УДК 532.5:621.694
С.Ю. Антонов – старший преподаватель
А.В. Антонова – кандидат физико-математических наук, доцент
Тел.: (843) 519-42-83
Казанский государственный энергетический университет (КГЭУ)
Я.Д. Золотоносов – доктор технических наук, профессор
Тел.: (843) 510-47-35, e-mail: zolotonosov@mail.ru
Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КазГАСУ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНФИГУРАЦИИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПРУЖИННО-ВИТЫХ КАНАЛОВ ТЕПЛООБМЕННЫХ УСТРОЙСТВ

АННОТАЦИЯ
В работе предложена математическая модель широкого класса конфигураций пружинно-витых теплообменных каналов, изменение параметров уравнений которой позволяет исследовать и в дальнейшем оптимизировать внутреннюю геометрию проточной части таких каналов. Построенная модель может быть использована при разработке программного обеспечения для процесса компьютерного управления технологией намотки. Кроме того, проведена сравнительная оценка металлоемкости пружинно-витых каналов в зависимости от угла наклона проволоки и подъема намотки с известным гладкотрубным теплообменным элементом.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гидромеханика, теплообменные аппараты, пружинно-витой канал.

S.Y. Antonov – senior lecturer
A.V. Antonova – candidate of physical-mathematical sciences, associate professor
Tel.: (843) 519-42-83
Kazan State Energy University (KSEU)
Ya.D. Zolotonosov – doctor of technical sciences, professor
Tel.: (843) 510-47-35, e-mail: zolotonosov@mail.ru
Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)

MATHEMATICAL MODEL OF THE CONFIGURATIONS ELLIPTICAL SPRING-CURLY CHANNELS OF HEAT EXCHANGE EQUIPMENT

ABSTRACT
In work the mathematical model of a wide class of configurations spring-curly heat exchange of channels is offered, the change of parameters of which equations allows to investigate and further to optimize internal geometry of a flowing part of such channels. The developed model can be used as the software during computer management of spring-curly technology of winding. Besides the comparative estimation of metal consumption of channels is carried out depending on a corner of rise of winding with known smooth pipes heat exchange by an element.

KEYWORDS: hydromechanics, heat exchange equipment, spring-curly channel.

Введение

Одним из путей интенсификации процессов теплообмена является создание малогабаритных теплообменных элементов, позволяющих обеспечивать требуемые значения коэффициентов теплопередачи в условиях высоких плотностей теплового потока.

Ранее в работах [1, 2] были предложены варианты геометрических конфигураций эллиптических пружинно-витых каналов, отмечены перспективность их использования при разработке и проектировании современной теплообменной аппаратуры.

Данная работа является продолжением ранее проведенных теоретических исследований и посвящена разработке математических моделей широкого класса конфигураций эллиптических пружинно-витых каналов. При этом предлагаемая математическая модель за счет изменения параметров в уравнениях модели позволяет изменять внутреннюю геометрию канала, описывать трубы змеевиковой конфигурации с различным шагом и углом подъема навивки.

Теоретическая часть

Математическая модель строится на базе фундаментальных положений аналитической и дифференциальной геометрии.

Рассматриваемый нами канал представляет собой тугую пружину с жестко скрепленными витками, каждый виток которой является аналогом пружинной (гроверной) шайбы.

Процесс образования таких каналов может быть реализован путем намотки проволоки эллиптического сечения с большой полуосью c и малой полуосью d на подложку, выполненную в виде эллиптического цилиндра с большой полуосью a и малой полуосью b, причем угол наклона α проволоки к поверхности подложки и угол намотки γ этой проволоки на подложку могут быть различны, но не меняются в течение всего процесса намотки (рис. 1).

Если при этом намотка плотная, то после микроплазменной или лазерной сварки витков и удаления подложки получается изолированный пружинно-витой канал.

Для описания витка такого канала выберем систему координат *Oxyz* так, чтобы ось *Oz* совпадала с осью симметрии канала, а оси *Ox* и *Oy* были направлены по большой и малой осям основания подложки соответственно.

Напомним, что параметрическое уравнение эллипса $\dfrac{y^2}{d^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$ ($0<d\le c$) в системе координат *O'y'z'* (рис. 2) имеет вид [3]:

$$y'=\frac{d\cos\psi}{(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^{1/2}};\quad z'=\frac{d\sin\psi}{(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^{1/2}};$$

$\psi\in[0,2\pi]$, где $\varepsilon_2=\sqrt{1-\dfrac{d^2}{c^2}}$ – эксцентриситет эллипса. Обозначим его эллипс 1 (эл1).

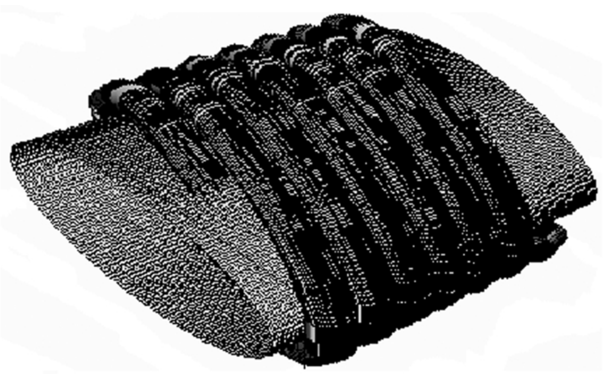

Рис. 1. Намотка эллиптической проволоки на эллиптический цилиндр

Если эллипс 1 повернуть вокруг своего центра *O'* на угол $\beta=\dfrac{\pi}{2}-\alpha$ против часовой стрелки, то полученный эллипс 2 (эл2) в координатах *O'y'z'* записывается уравнением

$$\frac{(y'\sin\alpha+z'\cos\alpha)^2}{d^2}+\frac{(z'\sin\alpha-y'\cos\alpha)^2}{c^2}=1,$$

причем явная зависимость *y'* от *z'* имеет вид:

$$y'_{1,2}=\frac{-(d^2-c^2)z'\sin\alpha\cos\alpha}{c^2\sin^2\alpha+d^2\cos^2\alpha}\pm$$

$$\pm\frac{dc(c^2\sin^2\alpha+d^2\cos^2\alpha-z'^2)^{1/2}}{c^2\sin^2\alpha+d^2\cos^2\alpha}. \qquad (1)$$

Для нахождения координат точки касания *K* используем условие $|y'_1-y'_2|=0$. Отсюда $z'^2=c^2\sin^2\alpha+d^2\cos^2\alpha$. Исходя из рис. 2, заключаем, что

$$z'_K=-(c^2\sin^2\alpha+d^2\cos^2\alpha)^{1/2}=-d\sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}}, \qquad (2)$$

$$y'_K=\frac{\sin\alpha\cos\alpha(c^2-d^2)}{(c^2\sin^2\alpha+d^2\cos^2\alpha)^{1/2}}=$$

$$=\frac{d\varepsilon_2^2\sin\alpha\cos\alpha}{\sqrt{(1-\varepsilon_2^2)(1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha)}}. \qquad (3)$$

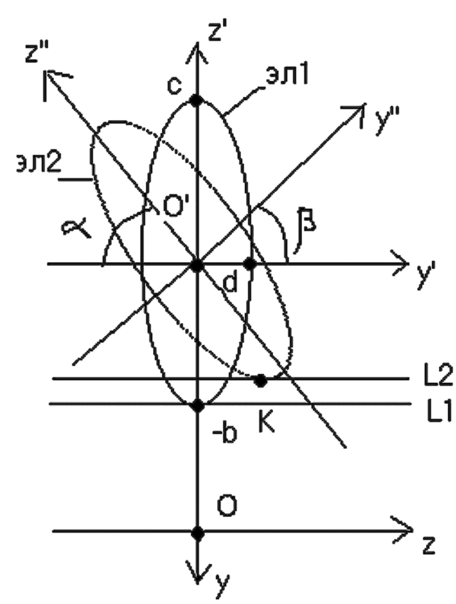

Рис. 2. Поворот эллипса вокруг своего центра

При этом расстояние от прямой l_1 до эллипса 2 равно:

$$l = c + z'_K = \frac{d}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2}} - d\sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}}.$$

Пусть M – произвольная точка эллипса 2, параметрическое уравнение которого в системе координат *O'y"z"* имеет вид:

$$y'' = \frac{d\cos\psi}{(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^{1/2}};$$

$$z'' = \frac{d\sin\psi}{(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^{1/2}}; \ \psi \in [0, 2\pi].$$

Найдем координаты точки M в системе координат *O'y'z'*. Учитывая, что переход в эту систему координат осуществляется по формуле: $y' = y''\sin\alpha - z''\cos\alpha$; $z' = y''\cos\alpha + z''\sin\alpha$, получаем:

$$y'_M = \frac{d\sin\alpha\cos\psi}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}} - \frac{d\sin\psi\cos\alpha}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}} = \frac{d\sin(\alpha-\psi)}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}};$$

$$z'_M = \frac{d\cos\alpha\cos\psi}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}} + \frac{d\sin\psi\sin\alpha}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}} = \frac{d\cos(\alpha-\psi)}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}}.$$

Используя формулы (2), (3), получаем:

$$\overline{KM} = \overline{OM} - \overline{OK} =$$

$$= \left(\frac{-d\sin(\psi-\alpha)}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}} - \frac{d\varepsilon_2^2\sin\alpha\cos\alpha}{\sqrt{(1-\varepsilon_2^2)(1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha)}}, \right.$$

$$\left. \frac{d\cos(\psi-\alpha)}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}} + d\sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}} \right),$$

а в системе координат *Oyy'*

$$\overline{KM} = \left(\frac{-d\cos(\psi-\alpha)}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}} - d\sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}}, \right.$$

$$\left. \frac{d\sin(\psi-\alpha)}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}} + \frac{d\varepsilon_2^2\sin\alpha\cos\alpha}{\sqrt{(1-\varepsilon_2^2)(1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha)}} \right). \quad (4)$$

Сделаем теперь параллельный перенос эллипса 2 вдоль оси *Oy* до точки касания с прямой l_1, обозначив новый эллипс через эллипс 3 (эл3), затем эллипс 3 сдвинем параллельно оси *Oz* так, чтобы полученный при этом эллипс 4 имел с эллипсом 3 единственную общую точку T (рис. 3).

Используя формулу (4), легко показать, что расстояние h между точками K и K' вычисляется по формуле:

$$h = \frac{2d}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}}. \quad (5)$$

Найдем теперь в системе координат *Oxyz* уравнение поверхности Φ, которую заметает эллипс 3, плоскость расположения которого остается все время перпендикулярной плоскости *Oxy*, в случае, когда точка касания K движется по сложной траектории, определяемой следующим образом:

1) точка K движется по эллиптическому цилиндру Φ_1, параметрическое уравнение которого имеет вид:

$$x = \frac{b\cos\varphi}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi}},$$

$$y = \frac{b\sin\varphi}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi}}, \quad (6)$$

$z=u$, $\varphi \in [0, 2\pi]$, $u \in R$;

1) точка K движется в плоскости Π, которая в свою очередь движется поступательно в направлении оси *Oz* с постоянной скоростью v, причем при $v=0$ плоскость Π определяется следующими положениями K на поверхности Φ_1:

$$K = K(0) = \left(\frac{b}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}}, 0, 0 \right);$$

$$K_1 = K\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(0, b, \frac{b\,tg\,\gamma}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}} \right);$$

$$K_2 = K(\pi) = \left(\frac{-b}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}}, 0, \frac{2b\,tg\,\gamma}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}} \right),$$

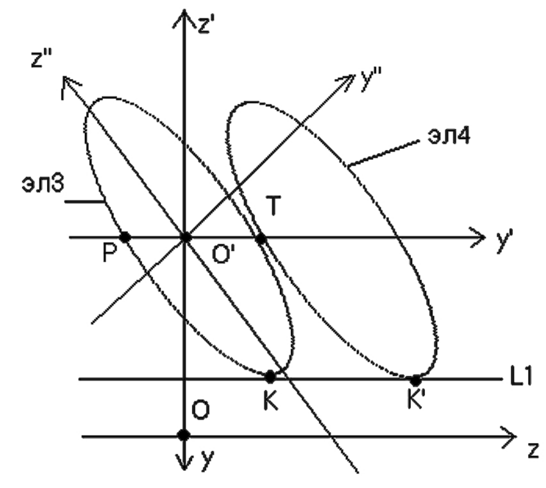

Рис. 3. Параллельное смещение эллипса вдоль оси Oz

где γ – заданный угол подъема точки *K*. Уравнение этой плоскости *П* при скорости v=0 имеет вид:

$$z = tg\,\gamma\left(\frac{b}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}} - x\right). \qquad (7)$$

Из уравнений (6), (7) и поступательного движения точки *K* в направлении оси *Oz* с постоянной скоростью *v* находим, что в системе координат *Oxyz* траектория движения точки *K* описывается уравнениями вида:

$$x = \frac{b\cos\varphi}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi}};$$

$$y = \frac{b\sin\varphi}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi}};$$

$$z = v\varphi + b\,tg\,\varphi\left(\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}} - \frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi}}\right);$$

$\varphi \in R$ (при $\varphi = 0$ луч *OK* совпадает с лучом *Ox*). Учитывая эти уравнения, а также формулу (4) и то, что $y'_M \le 0$ в системе координат *O'yy'*, получим, что параметрические уравнения одного витка поверхности *Ф* имеют вид:

$$x = \left(\frac{b}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi}} + d\sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}} + \frac{d\cos(\psi-\alpha)}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}}\right)\cos\varphi;$$

$$y = \left(\frac{b}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi}} + d\sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}} + \frac{d\cos(\psi-\alpha)}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi}}\right)\sin\varphi;$$

$$z = v\varphi + b\,tg\,\gamma\left(\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}} - \frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi}}\right) - \qquad (8)$$

$$-d\left(\frac{\sin(\psi-\alpha)}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2\sin^2\psi}} + \frac{\varepsilon_2^2\sin 2\alpha}{2\sqrt{(1-\varepsilon_2^2)(1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha)}}\right);$$

$\varphi, \psi \in [0, 2\pi]$.

Из формулы (5) следует, что для практической реализации намотки проволоки эллиптического сечения на эллиптический цилиндр $Ф_1$ с углом подъема γ и углом поворота $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ необходимо, чтобы выполнялось неравенство: $v \ge v_0 = \frac{d}{\pi\sqrt{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}}$.

При этом если $v = v_0$, то получается плотная намотка (изолированный канал).

Обозначим через S_{in}, S_{ex}, S площади соответственно внутренней, внешней и полной поверхности *Ф*, определяемой параметрическими уравнениями (8). Элемент площади $dФ$ найдем по формуле:

$$dФ = \sqrt{EG - F^2}\,d\varphi d\psi,$$

где $E = x_\varphi^2 + y_\varphi^2 + z_\varphi^2$, $G = x_\psi^2 + y_\psi^2 + z_\psi^2$, $F = x_\varphi x_\psi + y_\varphi y_\psi + z_\varphi z_\psi$. Вычисляя соответствующие частные производные, мы найдем выражение для $EG - F^2$, которое представим в виде: $S_0 + S_1 + S_2$, где

$$S_0 = G\left(\frac{b^2\sin^2\varphi + b^2(1-\varepsilon_1^2)^2\cos^2\varphi}{(1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi)^3} + \right.$$

$$+\frac{2bd}{(1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi)^{1/2}}\cdot\left(\sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}} + \frac{\cos(\psi-\alpha)}{(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^{1/2}}\right) +$$

$$\left. + d^2\left(\sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2\cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}} + \frac{\cos(\psi-\alpha)}{(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^{1/2}}\right)^2\right) -$$

$$-\frac{\varepsilon_1^4 b^2 d^2\sin^2\varphi\cos^2\varphi(\varepsilon_2^2\sin\psi\cos\alpha - \sin(\psi-\alpha))^2}{(1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi)^3(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^3};$$

$$S_1 = v^2\left(G - \frac{d^2(\varepsilon_2^2\sin\psi\sin\alpha - \cos(\psi-\alpha))^2}{(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^3}\right) -$$

$$-\frac{v\varepsilon_1^2 bd^2\sin 2\varphi}{(1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi)^{3/2}(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^3} \times$$

$$\times(\varepsilon_2^2\sin\psi\cos\alpha - \sin(\psi-\alpha))(\varepsilon_2^2\sin\psi\sin\alpha - \cos(\psi-\alpha));$$

$$S_2 = \frac{tg^2\gamma\cdot b^2 d^2\sin^2\varphi)}{(1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi)^3(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^3} \times$$

$$\times(\sin^2(\psi-\alpha) + \varepsilon_2^4\sin^2\psi\cos^2\alpha + 2\sin\psi\sin\alpha\cos(\psi-\alpha) +$$

$$+\frac{2\varepsilon_1^2 b^2 d^2\sin^2\varphi\cos\varphi\,tg\,\gamma}{(1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi)^3(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^3} \times$$

$$\times(\varepsilon_2^2\sin\psi\cos\alpha - \sin(\psi-\alpha))(\varepsilon_2^2\sin\psi\sin\alpha - \cos(\psi-\alpha)) +$$

$$+\frac{2bd^2\sin\varphi\,tg\,\gamma\cdot v}{(1-\varepsilon_1^2\cos^2\varphi)^{3/2}(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^3} \times$$

$$\times(\sin^2(\psi-\alpha) + \varepsilon_2^4\sin^2\psi\cos^2\alpha + 2\sin\psi\sin\alpha\cos(\psi-\alpha));$$

$$G = \frac{d^2\cos^2\psi + d^2(1-\varepsilon_2^2)^2\sin^2\psi}{(1-\varepsilon_2^2\sin^2\psi)^3};$$

Тогда справедливы равенства:

$$S_{in} = \iint_{P_1} \sqrt{S_0 + S_1 + S_2}\, d\varphi d\psi ;$$

$$S_{ex} = \iint_{P_2} \sqrt{S_0 + S_1 + S_2}\, d\varphi d\psi ;$$

$$S = \iint_{P} \sqrt{S_0 + S_1 + S_2}\, d\varphi d\psi .$$

Пределы интегрирования для нахождения площади внутренней и внешней поверхностей найдем из рис. 3 и формулы (1). В системе координат $O'y'z'$ имеем, что

$$P = (y_1(0),0) = \left(\frac{-d}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2 \cos^2\alpha}}, 0 \right);$$

$$T = (y_2(0),0) = \left(\frac{d}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2 \cos^2\alpha}}, 0 \right).$$

Тогда в системе координат O'y"z"

$$P = \left(\frac{-d\sin\alpha}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2 \cos^2\alpha}}, \frac{d\cos\alpha}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2 \cos^2\alpha}} \right);$$

$$T = \left(\frac{d\sin\alpha}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2 \cos^2\alpha}}, \frac{-d\cos\alpha}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2 \cos^2\alpha}} \right).$$

Отсюда находим соответствующие им углы:

$$\psi_P = \pi - arctg\, ctg\,\alpha = \frac{\pi}{2} + \alpha ;$$

$$\psi_T = 2\pi - arctg\, ctg\,\alpha = \frac{3\pi}{2} + \alpha .$$

Тогда пределы интегрирования

$$P_1 = \left\{ (\varphi,\psi) : \varphi \in [0,2\pi], \psi \in \left[\frac{\pi}{2}+\alpha, \frac{3\pi}{2}+\alpha \right] \right\};$$

$$P_2 = \left\{ (\varphi,\psi) : \varphi \in [0,2\pi], \psi \in \left[\alpha - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}+\alpha \right] \right\};$$

$$P = \{ (\varphi,\psi) : \varphi \in [0,2\pi], \psi \in [0,2\pi] \}.$$

Заметим, что в случае, когда $\varepsilon_1 = \nu = \gamma = 0$, справедливо равенство:

$$S = 2\pi l \left(b + d \sqrt{\frac{1-\varepsilon_2^2 \cos^2\alpha}{1-\varepsilon_2^2}} \right),$$

где $l = \int_0^{2\pi} \sqrt{G}\, d\psi$ – длина движущегося эллипса.

На базе теоретических исследований была осуществлена проверка адекватности математической модели методом компьютерного эксперимента. На рис. 4 приведен общий вид пружинно-витого канала следующих геометрических размеров:

b=5, d=1, ε_1=0.8, ε_2=0.9, $\alpha = 0$, $\gamma = \frac{\pi}{6}$.

Сравнение металлоемкости. Для сравнения металлоемкости эллиптического гладкого и пружинно-витого каналов заметим, что отношение масс материала, требуемого для изготовления труб одинаковой длины, равно отношению площадей поперечных сечений этих каналов (рис. 5):

$$\frac{M_{гладкой}}{M_{эллиптич}} = \frac{\rho l S_{гладкой}}{\rho l S_{эллиптич}} = \frac{S_{ABCD}}{S_{эллипса}}.$$

Используя формулы (2), (3), (5), получим, что $S_{ABCD} = \frac{4d^2}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2}}$, а площадь эллипса $S_{эллипса} = \frac{\pi d^2}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2}}$.

Сравнение соответствующих масс показывает, что их отношение не зависит ни от угла наклона проволоки к поверхности подложки, ни от угла намотки на подложку и равно $\frac{M_{гладкой}}{M_{эллиптич}} = \frac{4}{\pi} = 1.27$, что говорит о 27 %

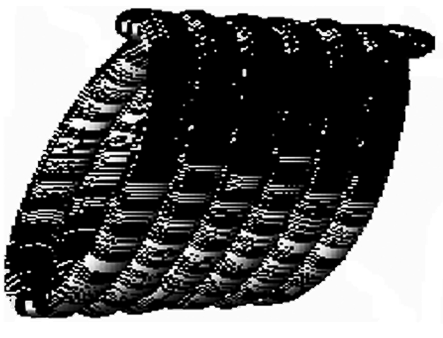

Рис. 4. Компьютерная реализация эллиптического пружинно-витого канала

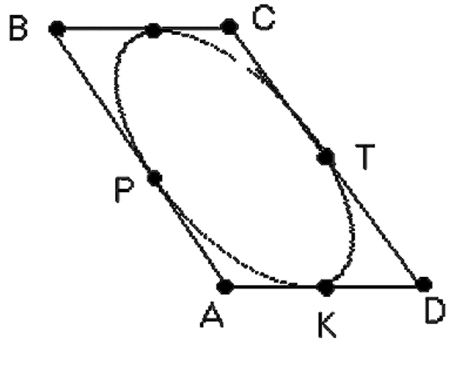

Рис. 5. Сравнение поперечного сечения эллиптической проволоки и поперечного сечения аналога витка гладкого канала

экономии потребности металла при изготовлении пружинно-витых труб по сравнению с гладкими трубами. Этот же результат был получен в работе [2] для угла намотки $\frac{\pi}{2}$. Таким образом, металлоемкость конструкции теплообменного элемента, выполненного в виде пружинно-витых труб, снижается на 27 %.

Заключение

Предложена математическая модель эллиптического пружинно-витого канала, виток которого представляет собой аналог пружинной (гроверной) шайбы, позволяющей описывать широкий класс каналов с различной геометрией проточной части.

Построенная модель позволит использовать ее при разработке программного обеспечения для процесса компьютерного управления технологией изготовления подобных каналов.

Расчеты показали, что разработанные нами пружинно-витые каналы позволяют снизить металлоемкость конструкций в среднем на 27 % по сравнению с гладким эллиптическим каналом.

Литература

1. Антонов С.Ю., Антонова А.В., Золотоносов Я.Д. Определение коэффициента теплопередачи эллиптических пружинно-витых каналов в теплообменных аппаратах // Сб. трудов XVII школы-семинара молодых ученых и специалистов “Проблемы газодинамики и тепломассообмена в аэрокосмических технологиях”. – Жуковский: ЦАГИ, т. 1, 2009. – С. 280-283.
2. Антонов С.Ю., Антонова А.В., Золотоносов Я.Д. Определение коэффициентов теплопередачи через стенку эллиптических гладких и пружинно-витых каналов теплообменных аппаратов // Известия КазГАСУ, 2009, № 1 (11). – С.158-164.
3. Воднев В.Т. Математический словарь высшей школы: Общ. часть. – М.: Изд-во МПИ, 1988. – 527 с.