большого объема вычислений, причем под операциями с множествами предполагается полный перебор числовых значений, и этот факт сильно ограничивает возможности применения численных методов. Для уменьшения объемов исходных множеств многими авторами были предложены различные приемы, направленные на оптимизацию имитационного эксперимента, например, в работе [1] рассмотрены приемы, основанные на методе анализа чувствительности, то есть по одному единственному прогону имитационной модели делается попытка определить, как изменения входных параметров влияют на выходные оценки показателей. В работе авторов [6] используется прием, основанный на пошаговом сравнении множеств, здесь же, на примере задачи надежности конструктивного элемента, анализируется влияние объемов множеств на сходимость к аналитическому решению. В работах авторов [7-9] для решения задач моделирования работы и ресурса несущих конструкций используется прием работы с множествами, основанный на пошаговом использовании чисел множеств в соответствии с их порядковыми номерами расположения.

В данной работе выполнен анализ эффективности получения числовых множеств выходных и промежуточных параметров по известным числовым множествам входных параметров на примере пяти способов обработки числовых множеств в ходе имитационного моделирования, выделенных авторами для решения задачи по определению суммарной постоянной нагрузки на плиту покрытия строительной конструкции.

Имитационное моделирование выходных и промежуточных параметров предполагает наличие числовых множеств, определяющих статистическое распределение входных параметров, и детерминированных функций перехода от входных параметров к выходным или промежуточным. Промежуточными параметрами могут быть суммарные нагрузки, усилия от действующих нагрузок, геометрические характеристики сечений. Выходными параметрами обычно являются суммарные напряжения от нагрузок, суммарные перемещения отдельных точек конструкции, удельная прочность материалов.

Анализ эффективности получения числовых множеств. Рассмотрим пример имитационного моделирования промежуточного параметра, например, суммарной постоянной нагрузки на плиту покрытия из пяти слагающих: веса плиты покрытия, пароизоляции, утеплителя, стяжки и рулонного покрытия. Учитывая, что выходные данные моделирования являются стохастическими, выводы и решения, принятые на основании одного единственного прогона имитационной модели, могут рассматриваться только как частная реализация. Это обстоятельство потребует выполнения многократных прогонов имитационной модели и выбора надлежащих методов статистического анализа применительно к выходным данным. Перед выполнением прогонов имитационной модели требуется решить, какие именно способы обработки числовых множеств следует использовать, чтобы получить нужную информацию при наименьшем объеме моделирования. Выделим несколько способов обработки числовых множеств в ходе имитационного моделирования (далее – способ обработки), позволяющих выполнить статистическое суммирование перечисленных пяти нагрузок.

Первый способ обработки типа N^k использует полный факторный план и предполагает полный перебор всех возможных вариантов. Этот способ обработки при увеличении числового множества N, определяющего статистическое распределение k входных параметров, очень быстро становится неуправляемым, то есть оказывается сложным поддерживать полный факторный план на нужном уровне в течение всей программы имитационного эксперимента. Так, если числовые множества каждой из слагаемых нагрузок будут состоять, например, из 10^4 значений, потребуется $(10^4)^5 = 10^{20}$ точек плана, при этом если будет выполняться всего пять повторов в каждой точке плана, то получится $5x10^{20}$ повторов.

Второй способ обработки типа N^{k-p} использует факторный план с выделением несущественных факторов и предполагает полный перебор главных эффектов после фиксирования несущественных факторов на подходящем уровне (например, на уровне соответствующей границы доверительного интервала). Этот способ обработки основан на эффектах взаимодействий между большим числом факторов, которые оказываются незначительными в сравнении с главными факторами. Естественно, при увеличении значения p будет наблюдаться упрощение вычислений с одновременным уменьшением количества информации, получаемой в ходе эксперимента. Этот недостаток может быть компенсирован увеличением числа имитационных прогонов и оптимальной строгости смешивания эффектов от взаимодействия большого числа факторов. При второй имитационной модели для указанных выше числовых множеств нагрузок потребуется, по меньшей мере, $(10^4)^{5-3} = 10^8$ точек плана, а число повторов моделирования, при выполнении пятидесяти повторов в каждой точке плана, составит $5x10^9$, что также потребует значительных вычислительных усилий.

Третий способ обработки типа $(N\text{–sort})^k$ использует факторный план с предварительной «односторонней» сортировкой множеств. Этот способ обработки основан на эффекте гарантированного (или оптимального) представления экстремумов числовых множеств. При этом потребуется выполнить поиск оптимального объема (N–sort) числового множества N, исключающего возможность возникновения неприемлемых ошибок. В этом случае общее количество повторов существенно уменьшится и, например, при N–sort = 50 составит $5x10^6$. Способ обработки типа $(N\text{–sort})^k$ фактически является выборкой экстремальных значений из более объемной выборки типа N^k. Вероятность реализаций экстремальных значений, входящих во множество $(N\text{–sort})^k$, для любой случайной выборки объемом $5x10^6$ будет составлять $5x10^6x\ 10^2/10^{20} = 5x10^{-12}$. Это означает, что при обычном развитии событий вероятность наступления событий, входящих во множество типа $(N\text{–sort})^k$, очень мала. Таким образом, способ обработки типа $(N\text{–sort})^k$ пригоден только для оценки верхних возможных пределов реализаций и не пригоден для получения реализаций с вероятностными характеристиками характерными для реальных событий.

Четвертый способ обработки типа U(a,b)|const (N_i) использует факторный план с пооперационной трансформацией множеств до приемлемого фиксированного значения const(N_i). Этот способ обработки основан на статистических преобразованиях множеств после каждой i-ой операции, приводящей к увеличению их объема, в другое множество меньшего объема, но подчиняющееся тому же распределению U(a,b), с последующим полным перебором всех возможных вариантов. Использование данного способа обработки будет позволять поддерживать приемлемые вычислительные усилия для выполняемых трансформаций и оптимальные объемы числовых множеств. При этом предусматривается, что объем трансформируемых множеств будет определяться не числом входных параметров, а заданной точностью в исследовании. Так, если принять фиксированное значение числового множества каждой из слагаемых нагрузок равной 10^4 значений, то для k входных параметров потребуется $(10^4)^2x(k-1) = 4x10^8$ точек плана, при этом если будет выполняться пятьдесят повторов в каждой точке плана, то получится $2x10^9$ повторов. Очевидно, что вычислительные усилия также оказываются весьма значительными.

Пятый способ обработки типа $f_k(j)|N$ предполагает создание выборки из реализаций случайных величин, соответствующих каким-то определенным распределениям вероятностей с плотностью $f_k(j)$, и последующей построчной трансформацией j-х значений полученных числовых множеств на основе детерминированных функций взаимодействия. Этот способ обработки позволяет создавать числовые множества в форме случайных векторов k входных параметров и обеспечивать переход от входных параметров к выходным или промежуточным на основе известных аналитических зависимостей, например, методов строительной механики. При этом не возникает необходимости составления возможных сочетаний входных параметров, а необходимый объем числовых множеств будет определяться пробными прогонами имитационной модели до достижения устойчивых результатов. Количество пробных прогонов следует определять на основании статистического анализа выходных (или промежуточных) параметров, например, путем исследования устойчивости доверительного интервала к отклонениям от исходного распределения вероятностей входных параметров. Итак, если принять фиксированное значение числового множества каждой из слагаемых нагрузок равной 10^4 значений, то для k входных параметров потребуется столько же точек плана. Для пятого способа обработки вычислительные усилия, даже при выполнении 400 повторов в каждой точке плана, составят всего $4x10^6$ повторов, что представляется достаточно заманчивым для использования в практике проектирования строительных конструкций.

Для анализа эффективности получения числовых множеств в ходе имитационного моделирования задаем входные параметры, представленные в таблице 1, которые будем использовать для всех выделенных способов обработки. Расчетное значение суммарной постоянной нагрузки на плиту покрытия $\Sigma q_{p,i}$, определенное нормативным методом, см. табл. 1, составит 5850 Па.

Таблица 1

Входные параметры

№ п/п	Наименование нагрузки	Нормативное значение, $q_{n,i}$	Коэффициент надежности	Расчетное значение, $q_{p,i}$	Среднее ожидаемое значение, q_i	Коэффициент вариации, $v_{q,i}$	Стандарт, $\Delta_{q,i}$
1.	Вес 1 м^2 сборной железобетонной плиты покрытия	2942 Па	1,1	3236 Па	2942 Па	0,05	147 Па
2.	Вес 1 м^2 пароизоляции	490 Па	1,3	637 Па	490 Па	0,15	74 Па
3.	Вес 1 м^2 утеплителя	392 Па	1,3	510 Па	392 Па	0,15	59 Па
4.	Вес 1 м^2 цементной стяжки	755 Па	1,3	982 Па	755 Па	0,15	113 Па
5.	Вес 1 м^2 рулонного покрытия	373 Па	1,3	485 Па	373 Па	0,15	56 Па

Имитационное моделирование и анализ эффективности получения нужной информации. Имитационный эксперимент, выполненный с обработкой числовых множеств первым способом, показал значительную трудоемкость получения искомых параметров при использовании вычислительных возможностей персонального компьютера и, по-видимому, может иметь ограниченное применение в практике инженера при проектировании строительных конструкций.

Перед выполнением имитационного эксперимента с обработкой числовых множеств вторым способом выделена оценка факторов по степени значимости. В последующем имитационный эксперимент с обработкой числовых множеств вторым способом был разбит на три ступени. На первой ступени рассмотрен способ обработки типа N^{k-1}, в которой условно наименее значимый фактор – нагрузка от веса 1 м^2 рулонного покрытия – был зафиксирован на уровне 374,955 Па, что соответствует верхней границе доверительного интервала с надежностью 0,99999 на базе статистических испытаний 10^7. На второй ступени рассмотрен способ обработки типа N^{k-2}, в которой аналогичным образом зафиксировано значение нагрузки от веса 1 м^2 утеплителя на уровне 394,060 Па. На третьей ступени для способа обработки типа N^{k-3} нами зафиксировано и значение нагрузки от веса 1 м^2 пароизоляции на уровне 492,584 Па. Имитационный эксперимент, выполненный с обработкой числовых множеств вторым способом (см. табл. 2, п. 1-3), показал, что по сравнению с предыдущим способом обработки имеет место некоторое завышение границ доверительного интервала искомого параметра при прочих равных условиях. При этом трудоемкость получения искомых параметров для способов обработки с фиксированием на определенном уровне малого числа факторов (см. табл. 2, п. 1) не дает ощутимого снижения вычислительных усилий. Фиксирование на определенном уровне большого числа факторов (см. табл. 2, п. 3) приводит к очевидному снижению изменчивости имитационной модели, при этом отмечена неприемлемая строгость смешивания эффектов от взаимодействия пяти факторов при фиксировании на определенном уровне трех из них.

Проведению имитационного эксперимента с обработкой числовых множеств третьим способом предшествовала работа по поиску оптимального объема (N–sort) числового множества $N=10^4$, исключающего возможность возникновения неприемлемых ошибок. Задаваемый во входных параметрах объем гарантированного представления экстремумов числовых множеств в данной имитационной модели принят равным 50. Имитационный эксперимент, выполненный с обработкой числовых множеств третьим способом (см. табл. 2, п. 4), показал, что наблюдается значительное (по оценке асимметрии до 0,850 Па^3) смещение распределения вправо, что, в свою очередь, дает увеличение суммарной нагрузки по сравнению с её расчетным значением, полученным нормативным методом, по меньшей мере, на 6,6 %.

Для проведения имитационного эксперимента с обработкой числовых множеств четвертым способом выбран фиксированный объем числовых множеств const (N_i), равный 10^4. Имитационный эксперимент выполнен следующим образом. Вначале с помощью генератора случайных чисел получены числовые множества для двух постоянных нагрузок объемом по 10^4 реализаций, которые затем были суммированы полным перебором всех возможных вариантов. После этой операции получено числовое множество объемом $(10^4)^2 = 10^8$ точек плана, для которого определена промежуточная итоговая статистика первой ступени имитационного эксперимента. Для полученных статистических характеристик проведено генерирование другого множества объема 10^4 реализаций. Далее с помощью генератора случайных чисел получено числовое множество для третьей постоянной нагрузки объемом 10^4 реализаций, которое затем было суммировано полным перебором всех возможных вариантов со статистически преобразованным множеством первых двух постоянных нагрузок. Такие операции проведены аналогично описанной выше схеме последовательно для всех остальных постоянных нагрузок, всего потребовалось выполнение четырех ступеней имитационного эксперимента. Несмотря на сравнительно большое число точек плана, эксперимент оказался управляемым даже при использовании вычислительных возможностей доступных расчетных программных оболочек, в частности системы Mathcad. Результаты имитационного эксперимента с обработкой числовых множеств четвертым способом (см. рис. 1 и табл. 2, п. 5) показали, что проведенные преобразования приводят к наибольшим деформациям формы итогового распределения (по оценке эксцесса ≈ 2,0 Па^4) при практической неизменности координаты центра группирования. По остальным показателям итоговой статистики получены приемлемые для инженерной практики показатели.

Рис. 1. Фрагмент прогона имитационной модели U(a,b)|const (N_i), при $N_i = 10^4$

Имитационный эксперимент с обработкой числовых множеств пятым способом выполнен с объемами числовых множеств N, равными 10^4, 10^5, 10^6 и 10^7, см. рис. 2, 3 и табл. 2, п. 6-9.

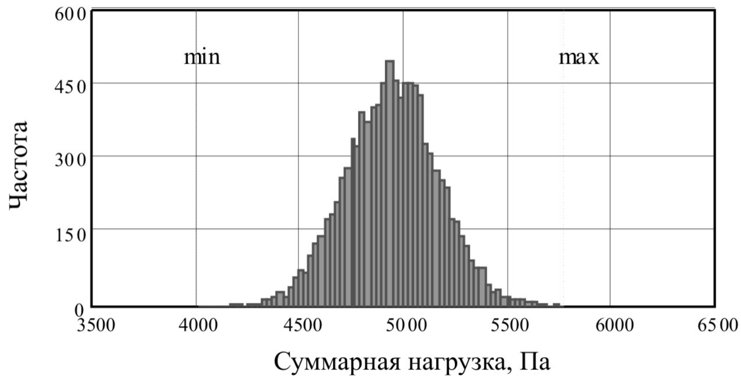

Рис. 2. Фрагмент прогона имитационной модели $f_k(j)|N$, при $N = 10^4$

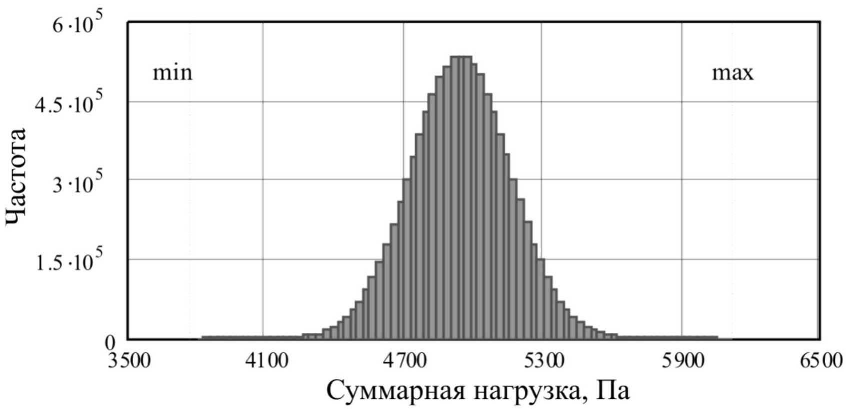

Рис. 3. Фрагмент прогона имитационной модели $f_k(j)|N$, при $N = 10^7$

В ходе данных экспериментов были получены результаты со сравнительно меньшими относительными погрешностями, например, для числового множества, равного 10^7, это значение не более 0,001 %. При этом отмечено, что при увеличении объема числового множества при выполнении статистического суммирования постоянных нагрузок наблюдается устойчивое стремление к симметричности распределения случайной величины. Полученная композиция нормальных распределений при числовом множестве объемом, равным 10^4, имеет незначительные (по показателям эксцесса ≈ 3,0 $Па^4$) деформации формы распределения, тем более при большем объеме числового множества. Важным показателем следует считать приемлемую для практики трудоемкость получения искомых параметров. Для проведения имитационного эксперимента с обработкой числовых множеств таким способом, так же, как и в предыдущей имитационной модели, оказывается достаточным использование вычислительных возможностей имеющихся в распоряжении инженера-строителя расчетных программных оболочек, при этом время, затраченное на один прогон, требуется на порядок меньше.

Обобщенные результаты имитационных экспериментов, проведенных с использованием выделенных выше способов обработки числовых множеств, сведены в таблицы 2 и 3. Итоговая статистика (табл. 2, 3) представлена с учетом требований национальных стандартов, границы доверительного интервала для выборочных оценок и относительная погрешность выходных параметров определены с уровнем доверия 99 %. Число прогонов имитационных моделей n принято равным 400, исходя из условия соответствия принятому уровню достоверности $b \leq \frac{n-1}{n+1} = 0{,}995$.

Для оценки изменчивости случайной величины использованы два известных способа, основанных на методе доверительных интервалов: с помощью распределения Стьюдента и на основе неравенства Чебышева. Это решение обусловлено необходимостью исследования случайной величины после различных трансформаций числовых множеств в ходе имитационных экспериментов (например: алгебраические преобразования, сортировка, фиксирование несущественных факторов на подходящем уровне), которые могут давать тривиальную оценку и приводить к ошибкам, связанным с получением на выходе эксперимента закона распределения случайной величины отличного от первоначального закона.

Для оценки относительной погрешности использован способ оценки средних значений с фиксированным объемом выборки, предложенный в работе [1]. Для вычисления относительной погрешности g использовано выражение:

$$g = \frac{g'}{1-g'}, \qquad (1)$$

где g' – «скорректированная» относительная погрешность, вычисляемая из условия минимально необходимого числа повторных прогонов имитационной модели i для получения действительной относительной погрешности g .

Принимая во внимание, что мы рассматриваем модели с фиксированным объемом выборки (по 400 прогонов), формулы для оценки «скорректированной» относительной погрешности имеют вид:

$$g' = \frac{t_{v,b} \cdot S^2(n)}{\overline{q_\Sigma}(n) \cdot \sqrt{n}} \quad \text{или} \quad g' = \frac{t_g \cdot S^2(n)}{\overline{q_\Sigma}(n)}, \tag{2}$$

где: $t_{v,b}$ – критическая точка для t-распределения с v степенями свободы (распределения Стьюдента); $t_g = \sqrt{1/(1-b)}$ – коэффициент Чебышева – для принятого уровня достоверности равен 10; $\overline{q_\Sigma}(n)$ и $S^2(n)$ – выборочные оценки среднего и дисперсии суммарной постоянной нагрузки для фиксированного объема n выборки, полученные в ходе прогонов имитационной модели.

Соотношение между максимальным значением реализации суммарной постоянной нагрузки в числовом множестве для всех прогонов имитационной модели $q_{\Sigma,\max}|n$ и верхней границей доверительного интервала для выборочного среднего $\overline{q_\Sigma}(n)+e$, будем характеризовать оценкой энтропии (неопределенности) для закона распределения, полученного после различных трансформаций числовых множеств:

$$\overline{t_э} = \frac{q_{\Sigma,\max}|n}{\overline{q_\Sigma}(n)+e}, \tag{3}$$

где e – половина доверительного интервала.

Для всех выделенных способов обработки числовых множеств в ходе каждого прогона имитационной модели определялось наибольшее число превышений случайной реализацией суммарной нагрузки над расчетным значением суммарной нагрузки, полученным нормативным методом, $\max\left(q_\Sigma - \Sigma q_p\right)$, см. табл. 2, а также частота таких превышений $w_{\max}$.

В ходе имитационных экспериментов было установлено, что при увеличении исходных числовых множеств до некоторого уровня, оценки энтропии $\overline{t_э}$, полученные на основе обоих способов построения доверительного интервала, имеют близкие между собой значения. В частности, для способа обработки типа $f_k(j)|N$ этот уровень составил порядка 10^6-10^7 реализаций, см. табл. 2, п.п. 8, 9. В этом случае можно считать, что энтропийный интервал неопределенности обладает статистической устойчивостью к отклонению случайной величины от итоговой композиции законов распределения. В рамках рассмотренной задачи аппроксимирующее выражение для определения возможных «выбросов» случайной величины выходного параметра будет представлено преобразованием формулы (3) с подстановкой соответствующей оценки энтропии $\overline{t_э}$, то есть можно утверждать, что значение суммарной нагрузки q_Σ не превысит уровня $\overline{t_э} \cdot \left[\overline{q_\Sigma}(n)+e\right]$ с вероятностью $P \approx (1 - w_{\max})$.

Таблица 2

Итоговая статистика для различных способов обработки числовых множеств

№ п/п	Способ обработки числовых множеств	Число точек плана, m	Доверительный интервал для выборочного среднего, $\overline{q_{\Sigma}}(n)+e$, Па		Макси-мальное значение реализа-ции, $q_{\Sigma,\max}\|n$, Па	Оценка энтропии, $\overline{t_э}$
			доверительный интервал [*]	относи-тельная погреш-ность, %		
1.	N^{k-p}, при p = 1	$(10^4)^4$	4990,757 ± 7,019 4990,757 ± 191,774	0,141 3,996	5510,807	1,103 1,063
2.	N^{k-p}, при p = 2	$(10^4)^3$	4959,677 ± 3,637 4959,677 ± 99,374	0,073 2,045	5680,463	1,144 1,123
3.	N^{k-p}, при p = 3	$(10^4)^2$	4955,168 ± 5,299 4955,168 ± 144,790	0,107 3,010	5676,971	1,144 1,113
4.	$(N\text{–sort})^k$, при $N = 10^4$	$(50)^5$	6366,111 ± 4,656 6366,111 ± 127,209	0,073 2,039	6726,804	1,056 1,036
5.	$U(a,b)\|const\ (N_i)$, при $N_i = 10^4$	$4(10^4)^2$	4951,603 ± 0,562 4951,603 ± 15,352	0,011 0,311	5938,341	1,199 1,196
6.	$f_k(j)\|N$, при $N = 10^4$	10^4	4952,371 ± 0,769 4952,371 ± 20,999	0,016 0,426	5938,672	1,199 1,194
7.	$f_k(j)\|N$, при $N = 10^5$	10^5	4952,158 ± 0,229 4952,158 ± 6,265	0,005 0,127	6046,339	1,221 1,219
8.	$f_k(j)\|N$, при $N = 10^6$	10^6	4951,963 ± 0,075 4951,963 ± 2,057	0,002 0,042	6139,853	1,240 1,239
9.	$f_k(j)\|N$, при $N = 10^7$	10^7	4951,978 ± 0,022 4951,978 ± 0,594	0,001 0,012	6222,954	1,257 1,256

Таблица 3

Итоговая статистика для различных способов обработки числовых множеств

№ п/п	Способ обработки числовых множеств	Число точек плана, m	Наибольшее число превышений $\max\left(q_{\Sigma}-\Sigma q_p\right)$	Частота превышения $w_{\max}=\dfrac{\max\left(q_{\Sigma}-\Sigma q_p\right)}{m}$
1.	N^{k-p}, при p = 1		0	0
2.	N^{k-p}, при p = 2	$(10^4)^4$	0	0
3.	N^{k-p}, при p = 3	$(10^4)^3$	0	0
4.	$(N\text{–sort})^k$, при $N = 10^4$	$(10^4)^2$	100	$3{,}125\text{x}10^{-5}$
5.	$U(a,b)\|const\ (N_i)$, при $N_i = 10^4$	$(50)^5$	1	$1{,}000\text{x}10^{-8}$
6.	$f_k(j)\|N$, при $N = 10^4$	$4(10^4)^2$	1	$1{,}000\text{x}10^{-4}$
7.	$f_k(j)\|N$, при $N = 10^5$	10^4	6	$6{,}000\text{x}10^{-5}$
8.	$f_k(j)\|N$, при $N = 10^6$	10^5	28	$2{,}800\text{x}10^{-5}$
9.	$f_k(j)\|N$, при $N = 10^7$	10^6	183	$1{,}830\text{x}10^{-5}$
		10^7		

Примечания: [*] – в числителе даны границы доверительного интервала на основе распределения Стьюдента, в знаменателе – на основе неравенства Чебышева.

Заключение. Установлено, что при оценке результирующей постоянной нагрузки по известным статистическим оценкам её составляющих имеет место деформация закона распределения суммарных случайных величин, выраженная в том, что форма закона распределения после различных трансформаций числовых множеств может отличаться от формы закона распределения их составляющих.

Числовые оценки итоговой статистики по результатам четырехсот прогонов имитационной модели каждым из рассмотренных способов обработки числовых множеств дают основание считать наиболее эффективным для практики проектирования и моделирования работы строительных конструкций способ обработки типа $f_k(j)|N$. Как видно из работы, данный способ обработки числовых множеств при прогонах имитационной модели предполагает создание выборки из реализаций случайных величин, соответствующих определенным распределениям вероятностей с плотностью $f_k(j)$, и последующей построчной трансформацией j-х значений полученных числовых множеств на основе детерминированных функций взаимодействия. При этом числовые оценки, характеризующие степень деформации итогового статистического распределения (асимметрия, эксцесс и др.), имеют более устойчивые показатели.

Выявлено, что при увеличении исходных числовых множеств до некоторого уровня, оценки энтропии, полученные на основе различных способов метода доверительных интервалов, могут иметь близкие между собой значения, что представляется возможным использовать для оценки возможных «выбросов» случайной величины выходного параметра за уровень верхней границы энтропийного интервала неопределенности.

Список литературы

1. Кельтон В.Д., Аверилл Лоу. Имитационное моделирование. Классика CS. – 3-е изд. – СПб.: Питер; Киев: Изд. гр. BHV, 2004. – 847 с.: ил. – 3000 экз. – ISBN 5-94723-981-7, 966-552-118-7.
2. Hopp W.J., Spearman M.L. Factory Physics: Foundations of Manufacturing Management, Irwin, Chicago (1996).
3. Mauro C.A.: Efficient Identification of Important Factors in Large Scale Simulations, Proc. 1986 Winter Simulation Conference, Washington, D.C., p. 296-305 (1986).
4. Kelton W.D.: Designing Simulation Experiments, Proc. 1999 Winter Simulation Conference, Phoenix (1999).
5. Михайлов Г.А. Весовые алгоритмы статистического моделирования. – Новосибирск: Изд. ИВМиМГ СО РАН, 2003.
6. Соболь И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1973. – 312 с.
7. Манапов А.З., Майстренко И.Ю. Динамические модели оценки надежности главной балки мостового крана. // Безопасность труда в промышленности, 2006, № 6. – С. 33-36.
8. Майстренко И.Ю., Манапов А.З. Моделирование процесса изменения во времени уровня надежности конструктивной системы. // Известия КГАСУ, 2010, № 1(13). – С. 132-140.
9. Манапов А.З. Численное статистическое моделирование работы и ресурса строительных конструкций // Сб. трудов международной научно-практической конференции «Теория и практика расчета зданий, сооружений и элементов конструкций. Аналитические и численные методы». – М.: МГСУ, 2010. – С. 209-218.

Maystrenko I.Yu. – candidate of technical sciences, associate professor
E-mail: igor_maystr@mail.ru
Manapov A.Z. – candidate of technical sciences, associate professor
E-mail: man48-75@mail.ru
Kazan State University of Architecture and Engineering The organization
The organization address: 420043, Russia, Kazan, Zelenaya st., 1

Statistical modeling of work of building structures by the method of Monte-Carlo. Work with numerical sets

Resume

In this article the analysis of efficiency of obtaining of numerical sets of target and intermediate parameters from known numerical sets of input parameters was performed using the imitation modeling. Five different ways of numerical sets processing, were chosen by the authors to determine the total constant loading on a plate of building structure covering.

Statistical modeling of work of building structures involves completing the same chain of operations, as with the deterministic approach. The difference is in the form of representation and logic of obtaining intermediate and final parameters from initial parameters. Total load, tension from operating loadings, geometrical characteristics of sections can be intermediate parameters. Final (target) parameters usually are total pressure from the load, total movements of separate points of a design or specific materials durability.

Imitation modeling of final and intermediate parameters assumes presence of numerical sets describing statistical distribution of input parameters, and the deterministic functions of transition from input parameters to target or intermediate parameters. Transitions from initial parameters to intermediate and final parameters during process of statistical modeling differ from transitions based on deterministic methods by the fact that former should account for all possible combinations of values used in calculation. Because the number of possible combinations may be overwhelming for processing by personal computers, for the practical solutions in building designs it is required to develop a special methods for manipulating the numeric sets with lest errors and in a timely fashion.

The final statistics was received by performing four hundred runs of related imitation model on each of five ways of numerical sets processing. The statistical analysis completed in this work estimates resultant constant loading from known statistical estimates of its components. It had been discovered that after various transformation of numerical sets distribution of summary random variables can sharply differ from the distribution of their components. The most effective numerical estimations describing degree of distortion of summary statistical distribution (asymmetry, excess, etc.) have more stable a sample of random variables outcomes with probabilities corresponding to the specific probability distributions with the subsequent line-by-transformation of values of the derived numerical sets using the deterministic interaction functions.

As a result of the conducted research it is discovered that when initial numerical sets increase to a certain level, estimation of entropy based on various ways of confident intervals method, can have similar values. Therefore it is possible to use this to estimate the possible statistical value of target parameter random variable beyond the entropic uncertainty interval.

Keywords: building structure, statistical, the analysis, modeling, numerical set, imitating experiment, method of Monte-Carlo.

References

1. Kelton W.D., Averill Law. Simulation modeling and analysis. – 3-d edit. – St. Petersburg: Peter; Kiev: Pablish. gr. BHV, 2004. – 847 p.: graph. – 3000 pcs. – ISBN 5-94723-981-7, 966-552-118-7.
2. Hopp W.J., Spearman M.L. Factory Physics: Foundations of Manufacturing Management, Irwin, Chicago (1996).
3. Mauro C.A.: Efficient Identification of Important Factors in Large Scale Simulations, Proc. 1986 Winter Simulation Conference, Washington, D.C., P. 296-305 (1986).
4. Kelton W.D.: Designing Simulation Experiments, Proc. 1999 Winter Simulation Conference, Phoenix (1999).
5. Mihajlov G.A. Weight algorithms of statistical modeling. – Novosibirsk: IBM and MG edit. SB of the Russian Academy of Science, 2003.
6. Sobol I.M. Numerical sable methods of Monte-Carlo. – M.: The Main edition of the physical and mathematical literature of publishing house «Science», 1973. – 312 p.
7. Manapov A.Z., Maystrenko I.Yu. Dynamic of model of an estimation of reliability of the main beam of the bridge crane. – M.: Safety of work in the industry № 6, 2006. – P. 33-36.
8. Maystrenko I.Yu., Manapov A.Z. «Simulation of process of change in time of reliability level of constructive system». – Kazan: News KSUAE № 1(13), 2010. – P. 132-140.
9. Manapov A.Z. Numerical statistical modeling of work and a resource of building designs // Collected papers of the international scientifically-practical conference «The theory and practice of calculation of buildings, constructions and elements of designs. Analytical and numerical methods». – M.: MSUE, 2010. – P. 209-218.