УДК 69.024

Э.Е. Пекерман – ассистент
Е.М. Удлер – кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой
Кафедра САПР
Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КазГАСУ)

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФОРМЫ ТКАНЕВЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

АННОТАЦИЯ

Сплошная гибкая оболочка отрицательной гауссовой кривизны моделируется дискретной системой гибких нитей в виде сети. Дифференциальные уравнения осей нитей сети записываются в конечных разностях. Из условия равновесия в узлах пересечения нитей двух направлений составляется система линейных уравнений, связывающих ординаты смежных узлов. Система легко решается на ЭВМ при известной геометрии контура и позволяет определить форму оболочки как совокупность численных значений ординат узлов сети.

A.E. Pekerman – assistant professor
E.M. Udler – candidate of technical sciences, professor, head of department
Department of CAD System
Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)

NUMERICAL METHOD OF DETERMINATION OF SURFACE SHAPE OF SOFT CONSTRUCTION SHELL

ABSTRACT

The continuous soft shell of the negative Gaussian curve is simulated by discrete system of flexible lines as a net. The differential equations of axes of net lines are written down in final differences. Given a condition of a balance in crossing knots of net lines in two directions the authors propose the system of the linear equations connecting the ordinates of adjacent knots. This system easily can be calculated on PC under known geometry of the surface. The model determines the shape of a shell as a combination of numerical values of ordinates of crossing net knots.

Под тканевыми оболочками авторы подразумевают пологие безызгибные (мягкие) ортотропные оболочки отрицательной гауссовой кривизны. Ввиду малого собственного веса материалов таких оболочек, они могут быть смоделированы в виде сетчатых оболочек из двух систем пологих невесомых нитей.

На рисунке приведен пример такой модели и схемы нитей обоих направлений, образующих указанную поверхность. Считая эти нити невесомыми и нерастяжимыми, запишем известные (например, по работе [1] стр.64) дифференциальные уравнения их осей (1):

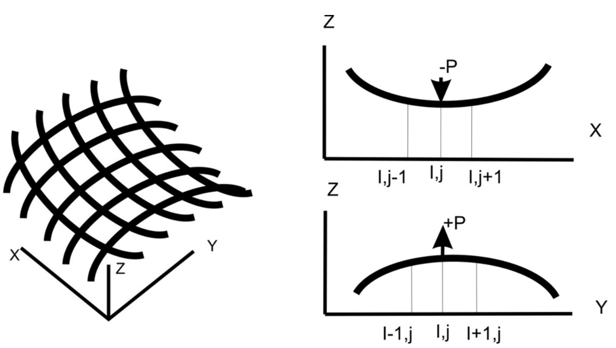

Рис.

$$H_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -p_x \qquad H_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = p_y \qquad (1)$$

Из условия равновесия нитей в узлах $p_y - p_x = 0$, получим уравнение (2).

$$H_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + H_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \qquad (2)$$

H_x и H_y суть усилия натяжения нитей. В случае равнонапряженного состояния нитей уравнение (2) преобразуется в вид (3):

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \qquad (3)$$

Заменим дифференциалы второго порядка конечными разностями (см. работу [2] стр.205), как это приведено в соотношениях (4), (5):

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{z_{i,j-1} - 2z_{i,j} + z_{i,j+1}}{\Delta x^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{z_{i-1,j} - 2z_{i,j} + z_{i+1,j}}{\Delta y^2} \quad (5)$$

При равенстве ячеек сети, т.е. справедливости соотношения $\Delta x = \Delta y$, после подстановки (4) и (5) в (3) и преобразований получим искомое соотношение (6):

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j} + z_{i+1,j} + z_{i,j-1} + z_{i,j+1}}{4} \quad (6)$$

Оно связывает значения ординат смежных узлов сети.

При несоблюдении условий равенства усилий натяжения и расстояний между нитями соотношение (6) принимает вид, представленный формулой (7):

$$z_{i,j} = \frac{knz_{i,j-1} + knz_{i,j+1} + z_{i-1,j} + z_{i+1,j}}{2(kn+1)} \quad (7)$$

Где:

$k = H_x / H_y$ – отношение усилий натяжения оболочки;

$n = \Delta y / \Delta x$ – соотношение расстояний между нитями сети; этот параметр может использоваться для моделирования соотношений жесткостей на растяжение оболочки в двух направлениях.

Формулы (6) и (7) позволяют составить системы уравнений, описывающих форму сетчатой оболочки через значения ординат ее узлов. Зная численные значения этих величин на контуре, можно вычислить ординаты всех промежуточных узлов сети, то есть численным методом определить форму оболочки.

Литература

1. Дмитриев Л.Г., Касилов А.В. Вантовые покрытия. – Киев: Изд-во «Будивельник», 1974. – 270 с.
2. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. 2-е издание, исправленное. Учебное пособие. – М.: ОНИКС 21 век, 2005. – 398 с.